Identifikacija strukture neuronske mreže u mjerenju očekivane inflacije

Poklepović, Tea

Doctoral thesis / Disertacija

2017

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Split, Faculty of economics Split / Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:124:939653

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-29**

Repository / Repozitorij:

REFST - Repository of Economics faculty in Split

SVEUČILIŠTE U SPLITU
EKONOMSKI FAKULTET

TEA POKLEPOVIĆ

IDENTIFIKACIJA STRUKTURE NEURONSKE MREŽE U MJERENJU OČEKIVANE INFLACIJE

DOKTORSKA DISERTACIJA

Split, listopad 2017. godine

SVEUČILIŠTE U SPLITU
EKONOMSKI FAKULTET

POSLIJEDIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ
EKONOMIJE I POSLOVNE EKONOMIJE

Tea Poklepović

IDENTIFIKACIJA STRUKTURE NEURONSKE MREŽE U MJERENJU OČEKIVANE INFLACIJE

DOKTORSKA DISERTACIJA

Mentor: izv. prof. dr. sc. Josip Arnerić

Split, listopad 2017. godine

PRIZNANJE

Ovaj rad je sufinancirala Hrvatska zaklada za znanost projektom „Mjerenje, modeliranje i prognoziranje volatilnosti“ (5199).

Mišljenja, nalazi i zaključci ili preporuke navedene u ovom materijalu odnose se na autora i ne odražavaju nužno stajališta Hrvatske zaklade za znanost.

SAŽETAK

Neuronske mreže (NM) je prikladno koristiti u analizi vremenskih nizova u uvjetima narušenih pretpostavki, tj. u uvjetima „nenormalnosti“ i nelinearnosti. Svrha rada je istražiti nedostatke NM te predložiti načine kojima se ti nedostaci mogu otkloniti s ciljem identifikacije strukture NM koja će se najbolje prilagoditi inflacijskim očekivanjima. Polazi se od teorijskog modela koji uključuje karakteristike inflacije potražnje i inflacije troškova. Pri tom se koriste varijable tržišta rada, financijske varijable, eksterni faktori te inflacija iz prethodnog razdoblja. Istraživanje se provodi na agregiranoj razini zemalja euro zone u periodu od siječnja 1999. do siječnja 2017. godine. Na temelju procijenjenih 90 jednosmjernih NM i 450 Jordanovih NM, koje se razlikuju u promjenjivim parametrima (broj iteracija, stopa učenja, interval početnih vrijednosti težina, broj skrivenih neurona, vrijednost težine kontekstne jedinice), dobiveni su pokazatelji prikladnosti za svaku NM (prosječna kvadratna pogreška - MSE i Akaikeov informacijski kriterij - AIC) koji se odnose na dva perioda: „unutar uzorka“ (engl. *in the sample*) i „izvan uzorka“ (engl. *out of sample*). Istovremeno rangiranje NM na poduzorcima „*in-the-sample*“ i „*out-of-sample*“ bilo prema MSE ili prema AIC ne dovodi do podudarnosti rangova i odabira prikladne NM jer najbolja NM na poduzorku „*in-the-sample*“, na temelju kriterija MSE i/ili AIC, često daje na poduzorku „*out-of-sample*“ visoke vrijednosti oba pokazatelja prikladnosti, i obrnuto. Stoga, da bi se došlo do najboljeg kompromisnog rješenja koristi se PROMETHEE metoda za odabir prikladne NM. Usporedbom „najbolje“ jednosmjerne – FNN(4,5,1) i „najbolje“ Jordanove NM – JNN(4,3,1) zaključuje se da je u približno jednakim uvjetima potrebno manje neurona u skrivenom sloju Jordanove NM (3) u odnosu na jednosmjernu (5), čime se potvrđuje da je Jordanova NM parsimonijska u odnosu na jednosmjernu, uz ne postojanje problema predetermininranosti modela. Na taj način se dokazuje prva pomoćna hipoteza. Također, odabrana Jordanova NM ima bolju prediktivnu sposobnost u odnosu na jednosmjernu, čime se potvrđuje i druga pomoćna hipoteza istraživanja. Konačno se analizira konvergencija kamatnih stopa, uključivanjem inflatornih očekivanja procijenjenih Jordanovom NM u preformulirani oblik Taylorovog pravila.

KLJUČNE RIJEČI: euro zona, jednosmjerna neuronska mreža, Jordanova neuronska mreža, konvergencija kamatnih stopa, očekivana inflacija, Taylorovo pravilo

SUMMARY

Neural networks (NNs) are appropriate to use in time series analysis under conditions of the unfulfilled assumptions, i.e. under conditions of non-normality and nonlinearity. The purpose of the paper is to investigate the disadvantaged of NNs and to propose ways to address these shortcomings with the aim of identifying the NN structure that will best adapt to inflation expectations. The research is based on a theoretical model that includes the characteristics of demand-pull and cost-push inflation, i.e. it uses labour market variable, financial variable, external factor and lagged inflation. The research is conducted at the aggregate level of euro area countries in the period from January 1999 to January 2017. Based on the estimated 90 feedforward NNs and 450 Jordan NNs, which differ in variable parameters (number of iterations, learning rate, initial weight value intervals, number of hidden neurons, weight value of the context unit), the model adequacy indicators for each NN (Mean Squared Error - MSE and Akaike Information Criterion - AIC) are calculated for two periods: "in-the-sample" and "out of sample". Simultaneously ranking NNs on the "in-the-sample" and "out of sample" subsamples either according to MSE or AIC does not lead to the matching of rankings and the selection of a suitable NN because the "best" NN in the "in-the-sample", based on MSE and/or AIC criteria, often has high "out of sample" values of both indicators, and vice versa. Therefore, in order to achieve the best compromise solution, a PROMETHEE method is used to select a suitable NN. By comparing the "best" feedforward NN - FNN(4,5,1) and the "best" Jordan NN - JNN(4,3,1) it is concluded that under approximately equal conditions less neurons in the hidden layer of Jordan NN (3) is required than in feedforward NN (5), confirming that Jordan NN is parsimonious compared to feedforward, without the existence of the overfitting problem. Thus, the first auxiliary hypothesis is proved. Moreover, the selected Jordan NN has a better predictive ability than the feedforward, which confirms second auxiliary hypothesis of the research. Finally, interest rate convergence is analysed, incorporating inflation expectations estimated by Jordan NN into the reformulated Taylor rule.

KEY WORDS: euro zone, feedforward neural network, Jordan neural network, interest rate convergence, expected inflation, Taylor rule

SADRŽAJ

1. UVOD 1
1.1. Problem i predmet istraživanja 1
1.2. Svrha i ciljevi istraživanja 4
1.3. Hipoteze istraživanja 5
1.4. Metode istraživanja 10
1.5. Očekivani znanstveno-spoznajni i aplikativni doprinosi istraživanja 11
1.6. Obrazloženje strukture rada 13

2. NEURONSKE MREŽE U ANALIZI VREMENSKIH NIZOVA 14
2.1. Prednosti i nedostaci neuronskih mreža 18
2.2. Razvoj neuronskih mreža 24
2.2.1. Jednostavni perceptron 24
2.2.2. ADALINE mreža 27
2.2.3. Mreže s povezujućom memorijom 29
2.2.3.1. Algoritmi učenja za mreže s povezujućom memorijom 31
2.2.3.2. Jednosmjerna hetero-povezujuća mreža 33
2.2.3.3. Jednosmjerna auto-povezujuća mreža 34
2.2.3.4. Hopfield-ova mreža 34
2.2.3.5. BSB mreža 37
2.3. Jednosmjerna neuronska mreža 39
2.3.1. Metoda povratnog prostiranja greške 40
2.3.2. Izvan-mrežno ili skupno treniranje 49
2.3.3. Drugi algoritmi učenja 50
2.3.4. Jednosmjerna neuronska mreža u analizi vremenskih nizova 53
2.3.4.1. Pregled istraživanja o neuronskim mrežama u analizi vremenskih nizova 55
2.3.5. Problem predeterminiranosti modela neuronske mreže 63
2.4. Povratna neuronska mreža 67
2.4.1. Treniranje povratne neuronske mreže 70
2.4.2. Povratne neuronske mreže u analizi vremenskih nizova 77
2.4.2.1. Elmanova neuronska mreža 77
2.4.2.2. Jordanova neuronska mreža 78

2.4.2.3. Pregled literature o povratnim neuronskim mrežama u analizi vremenskih nizova 85
2.4.2.4. Pregled istraživanja o neuronskim mrežama u analizi inflacije 88
2.5. Izbor neurona u skrivenom sloju 94
2.6. Vrste prijenosnih funkcija 96
2.7. Funkcija cilja 99
2.8. Brzina konvergencije 101
2.9. Ekonometrijski testovi i dijagnostička provjera modela neuronske mreže 105
2.9.1. Testovi nelinearnosti i normalnosti 106
2.9.2. Pokazatelji prikladnosti neuronske mreže 111

3. TEORIJSKI KONCEPTI MJERENJA OČEKIVANE INFLACIJE 116
3.1. Adaptivna i racionalna inflatorna očekivanja 118
3.2. Pregled dosadašnjih metoda i modela u mjerenju očekivane inflacije 128
3.3. Determinante očekivane inflacije 135
3.3.1. Pregled istraživanja o determinantama inflacije 136
3.3.2. Definiranje modela inflacijskih očekivanja 146

4. OČEKIVANA INFLACIJA KAO PREDUVJET KONVERGENCIJI KAMATNIH STOPA 148
4.1. Konvergencija kamatnih stopa 153
4.2. Taylorovo pravilo i njegove modifikacije 155

5. MODELIRANJE OČEKIVANE INFLACIJE POMOĆU NEURONSKE MREŽE I ANALIZA KONVERGENCIJE KAMATNIH STOPA 116
5.1. Opis uzorka i testiranje pretpostavki linearnog modela 169
5.2. Proces modeliranja jednosmjerne neuronskih mreža 177
5.2.1. Identifikacija strukture jednosmjerne neuronske mreže 178
5.2.2. Analiza prikladnosti i dijagnostička provjera jednosmjerne neuronske mreže 183
5.3. Proces modeliranja Jordanove neuronske mreže 193
5.3.1. Identifikacija strukture Jordanove neuronske mreže 193
5.3.2. Analiza prikladnosti i dijagnostička provjera Jordanove neuronske mreže 196
5.4. Rezultati empirijskog istraživanja u prognoziranju očekivane inflacije 215

5.4.1. Odabir prikladne neuronske mreže za predviđanje očekivane inflacije 215
5.5. Rezultati empirijskog istraživanja u analizi konvergencije kamatnih stopa u euro zoni 221
5.5.1. Odabir modificiranog Taylorovog pravila za analizu konvergencije kamatnih stopa 221

6. ZAKLJUČNA RAZMATRANJA..... 227
6.1. Rasprava o rezultatima istraživanja..... 231
6.2. Ograničenja provedenog istraživanja 234
6.3. Implikacije za primjenu u praksi 236
6.4. Preporuke za daljnja istraživanja..... 236

LITERATURA..... 238
POPIS KRATICA I OZNAKA 255
POPIS SLIKA 259
POPIS TABLICA..... 260
PRILOZI..... 264
ŽIVOTOPIS 266

1. UVOD

Problem i predmet istraživanja ove disertacije su metodološkog karaktera, a odnose se na različite pristupe i ekonometrijske modele u analizi vremenskih nizova (parametarski i neparametarski), koji su do sada bili najčešće zastupljeni u mjerenju i prognoziranju očekivane inflacije. Sistematizacijom prednosti i nedostataka navedenih modela, dolazi se do zaključka o nužnosti primjene semi-parametarskog pristupa u prognoziranju očekivane inflacije, koji se temelji na neuronskim mrežama. Naime, neuronske mreže prikladno je koristiti u analizi vremenskih nizova u uvjetima kada su narušene osnovne pretpostavke ekonometrijskog modela. Time se mogu izbjeći brojni ekonometrijski problemi, a procjena očekivane inflacije je preciznija, tj. postiže se manja prognostička pogreška u odnosu na standardne linearne ili nelinearne prognostičke modele. U tom kontekstu prepoznat je novi metodološki pristup, koji će se primijeniti u mjerenju i prognoziranju očekivane inflacije. U konačnici analizirat će se konvergencija kamatnih stopa, uključivanjem inflatornih očekivanja procijenjenih prikladnom neuronskom mrežom u preformulirani oblik Taylorovog pravila. Definiranjem problema i predmeta istraživanja dolazi se do svrhe i ciljeva, hipoteza te doprinosa istraživanja doktorskog rada. Konačno se definiraju metode istraživanja i obrazlaže struktura doktorskog rada.

1.1. Problem i predmet istraživanja

Većina modela vremenskih nizova temelje se na pretpostavkama o linearnim odnosima između promatranih pojava i normalnoj distribuciji zavisne varijable. Međutim, pretpostavka linearnosti je često nerealna u vremenima turbulentnih događanja i čestih promjena. Stoga, nije prikladno koristiti linearne stohastičke modele (npr. ARIMA, VAR modeli i sl.) s obzirom da takvi modeli imaju malu prediktivnu sposobnost u uvjetima nelinearnosti (Aminian et al., 2006; Gonzales, 2000; Hwarng, 2001; Zhang, 2003). S druge strane nelinearni stohastički modeli (npr. TAR, STAR modeli, Markovljev model promjenjivog režima i sl.) omogućuju procjenu različitih vrijednosti istih parametara u različitim razdobljima, da bi se na prikladan način opisala nelinearna zavisnost (engl. *nonlinear dependence*). Međutim, nelinearni modeli zahtijevaju da se unaprijed pretpostavi funkcionalni oblik nelinearnosti, kao i stanja režima s obzirom na utvrđeni prag (engl. *threshold*), što je glavni nedostatak takvih modela. Pri tome se također zahtjeva da su vremenski nizovi, između kojih se istražuje zavisnost, stacionarni. U uvjetima kada je funkcionalni oblik nelinearnosti nepoznat i kada zavisna varijabla nema navedena svojstva, potrebno je koristiti neparametarske modele u prognoziranju očekivane

inflacije. Nastojeći objediniti prednosti parametarskih i neparametarskih modela u analizi vremenskih nizova, javlja se potreba za primjenom semi-parametarskog pristupa, tj. neuronskih mreža, čime se zadržava jednostavnost u interpretaciji parametarskih modela te fleksibilnost neparametarskih modela (Härdle et al., 2004).

Neuronske mreže (engl. *neural networks* - NN) se najčešće u empirijskim istraživanjima promatraju kao neparametarski modeli, s općeprihvaćenim svojstvom o: „univerzalnom aproksimatoru bilo kojeg funkcionalnog oblika povezanosti između promatranih varijabli" (Tal, 2003). Međutim, istraživači često nemaju dovoljnih spoznaja o složenosti neuronskih mreža pa se oslanjaju na strukture onih mreža koje se određuju automatski. Takav pristup je metodološki neopravdan s ekonometrijskog stajališta. Zato će se objasniti na koji način se neuronske mreže mogu koristiti kao semi-parametarski model u analizi vremenskih nizova. Danas je zastupljenost neuronskih mreža kao ekonometrijskog alata u praktičnim primjenama vrlo rijetka, a sama primjena neuronskih mreža u analizi vremenskih nizova je u začetku, te se postavlja pitanje koliko su rezultati iz dosadašnjih istraživanja, koja su koristila neuronske mreže, pouzdani i vjerodostojni s obzirom da se zanemaruje problem predeterminiranosti. Najčešće korištene neuronske mreže su **jednosmjerne** (engl. *feedforward neural network* – **FNN**). Prednost im je što s visokim stupnjem pouzdanosti mogu procijeniti vrijednosti outputa, iako je funkcionalni oblik povezanosti između inputa i outputa nepoznat. Struktura neuronskih mreža je veoma fleksibilna, ali je ujedno i složena s obzirom na broj parametara koji se procjenjuju, broj inputa i outputa, broj skrivenih slojeva, broj neurona u skrivenom sloju, vrstu prijenosnih funkcija, algoritam učenja te izbor funkcije cilja. Nedostatak jednosmjerne neuronske mreže je u tome što se uključivanjem više skrivenih slojeva ili više neurona u skrivenim slojevima, uz postojeći broj nezavisnih varijabli (inputa) i zavisnih varijabli (outputa), povećava broj parametara, pa dolazi do problema predeterminiranosti. S obzirom na navedeni nedostatak jednosmjerne neuronske mreže, promatra se **povratna (rekurentna) neuronska mreža** (engl. *recurrent neural network* - **RNN**). Ako se jednosmjerna neuronska mreža proširi povratnom vezom s outputa na inpute, tada se radi o povratnoj neuronskoj mreži, odnosno tzv. **Jordanovoj neuronskoj mreži** (engl. *Jordan neural network* - **JNN**). Za razliku od FNN, JNN sadrži najčešće jedan dodatni input, tj. neuron u ulaznom sloju, koji predočuje informacije outputa iz prethodnog razdoblja. Takve informacije su procijenjene vrijednosti zavisne varijable s jednim vremenskim pomakom, tj. procijenjene vrijednosti grešaka relacije iz prethodnog razdoblja. Takav neuron u ulaznom sloju, koji omogućuje povratnu vezu između outputa i inputa, naziva se kontekstnom jedinicom (engl. *context unit*). U literaturi se razlikuju

dvije vrste povratne (rekurentne) neuronske mreže: Elmanova i Jordanova. Kod Elmanove neuronske mreže kontekstna jedinica „pamti“ vrijednosti iz skrivenog sloja, te se povratna veza dodaje sa skrivenog sloja na inpute. Elmanova neuronska mreža, međutim, nema ekonometrijsku primjenu. Jordanova neuronska mreža podrazumijeva povratnu vezu s outputa na inpute. Ekonometrijska interpretacije takve povratne veze leži u činjenici da se tako model proširuje za procijenjene greške relacije s vremenskim pomakom. Modeli koji uključuju procijenjene greške relacije, najčešće s jednim vremenskim pomakom $q = 1$, u ekonometrijskoj literaturi se nazivaju modelima pomičnih prosjeka (engl. *moving average*) i označavaju se oznakom MA(1). To znači da Jordanova neuronska mreža omogućuje da se, uz postojeće inpute, uključi i MA(1) dio modela. Povratne neuronske mreže, kao i jednosmjerne, imaju svoje nedostatke. Ne postoji jasno definiran način određivanja broja skrivenih slojeva, broja neurona niti određivanja prijenosnih funkcija i algoritma učenja. Također, ako ih se promatra kao neparametarsku metodu, tada fleksibilnost njihove strukture dovodi do složenosti, te otežane interpretabilnosti procijenjenih parametara. Povećavanjem broja parametara koji se procjenjuju ne poštuje se načelo parsimonije, te dolazi do problema predeterminiranosti modela i problema divergencije algoritma učenja, što je posebno izraženo ako je uzorak mali (kratak vremenski niz podataka), pri čemu je veličina uzorka čest problem kod makroekonomskih analiza.

Iz svega navedenog, fokus primjene neuronske mreže leži u mjerenju i prognoziranju očekivane inflacije, te pokušaju da se očekivana inflacija, procijenjena pomoću neuronske mreže, uključi kao input u Taylorovo pravilo, s ciljem analiziranja konvergencije kamatnih stopa na razini euro zone. Ovaj pristup do sada nije bio zastupljen u empirijskim istraživanjima.

Naime, Taylorovo pravilo je korisno mjerilo za procjenu efikasnosti monetarne politike središnje banke (Hofmann i Bogdanova, 2012). Prema Tayloru (1993) središnja banka definira kamatnu stopu na novčanom tržištu kao funkciju dugoročne realne (nominalne) kamatne stope, odstupanja inflacije od njene ciljne vrijednosti, te realnog BDP-a od njegove potencijalne razine (engl. *output gap*). Kasnije Taylor uvodi i nominalnu kamatnu stopu središnje banke iz prethodnog razdoblja, što omogućava postupnu prilagodbu kamatnih stopa referentnoj vrijednosti, tj. ravnotežnoj kamatnoj stopi koja se očekuje u dugom roku (Hofman i Bogdanova, 2012). Time se uklanja problem autokorelacije grešaka relacije (Basilio, 2013). Iako Taylorova jednadžba pruža zadovoljavajuće dobar obrazac pomoću kojeg središnje banke u svijetu određuju kamatnu stopu, ono ne uključuje buduće očekivane vrijednosti. Stoga, Clarida et al. (2000) uključuju buduća očekivanja vodeći se prema Alanu Greenspanu koji objašnjava da

trenutno stanje ne bi trebalo biti podloga za vođenje monetarne politike, nego samo indikator inflatornih pritisaka, a da su za vođenje monetarne politike važnija buduća kretanja u gospodarstvu. Clarida et al. (2000) definiraju nominalnu kamatnu stopu kao funkciju jaza između očekivane i ciljne inflacije, te očekivanog i ciljnog outputa. Međutim, ne postoji konsenzus oko toga koju formulaciju Taylorovog pravila koristiti, iako postoje brojna istraživanja, većinom u razvijenim zemljama, a manje u zemljama u razvoju. Neke od modifikacija uključuju očekivanja, vrijednosti inflacije i jaza BDP-a iz prethodnog razdoblja, izglađene kamatne stope, i dodatne varijable, kao što su tečaj i cijene imovina, jaz nezaposlenosti kao aproksimacija jaza BDP-a i slično (Taylor, 1993 i 1999; Clarida et al., 1998, 1999 i 2000; Van Poeck, 2010; Lee, 2011; Hillmann i Wilde, 2011; Nechio, 2011; Neugebauer, 2011; Hofmann i Bogdanova, 2012; Elshamy, 2012; Basilio, 2013). U ovom istraživanju Taylorovo pravilo će uključivati kamatnu stopu iz prethodnog razdoblja, jaz BDP-a te inflatorna očekivanja koja će se procijeniti neuronskom mrežom. Preformulirani oblik Taylorovog pravila omogućuje da se istraži postoji li konvergencija kamatnih stopa na razini euro zone.

1.2. Svrha i ciljevi istraživanja

Svrha doktorskog rada je istražiti nedostatke neuronskih mreža te predložiti načine kojima se ti nedostaci mogu otkloniti s ciljem identifikacije strukture neuronske mreže koja će se najbolje prilagoditi inflatornim očekivanjima. Korištenjem povratne Jordanove neuronske mreže mogu se riješiti problemi predeterminiranosti modela uvažavajući načelo parsimonije, kao i problem malog uzorka, tj. problem kratkog vremenskog niza. Također, cilj doktorskog rada je uz pomoć Jordanove neuronske mreže što točnije procijeniti vrijednosti očekivane inflacije u budućem periodu, koje će se uključiti kao vrijednosti inputa u preformulirani oblik Taylorovog pravila. U dosadašnjim istraživanjima procijenjene vrijednosti outputa neuronske mreže se nisu koristile kao vrijednosti inputa u Taylorovom pravilu.

Ciljevi rada proizlaze iz sljedećih istraživačkih pitanja:

- Koliki je broj neurona u troslojnoj Jordanovoj neuronskoj mreži nužan i dovoljan da se riješi problem predeterminiranosti modela uzimajući u obzir načelo parsimonije?
- Koji testovi su prikladni za testiranje nelinearnosti prije procjene neuronske mreže?
- Na koji način riješiti problem divergencije algoritma učenja neuronske mreže?
- Koje prijenosne funkcije odabrati za procjenu očekivane inflacije?

- Koje početne vrijednosti parametara neuronske mreže odabrati prilikom procjene matrice težina?
- Da li Jordanova neuronska mreža daje manju prognostičku pogrešku u prognoziranju inflatornih očekivanja u odnosu na jednosmjerne neuronske mreže?
- Da li je postignuta konvergencija kamatnih stopa na razini euro zone, promatrano kroz preformulirani oblik Taylorovog pravila?

U ovom doktorskom radu detaljno će se objasniti problematika neuronskih mreža kao semi-parametarskog pristupa u analizi vremenskih nizova u uvjetima narušenih pretpostavki, tj. u uvjetima nelinearnosti i „nenormalnosti“, predložiti na koji način se mogu riješiti navedeni problemi, te u kontekstu primjene neuronskih mreža dati metodološki doprinos u modeliranju i prognoziranju očekivane inflacije.

1.3. Hipoteze istraživanja

S obzirom na pretežito metodološki doprinos ovog doktorskog rada u nastavku će se obrazložiti glavi pojmovi vezani uz postavljene hipoteze. Glavna i pomoćne hipoteze se temelje na stajalištu da su povratne neuronske mreže “bolje“ od jednosmjernih neuronskih mreža u prognoziranju vremenskih nizova te da je u konkretnom slučaju primjene Jordanova neuronska mreža s jednim skrivenim slojem „najprikladnija“. Glavna hipoteza ovog istraživanja glasi:

GH Povratnom neuronskom mrežom mogu se procijeniti inflatorna očekivanja s minimalnom prognostičkom pogreškom u uvjetima kada je funkcionalni oblik povezanosti između inputa i outputa nepoznat.

Glavna hipoteza istraživanja sadrži ključne pojmove povezane s ovim doktorskim radom: funkcionalni oblik povezanosti između inputa i outputa, povratna (rekurentna) neuronska mreža, inflatorna očekivanja i prognostička pogreška.

U uvjetima nelinearnosti i „nenormalnosti“ podataka, te kada funkcionalni oblik povezanosti između inputa i outputa nije poznat, linearni i nelinearni modeli vremenskih nizova (parametarski pristup), koji su najviše zastupljeni u empirijskim analizama, imaju malu prediktivnu sposobnost (Moshiri i Cameron, 2000; Gonzales, 2000; Hwarng, 2001; Qi, 2001; Abid i Ben Salah, 2002; Zhang, 2003; Binner et al., 2004, 2005, 2006; Teräsvirta et al., 2005;

Aminian et al., 2006; Choudhary i Haider, 2008). Zbog toga se upotrebljavaju neuronske mreže. U empirijskim analizama najčešće su zastupljene jednosmjerne neuronske mreže, međutim u uvjetima kratkih vremenskih nizova te zbog rješavanja problema predeterminiranosti, Jordanova neuronska mreža smatra se prikladnijom od jednosmjernih neuronskih mreža. Dosadašnja istraživanja u području neuronskih mreža ne daju konsenzus u vezi odabira prikladne neuronske mreže, naprotiv, daju kontradiktorne rezultate. Istraživanja na simuliranim podacima (Gençay i Liu, 1997; Gupta et al., 2005) kao i istraživanja na ekonomskim i financijskim vremenskih nizovima (Balkin, 1997; Binner et al, 2006; Arnerić et al., 2014) daju prednost povratnim neuronskim mrežama za predviđanje vremenskih nizova naspram linearnih, nelinearnih modela i/ili jednosmjernih neuronskih mreža. Moshiri et al. (1999) daju prednost povratnim neuronskim mrežama kod predviđanja u dugom roku, dok u kratkom roku prednost daju jednosmjernim neuronskim mrežama i linearnim modelima. Istraživanja kao npr. Kuan i Liu (1995) ne daju jasan odgovor koja neuronska mreža ima bolje prediktivne sposobnost, pri čemu odabir prikladne neuronske mreže ne ovisi samo o izboru varijabli (inputa i outputa) već o brojnim postavkama. Postavlja se pitanje pouzdanosti i vjerodostojnosti rezultata pojedinih istraživanja koja jasno ne definiraju strukturu korištene povratne neuronske mreže, koriste povratne neuronske mreže bez konkretnih argumenata, koriste različite inpute za usporedbu različitih modela što ekonometrijski nije opravdano, zanemaruju problem predeterminiranosti modela, kao i način odabira optimalnog broja skrivenih neurona. Identifikacijom odgovarajuće strukture neuronske na prikladan način se nastoje predvidjeti inflatorna očekivanja u kratkom roku. U ovom doktorskom radu će se Jordanovom neuronskom mrežom procjenjivati očekivana inflacija jer se pretpostavlja da će JNN zbog svojih specifičnosti u konkretnom slučaju primjene imati manju prognostičku pogrešku od jednosmjerne.

Pomoćnim hipotezama će se detaljnije elaborirati glavna hipoteza, a postavljaju se sa svrhom dokazivanja glavne hipoteze.

PH 1 Jedan skriveni sloj u Jordanovoj neuronskoj mreži je nužan i dovoljan za rješavanje problema predeterminiranosti poštujući načelo parsimonije.

Složenost strukture neuronske mreže ovisi o broju parametara koji se procjenjuju, broju inputa i outputa, broju skrivenih slojeva, broju neurona u skrivenom sloju, vrsti prijenosnih funkcija, algoritmu učenja, izboru funkcije cilja. Izbor inputa i outputa ovisi o samoj ekonomskoj teoriji, dok se izbor broja skrivenih slojeva često prepušta proizvoljnosti istraživača. Uključivanjem

više skrivenih neurona u višeslojnu strukturu neuronskih mreža povećava se broj prijenosnih funkcija nelinearnog oblika. Brojnost takvih funkcija omogućava aproksimaciju bilo kakvog funkcionalnog oblika povezanosti između inputa i outputa s visokim stupnjem točnosti (u Hornik et al., 1989; Hornik et al., 1990). Prema tome aproksimacija bilo kakvog nelinearnog funkcionalnog oblika je uvijek dobra s troslojnom neuronskom mrežom kada je q (broj neurona u skrivenom sloju) dovoljno velik. Međutim, nije precizno definirano koliko dovoljno velik q treba izabrati. Naime, u modelu neuronske mreže može biti više skrivenih slojeva između inputa i outputa, te svaki od njih može uključivati više neurona. Zbog brojnosti skrivenih slojeva i neurona u tim slojevima, postoji opasnost da model daje prividno dobre rezultate. To znači da je model predeterminiran (Kaashoek i van Dijk, 2001). Predeterminiranost modela (engl. *overfitting*) nastaje najčešće zbog velikog broja parametara koje treba procijeniti, koji se povećavaju dodavanjem nezavisnih varijabli (inputa), skrivenih slojeva i neurona skrivenog sloja. Posljedica problema predeterminiranosti je što neuronska mreža daje prividno dobre rezultate „*in-the-sample*“, dok su „*out-of-sample*“ prognostičke vrijednosti netočne, odnosno u fazi treniranja greška modela dostiže minimalnu vrijednost, međutim u fazi testiranja greška modela je velika. Occam's razor (lat. *lex parsimoniae*) je načelo parsimonije, ekonomičnosti ili jezgrovitosti u rješavanja problema predeterminiranosti u neuronskim mrežama. Potrebno je smanjiti broj parametara koji se procjenjuje tako da se reducira broj skrivenih slojeva i broj neurona u skrivenom sloju. Kako ne postoji pravilo koje parametre izostaviti potrebno je istražiti koliki broj skrivenih neurona (q) je dovoljan u troslojnoj neuronskoj mreži, a da pri tome obje prognostičke pogreške u fazama treniranja i testiranja budu najmanje moguće. To se do sada nije analiziralo u empirijskim istraživanjima. Drugi način kako riješiti problem predeterminiranosti modela je povećanje veličine uzorka, što često nije moguće.

Smanjenjem broja parametara može se riješiti problem predeterminiranosti modela, međutim time se gubi dio informacija potrebnih za prognoziranje. To zahtjeva da se u jednosmjernu neuronsku mrežu uključi povratna veza s outputa na inpute, čime se nadoknađuje gubitak informacija, a broj parametara ostaje relativno mali i udovoljava načelu parsimonije. Uvođenjem povratne veze s outputa na inpute u model neuronske mreže uključuju se članovi pomičnih prosjeka, tj. greške relacije s vremenskim pomakom. Kao rješenje proizlazi Jordanova povratna neuronska mreža. Jordanova neuronska mreža podrazumijeva povratnu vezu s outputa na inpute. U svom radu Balkin (1997) zaključuje da povratna neuronska mreža ima bolju prediktivnu sposobnost u odnosu na jednosmjernu neuronsku mrežu te da su neuronske mreže prikladnije u odnosu na mješovite ARMA modele.

U ovom doktorskom radu želi se istražiti je li jedan skriveni sloj dovoljan za rješavanje problema predeterminiranosti. Pri tome će se nastojati odrediti optimalan broj neurona u jednom skrivenom sloju, vodeći se načelom parsimonije. Nakon što se procijene modeli s različitim brojem neurona u jednom skrivenom sloju potrebno je izabrati model koji je prikladan uzimajući u obzir odnos broja parametara (k), greške modela ($\hat{\sigma}^2$) i veličine uzorka (n). Pokazatelji prikladnosti koji u obzir uzimaju odnos navedenih veličina u literaturi su poznati kao informacijski kriteriji (Murata et al., 1994). Odabrani pristup počinje procjenom najmanje moguće neuronske mreže ka većoj, a podrazumijeva dodavanje neurona sve dok se ne postigne poboljšanje u informacijskim kriterijima (Angus, 1991; Franses i van Dijk, 2003). Rješavajući problem predeterminiranosti odabire se model čije su vrijednosti informacijskih kriterija najmanje. Usporedbom informacijskih kriterija može se donijeti zaključak koja je od neuronskih mreža prikladnija. Osim informacijskih kriterija koristit će se i Diebold-Mariano test (1995) prediktivnih sposobnosti pri izboru optimalne neuronske mreže.

Ovo istraživanje se ograničava na jedan skriveni sloj i jedan output, dok može biti više inputa (p) i više neurona (q) u jednom skrivenom sloju. Broj parametara koji se procjenjuje u Jordanovoj neuronskoj mreži je $k = 1 + q(p+2) + q$. Važno je napomenuti da se broj inputa određuje u skladu s hipotezama istraživača, pa se u konačnici problem predeterminiranosti svodi na određivanje optimalnog broja neurona u skrivenom sloju (q) i onda kada se ograničavamo samo na jedan skriveni sloj. Također, povećavajući broj inputa i broj skrivenih neurona u neuronskoj mreži, broj parametara, koji se procjenjuju pomoću odgovarajućeg algoritma učenja, također raste. Stoga je potrebno ograničiti broj inputa u neuronskoj mreži u skladu s ekonomskom teorijom te odrediti optimalan broj skrivenih neurona u Jordanovoj neuronskoj mreži. **Ovo je fokus problema PH 1.**

Osim izbora inputa i outputa, te izbora optimalnog broja neurona u jednom skrivenom sloju, važan je i izbor dviju vrsta prijenosnih funkcija $f(\cdot)$ i $g(\cdot)$. Prijenosna funkcija $f(\cdot)$ je funkcija izlaznog sloja i najčešće je linearna, čime se vrijednosti outputa ne ograničavaju te mogu poprimiti bilo koju realnu vrijednost, dok je prijenosna funkcija skrivenog sloja $g(\cdot)$ nelinearna funkcija. Nelinearna funkcija $g(\cdot)$ može biti logistička ili tangens-hiperbolna prijenosna funkcija, jer one najbolje „oponašaju“ stvarne nelinearne pojave. Tangens-hiperbolna prijenosna funkcija rezultira kontinuiranim vrijednostima u intervalu [-1,1], dok logistička prijenosna funkcija rezultira kontinuiranim vrijednostima u intervalu [0,1]. Navedene

prijenosne funkcije nisu slučajno odabrane. Prikladne su za korištenje jer su derivabilne, što olakšava procjenu parametara. Algoritam učenja „korigira“ parametre (težine) neuronske mreže sve dok funkcija cilja ne dostigne minimum. U opisanom iterativnom postupku osnovni problem je računanje gradijenta funkcije cilja (vektor prvih derivacija funkcije cilja s obzirom na težine u neuronskoj mreži). Pomoću gradijenta funkcije cilja određuje se smjer kretanja u sljedećoj iteraciji. Gradijent funkcije nije moguće izračunati analitički, stoga se taj problem može riješiti primjenom, tzv. BP algoritma, tj. algoritma povratnog „prostiranja“ izlazne pogreške kroz mrežu (engl. *Back-Propagation* - BP). Naime, lokalni minimum često nije i globalni minimum, što znači da, iako algoritam konvergira, nismo sigurni je li postignut optimum (Petrović et al., 2011). Česti su i slučajevi kada algoritam učenja ne konvergira pa ne postoji rješenje navedenog problema. Zato je jedan od ciljeva doktorskog rada definirati početne vrijednosti težina u konkretnom slučaju primjene, koje će osigurati konvergenciju algoritma učenja. U ovom radu će se koristiti nelinearna metoda najmanjih kvadrata (engl. *nonlinear least quares* - NLS) koja zahtjeva primjenu BP algoritma, budući da su procjenitelji dobiveni tom metodom konzistentni i asimptotski normalno distribuirani (White, 1989). Standardni BP algoritam, koji se temelji na metodi gradijentnog spusta, bit će detaljno objašnjem u potpoglavlju 2.3.1..

PH 2 Prognostička pogreška Jordanove neuronske mreže za mjerenje i prognoziranje očekivane inflacije je manja u odnosu na jednosmjernu neuronsku mrežu.

Najčešće korištena neuronska mreža je jednosmjerna mreža koja „prenosi“ informacije iz ulaznog sloja preko skrivenih slojeva do izlaznog sloja. Neuroni u različitim slojevima su povezani težinama i prijenosnim funkcijama. Kako bi se izračunale težine, tj. procijenile vrijednosti parametara u mreži, najčešće se koristi BP algoritam. Težine se iterativno ažuriraju, tj. korigoraju, sve dok postoji poboljšanje u funkciji cilja. Prosječna kvadratna pogreška (*MSE*) je najčešće korištena ciljna funkcija u neuronskim mrežama. Korištenjem Jordanove neuronske mreže problem predeterminiranosti modela može se riješiti uvažavajući načelo parsimonije. FNN i JNN predstavljaju redom nelinearni AR(p) i ARMA(p,q) model, iz čega proizlazi prednost JNN u odnosu na FNN, budući da je Jordanova neuronska mreža proširena za MA dio modela što nije slučaj kod jednosmjerne neuronske mreže. Uključivanje MA dijela postiže se manja prognostička pogreška, a da je pri tome smanjen broj inputa, tj. manji broj AR članova. Identifikacijom prikladne neuronske mreže u ovom doktorskom radu se nastoje predvidjeti inflatorna očekivanja u kratkom roku. **U tome leži fokus problema PH 2.**

Za razliku od prethodno navedenih istraživanja, ovo istraživanje će se ograničiti na usporedbu jednosmjerne neuronske mreže s Jordanovom neuronskom mrežom, koja se u dosadašnjim istraživanjima pogrešno primjenjivala, a i rijetko se koristila za predviđanje očekivane inflacije. Također, standardizirat će se način izbora svih elemenata strukture neuronske mreže s ciljem odabira prikladne neuronske mreže u konkretnom slučaju primjene. Potreba za standardizacijom postupka izbora prikladne neuronske mreže proizlazi iz činjenice da su neuronske mreže jako osjetljive na određene postavke o kojima ovise performanse neuronske mreže. Definirat će se inputi u skladu s ekonomskom teorijom koji će pridonijeti većoj protumačenosti i manjim greškama modela. Konačno, output neuronske mreže uključit će se kao input u preformulirani oblik Taylorovog pravila kako bi se ispitala konvergencija kamatnih stopa na razini euro zone.

Kako bi se testirala hipoteza PH 2 potrebno je usporediti prediktivne sposobnosti rekurentne i jednosmjerne neuronske mreže. U ovom doktorskom radu će se koristiti test koji su predložili Diebold i Mariano (DM, 1995) kako bi se testirala jednakost u prediktivnoj sposobnosti između dva modela.

1.4. Metode istraživanja

U radu se želi što točnije procijeniti očekivana inflacija pomoću prikladne neuronske mreže te ispitati postoji li konvergencija kamatnih stopa na razini euro zone. Euro zona se sastoji od država članica Europske Unije koje su usvojile Euro kao svoju valutu, a čini ukupno 19 zemalja (Austrija, Belgija, Cipar, Estonija, Finska, Francuska, Grčka, Irska, Italija, Latvija, Litva, Luksemburg, Malta, Nizozemska, Njemačka, Portugal, Slovačka, Slovenija i Španjolska). Empirijsko istraživanje se provodi na agregiranoj razini zemalja euro zone. S obzirom na navedeno, vremenski niz sadrži 217 opažanja, tj. koriste se mjesečni podaci od siječnja 1999. do siječnja 2017. godine. Mjesečni podaci za odabrane varijable su dostupni na stranicama ECB-a na agregiranoj razini. Na temelju prethodnih istraživanja o determinantama očekivane inflacije odabrane su varijable koje će se u ovom doktorskom radu koristiti kao inputi jednosmjerne i Jordanove neuronske mreže: inflacija iz prethodnog razdoblja, neto plaće, devizni tečaj te monetarni agregat M3. U ovom radu su izabrane determinante očekivane inflacije koje su najčešće zastupljene u empirijskim istraživanjima, a za razliku od ECB-a, koja isključivo koristi parametarski pristup, u ovom radu će se koristiti semi-parametarski pristup

koji se oslanja na povratnu neuronsku mrežu za kratkoročno predviđanje očekivane inflacije. Prednosti ovog metodološkog pristupa su navedene i detaljno opisane u drugom poglavlju.

Empirijsko istraživanje će se provesti pomoću programske potpore „*R*“. Prije samog istraživanja provest će se deskriptivna statistika varijabli korištenih u istraživanju, te će se prikazati grafički. Nadalje, testirat će se nelinearnost i normalnost varijabli standardnim ekonometrijskim testovima, na temelju kojih će se potvrditi potreba za primjenom neuronskih mreža u procjeni očekivane inflacije. Drugim riječima, u uvjetima kada su varijable nelinearno povezane i kad nisu normalno distribuirane, potrebno je primijeniti neuronske mreže, koje spadaju u neparametarske ili semi-parametarske prognostičke modele.

Nakon preliminarnog testiranja, definirat će se arhitektura neuronskih mreža koja će se koristiti u istraživanju, a koja se odnosi i na jednosmjernu i Jordanovu neuronsku mrežu. Naime, potrebno je definirati inpute, prethodnu transformaciju varijabli, način odabira skrivenih slojeva i neurona u skrivenom sloju, funkciju cilja i prijenosne funkcije, podjelu uzorka na treniranje, validaciju i testiranje, način definiranja početnih vrijednosti parametara i izbor stope učenja. Neke od parametara je potrebno fiksirati, dok će se istražiti na koji način promjena ostalih parametara utječe na performanse neuronskih mreža. Posebno će se istražiti problem predeterminiranosti modela što je u fokusu hipoteze PH 1.

Konačno će se usporediti performanse Jordanove neuronske mreže s jednosmjernom neuronskom mrežom korištenjem DM testa i informacijskih kriterija kako bi se dokazala hipoteza PH 2, a s ciljem dokazivanja glavne hipoteze istraživanja.

Odabirom prikladne neuronske mreže dobit će se inflatorna očekivanja koja će se koristiti kao input u preformuliranom obliku Taylorovog pravila s ciljem ispitivanja konvergencije kamatnih stopa na razini euro zone.

1.5. Očekivani znanstveno-spoznajni i aplikativni doprinosi istraživanja

Predložena tema doktorskog rada do sada, u ovom obliku, nije bila predmet istraživanja u domaćoj i inozemnoj znanstvenoj i stručnoj literaturi, a problematika koja se istražuje s aspekta neuronskih mreža je izuzetno važna. Osim toga, razvoju znanstvene misli u ovom području

pridonijet će empirijski rezultati primjene unaprijeđenog metodološkog pristupa u mjerenju i previđanju očekivane inflacije.

U ovom radu će se istražiti, analizirati, sistematizirati svi temeljni pojmovi i koncepti iz područja neuronskih mreža. Prethodno definirani problemi koji se pojavljuju korištenjem neuronskih mreža u ovom radu se žele istražiti i otkloniti. Korištenjem povratne Jordanove neuronske mreže nastojat će se riješiti problem predeterminiranosti modela i problem malog uzorka. Također, standardizirat će se postupak u identifikaciji strukture neuronske mreže kako bi se procijenjeni parametri mogli objasniti u ekonometrijskom smislu. Detaljno će se razjasniti koji se sve algoritmi mogu koristiti za procjenu težina neuronske mreže te s obzirom na njihove karakteristike predložiti prikladan algoritam. Nadalje, definirat će se prikladna prijenosna funkcija. Detaljno će se objasniti način testiranja nelinearnosti prije same procjene neuronskih mreža (*ex ante* pristup) iz čega će proizaći i sama potreba za primjenom neuronskih mreža u konkretnom slučaju.

Identifikacijom odgovarajuće strukture neuronske mreže na prikladan način se mogu predvidjeti kratkoročna inflatorna očekivanja koja su važna odrednica monetarne politike. Dodatno, Taylorovo pravilo će poslužiti i za ispitivanje konvergencije kamatnih stopa. Zato je s metodološkog stajališta cilj dobiti što točnije procjene inflatornih očekivanja koja će biti uključena u preformulirani oblik Taylorovog pravila, tj. cilj je definirati strukturu neuronske mreže koja će dati najmanju prognostičku pogrešku. Identifikacija strukture neuronske mreže koja daje najmanju prognostičku pogrešku se odnosi na izbor ključnih parametara, kao što su: skriveni neuroni, početne vrijednosti težina, uzorak podataka za treniranje, prijenosne funkcije, kako jednosmjerne tako i Jordanove neuronske mreže. Nakon izbora prikladne jednosmjerne i Jordanove neuronske mreže dodatno se analiziraju koja od njih ima bolju prediktivnu sposobnost pomoću DM testa i odabranih informacijskih kriterija.

Rješavanjem navedenih problema želi se dati metodološki doprinos u razvoju neuronskih mreža, objasniti na koji način se neuronske mreže mogu unaprijediti s ekonometrijskog stajališta te dati poticaj ostalim istraživačima za njihovu primjenu u analizi vremenskih nizova, naročito u uvjetima narušenih pretpostavki, tj. u uvjetima nelinearnosti i „nenormalnosti“. Postavljeni znanstveni ciljevi ovog doktorskog rada prvenstveno su usmjereni na širenje postojećih spoznaja o neuronskim mrežama i na unaprjeđenje metodologije u mjerenju očekivane inflacije koristeći semi-parametarski pristup.

1.6. Obrazloženje strukture rada

Doktorski rad se sastoji od šest poglavlja. Prvo poglavlje obuhvaća uvodna razmatranja koja se odnose na objašnjenje problema i predmeta istraživanja, svrhe i ciljeva istraživanja, hipoteza i metoda istraživanja kojima će se hipoteze dokazati ili opovrgnuti te očekivanog teorijskog i aplikativnog doprinosa istraživanja. Drugo poglavlje pruža uvid u prednosti i nedostatke neuronskih mreža naspram ostalih modela vremenskih nizova korištenih u empirijskim istraživanjima, te uvid u prednosti i nedostatke dviju osnovnih vrsta neuronskih mreža u analizi vremenskih nizova, jednosmjerne i povratne. Sistematizirat će se temeljni pojmovi, koncepti i istraživanja iz područja neuronskih mreža. Počevši od najjednostavnijih arhitektura neuronskih mreža, preko kompleksnijih, dolazi se do prikladne neuronske mreže za prognoziranje očekivane inflacije. Osim definiranja arhitekture neuronske mreže što uključuje izbor neurona u skrivenom sloju, odabir vrste prijenosnih funkcija, funkcije cilja i algoritma učenja, predlaže se rješenje problema divergencije izabranog algoritma učenja. Također se opisuju ekonometrijski testovi za testiranje normalnosti i linearnosti prije procjene neuronskih mreža iz čega proizlazi nužnost njihove primjene, te se definiraju pokazatelji prikladnosti neuronskih nakon procjene neuronskih mreža s ciljem dokazivanja hipoteza istraživanja. U trećem poglavlju se definira inflacija te daje sažeti pregled teorija inflacije. Objašnjava se zbog čega su inflatorna očekivanja važna te se daje pregled literature. Na temelju izabranog teorijskog modela proizlaze determinante očekivane inflacije korištene u ovom doktorskom radu. Četvrtim poglavljem se definira Taylorovo pravilo s obzirom da se inflatorna očekivanja dobivena kao output iz prikladne neuronske mreže uključuju kao input u preformulirani oblik Taylorovog pravila s ciljem analiziranja konvergencije kamatnih stopa u euro zoni. Također se daje pregled literature o Taylorovom pravilu i ispitivanju konvergencije kamatnih stopa. U petom poglavlju se objašnjavaju detalji empirijskog istraživanja pri čemu se nakon definiranja uzorka i metodologije istraživanja, deskriptivne statistike i testiranja osnovnih pretpostavki varijabli opisuje postupak identifikacije prikladne neuronske mreže u mjerenju očekivane inflacije. Posljednje, šesto poglavlje sadrži zaključna razmatranja o rezultatima istraživanja i novim znanstvenim spoznajama, ograničenja, implikacije istraživanja, te preporuke za daljnja istraživanja. Konačno, daje se popis obrađene literature, popis kratica, slika i tablica, prilozi te životopis doktorandice.

2. NEURONSKE MREŽE U ANALIZI VREMENSKIH NIZOVA

Većina modela vremenskih nizova koji se koriste u empirijskim istraživanjima su **linearni stohastički modeli**. Međutim, u vremenima turbulentnih događanja i čestih promjena pretpostavka linearnosti je narušena. Najčešći uzroci narušavanja pretpostavke linearnosti su: strukturni lomovi (engl. *structural breaks*), netipične vrijednosti (engl. *outliers*), promjene režima (engl. *regime switching*) i asimetrija informacija. Strukturni lomovi se mogu objasniti promjenama u makroekonomskom okruženju, promjenama fiskalne ili monetarne politike. Ako je utjecaj na promjenu kretanja vremenskog niza jednokratan tada se pojavljuje netipična vrijednost, a ako je utjecaj promjene trajan tada strukturni lom predstavlja trajnu promjenu u kretanju vremenskog niza, odnosno promjenu u režimu. Poznato je da financijski vremenski nizovi (tečajevi valuta, kamatne stope, prinosi dionica, itd.) pokazuju asimetrično ponašanje. Na primjer visoki negativni prinosi se pojavljuju češće nego visoki pozitivni prinosi. Visoki negativni prinosi su često uvod u periode povećane volatilnosti, dok za visoke pozitivne prinose to ne vrijedi (Franses i van Dijk, 2003). Stoga, negativne informacije više utječu na volatilnost prinosa nego pozitivne informacije. Također, monetarna politika ima asimetričan utjecaj na realnu ekonomsku aktivnost tako da restriktivna monetarna politika usporava rast BDP-a za veći stupanj nego što ga ekspanzivna monetarna politika stimulira (Tkacz i Hu, 1999). Asimetrija informacija je u tom smislu također uzrok nelinearnosti u kretanju ekonomskih vremenskih nizova. Osim toga, poslovni ciklusi, mjereni različitim indikatorima kao što su na primjer industrijska proizvodnja, investicije i nezaposlenost, pokazuju značajnu asimetriju tako da su faze kontrakcije kratke i duboke za razliku od faza ekspanzije gospodarstva (Vávra, 2013). Linearni modeli vremenskih nizova su osjetljivi na spomenute uzroke nelinearnosti (Bahovec i Erjavec, 2009) čije su posljedice nedovoljna objašnjenost kretanja ekonomskih i financijskih pojava. Također, utjecaji između promatranih varijabli su prividni, procjene parametara mogu biti pogrešnog predznaka, tj. nisu nepristrane, standardne pogreške parametara su netočne, a greške relacije nisu identično i nezavisno distribuirane slučajne varijable, tj. narušena je pretpostavka *i.i.d.* (engl. *independent and identically distributed random variables*) te je stoga prognoziranje procijenjenim linearnim modelom nepouzdano. Konačno, pogrešna specifikacija modela može dovesti do pogrešnih odluka, ne samo aktera monetarne ili fiskalne politike, nego i individualnih i institucionalnih investitora na financijskim tržištima.

Iz navedenih razloga se analiziraju **nelinearni stohastički modeli vremenskih nizova**. U različitim vremenskim razdobljima ekonomski i financijski vremenski nizovi mogu imati

različita svojstva (Franses i van Dijk, 2003): vremenski nizovi su integrirani prvog reda, tj. nisu stacionarni, varijanca niza je promjenjiva, tj. nije konstantna, utjecaji „šokova“ na vremenski niz su permanentni, vrijednosti vremenskog niza su visoko autokorelirani, vrijednosti vremenskog niza se ne vračaju na svoju prosječnu razinu. S obzirom da se modeli nelinearnih vremenskih nizova prilagođavaju svojstvima podataka koja ne mogu biti obuhvaćena linearnim modelima, oni su često bolji od linearnih modela u opisivanju utjecaja između promatranih varijabli te u prognoziranju ekonomskih pojava u budućem periodu.

Stoga, uzroci nelinearnosti mogu biti različiti, a posljedica toga je što empirijski rezultati primjene linearnih stohastičkih modela vremenskih nizova u uvjetima nelinearnosti nisu vjerodostojni te nisu metodološki opravdani. Također, varijable čiji se utjecaj istražuje, često nisu normalno distribuirane. Uzroci tome su isti uzroci nelinearnosti što se pokazalo u većini empirijskih istraživanja (Hwarng, 2001; Hwarng i Ang, 2001; Zhang, 2003; Ghiassi et al, 2005; Palmer et al, 2006). Budući da izbor jednostavnog slučajnog uzorka zahtjeva da su slučajne varijable identično i nezavisno distribuirane, ova osnovna pretpostavka je narušena u uvjetima nelinearnosti i „nenormalnosti“ promatranih varijabli. Navedeni metodološki problemi u analiziranju utjecaja između varijabli, koje se predočuju kao vremenski nizovi, se dijelom mogu riješiti primjenom modela nelinearnih vremenskih nizova. Prednost nelinearnih modela u odnosu na linearne se ogleda u tome što su parametri modela promjenjivi u vremenu. Kod linearnih modela procjena parametra je procjena jednim brojem za cijelo razdoblje promatranja, tj. na čitavom uzorku. Kod nelinearnih modela može se dobiti više procjena istog parametra na cijelom uzorku podataka. S ekonometrijskog stajališta najčešće se analiziraju modeli promjenjivog režima koji upravo omogućavaju procjenu različitih utjecaja između varijabli u različitim vremenskim razdobljima, pri čemu se različitost utjecaja odnosi na različiti intenzitet i/ili smjer utjecaja. Najčešće korišteni nelinearni modeli su TAR model (engl. *Threshold Autoregressive model*), STAR model (engl. *Smooth Transition Autoregressive model*), Markovljev model promjenjivog režima (engl. *Markov-Switching model*). Postoje i drugi modeli koji su modifikacija predloženih modela. Osim navedenih prednosti nelinearnih modela vremenskih nizova, postoje i nedostaci koji se ogledaju u tome da se unaprijed mora pretpostaviti funkcionalni oblik nelinearnosti, kao i stanja režima s obzirom na utvrđeni prag (engl. *threshold*), te svojstvo da vremenski nizovi, između kojih se utjecaj analizira, moraju biti stacionarni, a greške relacije normalno distribuirane. Navedeni nedostaci se mogu otkloniti primjenom neparametarskog, tj. semi-parametarskog pristupa u analizi vremenskih nizova.

Parametarski modeli su u potpunosti određeni u smislu definiranog funkcionalnog oblika povezanosti između varijabli. Takve modele lako se može tumačiti i mogu se točno procijeniti, ako su temeljne pretpostavke zadovoljene. Međutim, ako temeljne pretpostavke nisu zadovoljene onda procjene parametara mogu biti nekonzistentne i stvoriti pogrešnu ili prividnu sliku o povezanosti između varijabli. Kod neparametarskih modela ograničavajuća pretpostavka o funkcionalnom obliku povezanosti između varijabli ne postoji. Semi-parametarski modeli kombiniraju elemente parametarskih i neparametarskih modela. Zadržavaju svojstvo parametarskih modela u jednostavnosti interpretacije parametara te određenu fleksibilnost neparametrijskih modela (Härdle et al, 2004). Jedan od neparametarskih (semi-parametarskih) pristupa u prognoziranju vremenskih nizova oslanja se na modele neuronskih mreža.

Neuronske mreže (engl. *neural network* - NN) se najčešće u empirijskim istraživanjima promatraju kao neparametarski modeli, s općeprihvaćenim svojstvom da su neuronske mreže: „univerzalni aproksimator bilo kojeg funkcionalnog oblika povezanosti između promatranih varijabli“ (Tal, 2003). Međutim, često istraživači nemaju dovoljnih spoznaja o složenosti neuronskih mreža pa se oslanjaju na strukture onih mreža koje se određuju automatski s unaprijed zadanim postavkama. Takav pristup je metodološki neopravdan s ekonometrijskog stajališta. Zato će se nastojati objasniti na koji način se neuronske mreže mogu koristiti kao ekonometrijski alat u prognoziranju nelinearnih vremenskih nizova. Zastupljenost neuronskih mreža kao ekonometrijskog alata u praktičnim primjenama je danas vrlo rijetka.

Široka lepeza statističkih i ekonometrijskih modela i metoda, kao što su linearna regresija, vektorski autoregresijski model, sustav simultanih jednadžbi, diskriminacijska analiza, klaster analiza, panel modeli i sl., može biti specificirana modificirajući prijenosne funkcije i/ili strukturu mreže (broj skrivenih slojeva, broj neurona i sl.) te se može prilagoditi bilo diskretnim ili kontinuiranim varijablama. Neuronske mreže se u tom kontekstu mogu promatrati kao alternativni modeli ili kao prošireni modeli već postojećih modela (Kuan i White, 1994). Dakle, u širem smislu se neuronske mreže najčešće koriste za predviđanje ili klasifikaciju. Međutim, u ovom doktorskom radu se neuronske mreže promatraju u užem smislu kao semi-parametarska metoda te se koriste isključivo za prognoziranje vremenskih nizova. U analizi vremenskih nizova mnoga istraživanja koriste neuronske mreže na simuliranim podacima (Gençay i Liu, 1997; Hwarng, 2001; Hwarng i Ang, 2001; Gupta et al., 2005) ili tradicionalno korištenim bazama podataka iz M3 natjecanja kao što su podaci o putnicima u zračnom prijevozu (engl.

airline data), o broju zatočenih riseva (engl. *Canadian lynx*), o broju sunčanih pjega (engl. *sunspot data*) i sl. (Tang et al., 1991; Balkin, 1997; Faraway i Chatfield, 1998; Ho et al., 2002; Mańdziuk i Mikołajczak, 2002; Zhang, 2003; Ghiassi et al., 2005; Medeiros et al., 2006; Zhang i Kline, 2007; Hamzaçebi, 2008). U dosadašnjim istraživanjima su se neuronske mreže koristile u predviđanju izrazito volatilnih i fluktuirajućih financijskih varijabli koje je teško predvidjeti standardnim statističkim i ekonometrijskim metodama i modelima kao što su devizni tečajevi (Kuan i Lui, 1995; Dunis i Williams, 2002; Rech, 2002; Zhang, 2003; Chaudhuri i Ghosh, 2016), kamatne stope (Täppinen, 1998; Abid i Ben Salah, 2002; Dedi et al., 2011; Aljinović i Poklepović, 2013), prinosi dionica i/ili kretanje burzovnih indeksa (Zekić-Sušac, 2000; Rech, 2002; Zekić-Sušac i Kliček, 2002; Kim et al., 2004; Medeiros et al., 2006; Ortega, 2012; Wang et al., 2016), volatilnost (Donaldson i Kamstra, 1997; Bildirici i Ersin, 2009; 2012; 2014; Bektipratiwi i Irawan, 2011; Mantri et al., 2010; 2012; Arnerić et al., 2014; Arnerić i Poklepović, 2016). Jednim dijelom su se primjenjivale kod makroekonomskih varijabli kao što je ekonomski rast (Gonzales, 2000; Qi, 2001; Tkacz, 2001; Rech, 2002; Jagrič, 2003; Teräsvirta et al., 2005; Aminian et al, 2006), industrijska proizvodnja (Rech, 2002; Aminian et al, 2006; Teräsvirta et al., 2005; Larrain, 2007), nezaposlenost (Rech, 2002; Teräsvirta et al., 2005; Teräsvirta et al., 2008), monetarni agregati (Rech, 2002; Teräsvirta et al., 2005) i inflacija (Moshiri et al., 1999; Moshiri i Cameron, 2000; Rech, 2002; McNelis i McAdam, 2004; Binner et al., 2004; 2005; 2006; 2007; Teräsvirta et al., 2005; Choudhary i Haider, 2008; Al-Maqaleh et al., 2016). Primjena neuronskih mreža u makroekonomiji je u začetku te nema mnogo relevantnih istraživanja u tom području primjene, iako većina istraživanja pokazuje bolje performanse neuronskih mreža naspram ostalih ekonometrijskih modela (Tang et al., 1991; Kuan i Liu, 1995; Balkin, 1997; Täppinen, 1998; Tkacz i Hu, 1999; Gonzales, 2000; Moshiri i Cameron, 2000; Tkacz, 2001; Abid i Salah, 2002; Zhang, 2003; Binner et al., 2005; Aminian et al., 2006; Medeiros et al., 2006; Larrain, 2007; Teräsvirta et al., 2008; Choudhary i Haider; 2008; Bektipratiwi i Irawan, 2011; Mantri et al, 2012; Bildirici i Ersin, 2009; 2012; 2014; Arnerić et al., 2014; Arnerić i Poklepović, 2016), a tek nekoliko istraživanja ukazuje na različite performanse neuronskih mreža u predviđanju na dugi i kratki rok. Kratkoročne prognoze pomoću neuronskih mreža su preciznije u odnosu na ostale linearne ili nelinearne modele (Moshiri et al., 1999; Moshiri i Cameron, 2000; Ho et al., 2002; Binner et al., 2004; Teräsvirta et al, 2005; Medeiros et al., 2006; Binner et al., 2006). Postoje istraživanja koja ne daju točan odgovor o statistički značajno boljim performansama neuronske mreže naspram ostalih modela (Faraway i Chatfield, 1998; Medeiros et al., 2006), dok s druge strane postoje i ona koja dokazuju bolje performanse ostalih modela u odnosu na neuronske mreže (Rech, 2002;

Teräsvirta et al., 2005; Teräsvirta et al., 2008; Claveria i Torra, 2014). Međutim, primjena neuronskih mreža u analizi vremenskih nizova je u začetku, te se postavlja pitanje koliko su rezultati iz dosadašnjih istraživanja pouzdani i vjerodostojni s obzirom da se zanemaruje problem predeterminiranosti strukture neuronske mreže. Problem predeterminiranosti će se detaljno objasniti u podpoglavlju 2.2.1.

U ovom doktorskom radu će se neuronske mreže promatrati u užem smislu kao semi-parametarska metoda u modeliranju i prognoziranju vremenskih nizova kada je funkcionalni oblik povezanosti između inputa i outputa nepoznat, te će se koristi nadgledano učenje. Kada se broj skrivenih slojeva i skrivenih neurona fiksira, neuronska mreža postaje semi-parametarska metoda s obzirom da ne pretpostavlja specifičan funkcionalni oblik (kao što je potrebno kod parametarskih metoda), ali ne može aproksimirati bilo koju arbitrarno kompleksnu funkciju (kao što je slučaj kod neparametarskih modela). Dokazi da su neuronske mreže „univerzalni aproksimator bilo kojeg funkcionalnog oblika povezanosti između promatranih varijabli“, zahtijevaju proizvoljno veliki broj neurona, koji nisu zadani unaprijed. Kombinirajući prednosti parametarskog i neparametarskog pristupa kroz semi-parametarski pristup, pomoću neuronskih mreža želi se istražiti je li moguće postići manju prognostičku pogrešku u odnosu na uobičajene ekonometrijske linearne i/ili nelinearne modele vremenskih nizova, uvažavajući načelo parsimonije. Ovakav pristup je relativno nov i nedovoljno istražen u analizi vremenskih nizova.

2.1. Prednosti i nedostaci neuronskih mreža

Neuronske mreže se danas koriste za modeliranje i prognoziranje u brojnim znanostima. Unatoč tome što se većinom koriste u informatici, fizici, robotici i drugim tehničkim znanostima, našle su svoj put i u društvenim istraživanjima. Posljednjih godina se sve više koriste u ekonomiji, posebno u analizi financijskih vremenskih nizova. Naročito se koriste za predviđanje cijena dionica, deviznih tečajeva, kamatnih stopa, cijena opcija i sl. Glavni razlog njihove popularnosti leži u tome što se neuronskim mrežama može aproksimirati bilo koji nelinearni funkcionalni oblik povezanosti s visokom preciznošću. Stoga, primjenjujući neuronske mreže u analizi vremenskih nizova moguće je obuhvatiti izrazitu nelinearnost, karakterističnu upravo za vremenske nizove, te posljedično pružiti superiornu točnost u odnosu na linearne modele vremenskih nizova, bez potrebe konstruiranja specifičnog parametarskog modela. Osim vidljivih prednosti neuronskih mreža, one imaju i nedostatke. Naime, parametre modela je teško

interpretirati. Također, procijenjena neuronska mreža ne daje nužno informacije o tipu parametarskog modela vremenskih nizova koji bi bio prikladan za opisivanje funkcionalni oblik povezanosti. Zbog ovih nedostataka se često smatraju „crnom kutijom“ (engl. *black box*). Osim toga, superiorne performanse neuronskih mreža na uzorku za treniranje, ne moraju značiti ujedno i superiornost u predviđanju na novim podacima. Stoga je još jedan problem potrebno uočiti, a to je problem predetermineranosti modela. Povećavajući fleksibilnost modela, moguće je dobiti skoro savršeno prilagođavanje podacima unutar uzorka. Tako neuronske mreže mogu „naučiti“ i suviše iregularne i nepredvidljive obrasce kretanja te stoga biti manje korisne za predviđanje, a što je upravo njihova svrha. Dosadašnja empirijska istraživanja je potrebno uzeti s dozom opreza. Naime, rezultate istraživanja je ponekad nemoguće evaluirati s obzirom da ne postoje jasno definirani standardi provođenja istraživanja i izvještavanja njihovih rezultata. Istraživači često provode istraživanja na različite načine te ne daju dovoljno informacija o samim detaljima istraživanja. Također, koriste različite kriterije za definiranje prikladne neuronske mreže. Unatoč tome, daju opće smjernice u odabiru parametara neuronske mreže za pojedine aplikativne probleme.

Prednosti neuronskih mreža

Neuronske mreže ne zahtijevaju nikakvu pretpostavku o obliku distribucije zavisnih varijabli u modelu. Za razliku od tradicionalnih regresijskih modela vremenskih nizova i njihovih inačica, model neuronske mreže ne ovisi o unaprijed definiranom matematičkom funkcionalnom obliku povezanosti između zavisnih i nezavisnih varijabli. Međutim, slično kao u tradicionalnim modelima, nužno je uključiti nezavisne varijable koje najbolje opisuju ili predviđaju zavisnu varijablu.

Neuronske mreže se prilagođavaju bilo kakvom funkcionalnom obliku s visokim stupnjem točnosti pretpostavljajući dovoljan broj skrivenih neurona. Neuronske mreže su fleksibilne te se mogu usporediti sa širokom paletom statističkih i ekonometrijskih modela, od višestruke regresije, logističke regresije, nelinearnih regresijskih modela, modela vremenskih nizova, neparametarskih modela do modela za klasifikaciju, dajući preciznije procjene. Dodajući više skrivenih neurona u arhitekturu neuronske mreže povećava se razina točnosti u procjenjivanju iznimno kompleksnih nelinearnih funkcija ako su zadovoljeni preduvjeti dovoljne veličine uzorka i dovoljnog vremena za računanje u mreži.

Neuronske mreže daju preciznije procjene od tradicionalnih regresijskih modela i modela za klasifikaciju, a upravo je i glavni cilj ovih modela stvaranje točnih predviđanja i klasifikacija. S točnijim predviđanjima se mogu donijeti bolje (poslovne) odluke koje će doprinijeti povećanju očekivanog profita ili smanjenju očekivanih gubitaka.

Transformacija podataka utječe na tradicionalne regresijske modele više nego na modele neuronskih mreža u dostizanju bolje prilagodbe podataka. Razlog tomu je što neuronske mreže koriste nelinearne prijenosne funkcije. Također, prikladna transformacija kako inputa tako i outputa je često potrebna kako bi se ubrzala konvergencija u iterativnom procesu te kako bi se poboljšala generalizacija mreže.

Kod tradicionalnih regresijskih modela često postoji problem multikolinearnosti. Problem multikolinearnosti postoji ako su nezavisne varijable u modelu visoko korelirane. Ako matrica nezavisnih varijabli ($\mathbf{X}$) nije punog ranga, to znači da su stupci matrice $\mathbf{X}$ linearno zavisni. U tom slučaju postoji problem invertiranja matrice $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ u okviru metode najmanjih kvadrata, pa sustav jednadžbi nema rješenje. Problem multikolinearnosti će kod tradicionalnih regresijskih modela dovesti do povećanih vrijednosti standardnih pogrešaka i nerealno malih vrijednosti testovnih veličina ili će dovesti do pristranosti procijenjenih parametara. Stoga, na temelju takvih modela statističko donošenje zaključaka nije ispravno. Neuronske mreže daju dobre procjene parametara čak i ako postoji multikolinearnost među nezavisnim varijablama zbog mogućnosti korištenja različitih algoritama učenja koji ne zahtijevaju invertiranje matrice $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$. Naime, postoje algoritmi učenja prvog i drugog reda koji će detaljnije biti objašnjeni u potpoglavljima 2.3.1.-2.3.3. Algoritam učenja prvog reda zahtjeva u svakoj iteraciji izračun gradijenta, tj. vektora prvih derivacija funkcije cilja s obzirom na matricu težina. S druge strane, algoritam učenja drugog reda zahtjeva u svakoj iteraciji izračun Hesseove matrice, tj. matrice drugih derivacija funkcije cilja s obzirom na matricu težina. Stoga, multikolinearnost može utjecati na brzinu algoritma učenja, tj.na performanse algoritma učenja te spore konvergencije. Unatoč tomu, broj parametara u modelu je potrebno ograničiti, te je uvijek dobro identificirati i eliminirati visoko korelirane inpute unaprijed kako bi neuronska mreža što točnije procijenila nepoznate parametre.

Nedostaci neuronskih mreža

Jedna od najvećih kritika neuronskih mreža je u neobjašnjivosti procijenjenih parametara ako se koriste kao neparametarska metoda. Za razliku od tradicionalnih regresijskih modela, kod neuronskih mreža se procijenjeni parametri između inputa i skrivenog sloja ne mogu objasniti zbog standardizacije (normalizacije) inputa, postojanja skrivenih neurona i pripadajućih nelinearnih prijenosnih funkcija. Stoga, parametri između skrivenog sloja i outputa ne objašnjavaju stupanj ili smjer povezanosti inputa i outputa. Također, značajnost inputa se ne ispituje na uobičajeni način pomoću statističkih testova, iako se može zaključiti da nezavisna varijabla nije značajna ako su vrijednosti težina između ulaznog i skrivenog sloja blizu nule. Jedan način za mjerenje važnosti inputa u modelu neuronske mreže je u promatranju povećanja greške modela eliminiranjem inputa iz modela. Druge metode uključuju čišćenje inputa (engl. *input pruning*) ili analizu osjetljivosti.

Ne postoji jedinstveni algoritam koji se primjenjuje za izračun parametara u modelu neuronske mreže te ne postoji jamstvo da će algoritam konvergirati ka minimumu greške u određivanju najboljeg modela. Ovaj problem je posebno izražen ako vektor početnih težina nije blizu stvarnih vrijednosti ili kada na nelinearnoj površini greški modela postoji više točki prijevoja (engl. *saddle points*), tj. više lokalnih minimuma i maksimuma, koji nastaju zbog prevelikog broja parametara koji se procjenjuju, a što dovodi do problema predeterminiranosti. Dakle, više je algoritama učenja, a općeprihvaćen je BP algoritam.

Neuronske mreže daju najbolje rezultate kada postoji veliki broj podataka jer ponekad zbog malog uzorka neuronska mreža neće dati dobra predviđanja. Veliki broj podataka je potreban da bi se uzorak podijelio na tri poduzorka, uzorak za treniranje, validaciju i testiranje, te kako bi se upotrijebio iterativni algoritam u neuronskoj mreži za procjenu parametara modela. Naime, u modelu neuronske mreže potrebno je podijeliti uzorak na dio za treniranje i validaciju u mreži (engl. *in-the-sample*) te na dio koji je u trenutku procjene parametara ostavljen sa strane, tj. uzorak za testiranje (engl. *out-of sample*) s ciljem procjene točnosti predviđanja modela neuronske mreže na novim podacima. U empirijskim istraživanjima nije definirana standardizirana metoda podjele uzorka na dio za treniranje, validaciju i testiranje.

Znatna količina vremena i memorije je ponekad potrebna za procjenu parametara neuronske mreže, naročito ako početne vrijednosti parametara nisu dobra aproksimacija stvarnih parametara te ako se želi procijeniti izrazito nelinearna funkcija.
Trenutno ne postoje formalni dijagnostički testovi za provjeru prikladnosti neuronse mreže i mjerenje važnosti inputa u modelu neuronske mreže.

Ne postoji jedinstveni način za odabir varijabli u modelu. Naime, kao i kod tradicionalnih regresijskih modela, preciznost u neuronskoj mreži ovisi o prikladnom odabiru inputa. Standardne metode odabira varijabli u regresijskom modelu, kao što su *stepwise, backward, forward* za model neuronske mreže ne postoje. Međutim, postoji druga metoda, tzv. čišćenje inputa ili analiza osjetljivosti, pri čemu se postepeno uklanjaju inputi iz modela kako bi se smanjila kompleksnost modela promatrajući pritom utjecaj na grešku modela. Postepeno uklanjanje inputa sve dok se ne postigne minimalna pogreška modela odgovara backward metodi izbora nezavisnih varijabli. S druge strane odabir prevelikog broja skrivenih neurona također utječe na pogrešku modela te dovodi do problema predeterminiranosti.

Ne postoji standardizirana metoda za odabir prikladnog broja skrivenih neurona. Osnovna strategija odabira arhitekture neuronske mreže je fiksiranje broja inputa te iterativno dodavanje broja skrivenih neurona u model sve dok postoji poboljšanje u selekcijskim kriterijima. Selekcijski kriteriji mogu se poistovjetiti s uobičajenim informacijskim kriterijima koji se koriste pri odabiru najprikladnijeg ekonometrijskog modela u konkretnom slučaju primjene.

Ne postoji jedinstvena metoda za inicijalizaciju neuronske mreže, tj. za izbor početnih vrijednosti parametara (težina) u modelu neuronske mreže. Ako su početne vrijednosti težina podešene relativno blizu stvarnim vrijednostima parametara algoritam učenja će dati točnije procijene.

Model neuronske mreže ovisi o točno postavljenoj prijenosnoj funkciji, a ciljna funkcija ovisi o načinu mjerenja zavisne varijable u modelu.

Na temelju svega navedenog, postoji mnogo postavki u neuronskoj mreži koje je potrebno podesiti kako bi procijenjeni model imao dobre prediktivne sposobnosti. Naime, konačni cilj za bilo koju neuronsku mrežu nije samo mala vrijednost srednje kvadratne pogreške (engl. *mean squared error* - MSE), nego mogućnost neuronske mreže da precizno i konzistentno procjenjuje

output $\hat{y}$ koji ne odstupa od ciljne vrijednosti y. Mala vrijednost MSE pokazuje da je pronađen skup parametara s malom greškom na uzorku za treniranje, međutim, to nije dovoljan uvjet za dobro predviđanje. Drugim riječima, neuronska mreža s malom vrijednosti MSE je dobro naučila uzorak za treniranje, ali možda nije izgradila dobar procjenitelj g' za osnovno preslikavanje g. Naime, prijenosne funkcije, inputi, skriveni neuroni pa time i težine mreže moraju biti dovoljno raznoliki i brojni kako bi dozvolili konstruiranje funkcije g' koja se s visokom razinom preciznosti podudara s g, uzorak za treniranje mora sadržavati dovoljno informacija što znači da mora biti dovoljno velik kako bi reprezentirao strukturu osnovnog preslikavanja te konačno algoritam učenja mora pronaći skup parametara (težina) koji proizvode dobar procjenitelj g'.

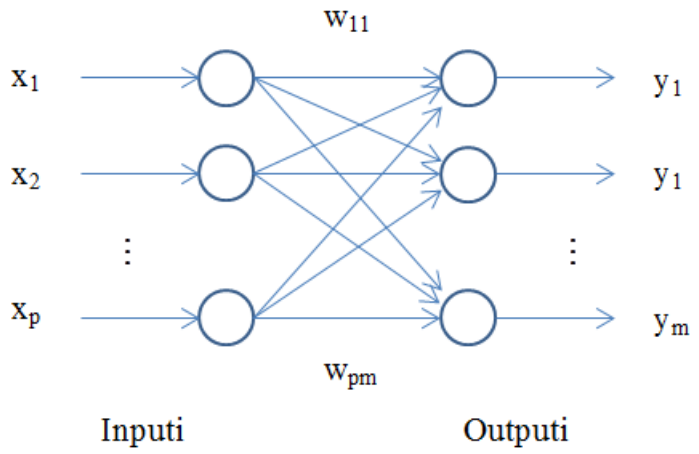
Jedno od glavnih pitanja vezano uz performanse višeslojne jednosmjerne neuronske mreže je njihova mogućnost prilagodbe proizvoljnim funkcijama. Postavlja se pitanje da li je moguće, za bilo koju funkciju $\mathbf{g}$ koja preslikava realne vektore uzoraka iz *n*-dimenzionalnog prostora u realne uzorke u *m*-dimenzionalnom prostoru, $\mathbf{g}: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$, implementirati višeslojnu jednosmjernu neuronsku mrežu. Pri tom je funkcija $\mathbf{g}$ nepoznata te se u praksi mora procijeniti pravilom učenja koje rezultira nizom preslikavanja $\{\mathbf{g}^n\}$ iz prostora vjerojatnosti koristeći konačni skup opažanja $\{\mathbf{x}^n, \mathbf{y}^n \mid n = 1,2,...,N\}$. Također, ako se može dobro procijeniti funkcija preslikavanja $\mathbf{g}$, potrebno je znati broj skrivenih slojeva, broj neurona te tip prijenosnih funkcija, kao i vrstu ograničenja na funkciju preslikavanju $\mathbf{g}$. Pokazalo se da višeslojne jednosmjerne neuronske mreže s jednim ili više skrivenih slojeva s izglađenim prijenosnim funkcijama mogu precizno procijeniti (aproksimirati) proizvoljnu funkciju i njene derivacije (Hornik et al., 1990).

2.2. Razvoj neuronskih mreža

Povijest neuronskih mreža započinje 1950-ih i 1960-ih godina. Iako su neuronske mreže koje su tada razvijane i istraživane bile vrlo jednostavne, najčešće s jednim slojem, rezultati ovih istraživanja su utrli put mnogo kompleksnijim arhitekturama neuronskih mreža. McCulloch i Pitts (1943) smatraju se pionirima neuronskih mreža, nakon kojih istraživači kao Hebb (1949), Rosenblatt (1958, 1959) i Widrow (1959, 1960) razvijaju neuronske mreže i polažu temelje za razvoj današnjih neuronskih mreža (prema Patterson, 1995; Warner i Misra, 1996). Prve neuronske mreže su perceptron i ADALINE, a nakon njih nastaju povezujuće mreže koje su postavile temelje za daljnji razvoj neuronskih mreža.

2.2.1. Jednostavni perceptron

Jednostavni perceptron je uveo psiholog Frank Rosenblatt 1950-ih godina. Originalno je perceptron bio dvoslojna jednosmjerna mreža, pri čemu su inputi $x_1, x_2, ..., x_p$, outputi $y_1, y_2, ..., y_m$ binarne varijable (0 ili 1) dok su težine w_{ij} realni brojevi (Slika 2.1.).



Slika 2.1. Mreža jednostavnog perceptrona
Izvor: izradila autorica prema Patterson (1995)

Osnovno pravilo učenja zahtjeva promjenu težina samo kada postoji pogreška između izračunatih (očekivanih) i ciljnih (stvarnih) outputa mreže. Ako je izračunati output 1 i treba biti 1, ili ako je output 0 i treba biti 0, tada se težine ne korigiraju. Međutim, ako je output 0, a treba biti 1, dolazi do povećanja vrijednosti težina i suprotno, ako je output 1, a treba biti 0, potrebno je smanjiti vrijednosti težina iz ulaznog sloja. Povećanje ili smanjenje vrijednosti

težina je najčešće proporcionalno umnošku pogreške i inputa. Ako matricu težina označimo s $\mathbf{W}$ tada se algoritam učenja može sažeto zapisati kao:

$$\mathbf{W}^{novi} = \mathbf{W}^{stari} + \Delta\mathbf{W} \tag{2.1a}$$

pri čemu je $\Delta\mathbf{W}$ promjena matrice težina s elementima

$$w_{ij}^{novi} = w_{ij}^{stari} + \Delta w_{ij} \tag{2.1b}$$

Promjene težina Δw_{ij} koje povezuju *i*-ti input $(i = 1,2,...,p)$ s *j*-tim outputom $(j = 1,2,...,m)$ se računaju prema pravilu:

$$\Delta w_{ij} = \eta\left(y_j^n - \hat{y}_j^n\right)x_i^n \tag{2.2}$$

pri čemu je η stopa učenja (engl. *learning rate*), razlika $y_j^n - \hat{y}_j^n$ je pogreška, tj. odstupanje ciljnog ili stvarnog outputa y_j^n (engl. *target*) od očekivanog ili procijenjenog outputa $\hat{y}_j^n$ (engl. *output*) *j*-tog neurona, a x_i^n je *i*-ti input za *n*-ti uzorak za treniranje. Prema pravilu (2.2) težine w_{ij} se korigiraju u svakom sjedećem koraku $k+1$ prema:

$$\begin{aligned}
&w_{ij}(k+1) = w_{ij}(k) + \eta x_i && \text{ako je output 0 a treba biti 1,}\\
&w_{ij}(k+1) = w_{ij}(k) - \eta x_i && \text{ako je output 1 a treba biti 0,}\\
&w_{ij}(k+1) = w_{ij}(k) && \text{ako je output točan (nema promjene), ili}\\
&w_{ij}(k+1) = w_{ij}(k) + \eta\left(y_j - \hat{y}_j\right)x_i && \text{općenito.}
\end{aligned} \tag{2.3}$$

pri čemu je uklonjen *n* iz eksponenta radi prikladnosti zapisivanja. Stopa učenja je određena koeficijentom $\eta > 0$. Ako je η veoma mala, učenje će biti sporo, ali stabilno. Ako je η velika, učenje može biti brzo, ali može rezultirati težinama koje osciliraju oko vrijednosti potrebnih za dobivanje točnog outputa za cijeli uzorak treniranja.

Outputi $\hat{y}_j$ perceptrona su dani prijenosnom funkcijom f, pri čemu:

$$y_j = f\left(net_j\right) = \begin{cases} 1 & ako\ je\ net_j > 0 \\ 0 & inače \end{cases} \tag{2.4}$$

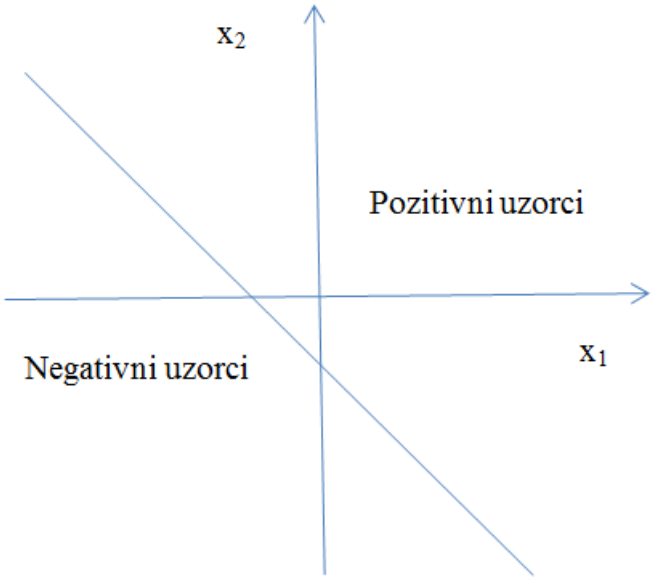
pri čemu je net_j linearna kombinacija vrijednosti inputa za svaki output, tj.

$$net_j = \sum_{i=1}^{p} w_{ij}x_i \tag{2.5a}$$

Kasnije su uvedene neke modifikacije ovog jednostavnog modela perceptrona kao što su: mogućnost da inputi i outputi modela budu bipolarne (-1, 1) ili realne varijable, mogućnost da outputi imaju inpute s fiksnim vrijednostima (npr. 1) koji predstavljaju konstantni član (engl. *bias*), te da prijenosne funkcije mogu imati parametar praga θ takav da vrijedi:

$$net_j = \sum_{i=1}^{p} w_{ij} x_i - \theta \tag{2.5b}$$

Rosenblatt je zaslužan za jedno od najvećih dostignuća u neuronskim mrežama dokazivanjem teorema konvergencije za prethodno predstavljeni algoritam učenja. Naime, prema tom teoremu ako postoji skup parametara koji točno klasificiraju (linearno odvojivi) konačni uzorak za treniranje tada će algoritam učenja pronaći skup težina $\mathbf{W}^*$ u konačnom broju iteracija. Međutim, u većini slučajeva primjene ne postoji takav skup težina. Perceptron ne može pronaći težine koje točno klasificiraju probleme koji nisu linearno odvojivi (engl. *linearly separable*). Skupovi u dvodimenzionalnom prostoru su linearno odvojivi ako sve točke u skupovima mogu biti odvojene ravnom linijom, tj. općenito skupovi u *p*-dimenzionalnom prostoru su linearno odvojivi ako postoji hiperravnina (engl. *hyperplane*) dimenzije *p*-1 koja odvaja skupove.



Slika 2.2. Linearno odvojivi skupovi u odnosu na liniju razgraničenja
Izvor: izradila autorica prema Patterson (1995)

Na primjer, za zadane inpute x_1 i x_2, te konstantni član inputa od 1,

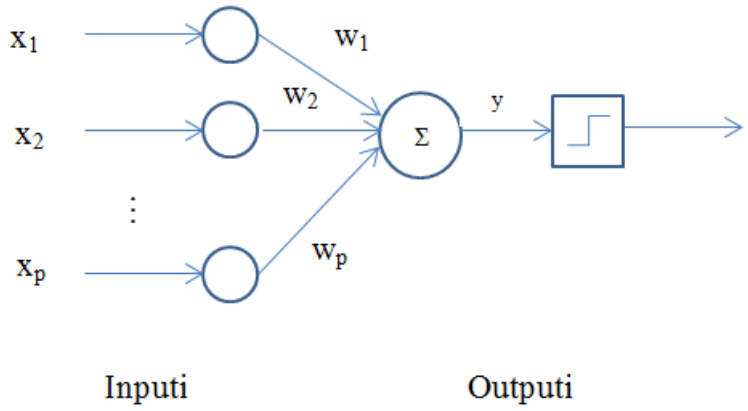
$$net = w_0 1 + w_1 x_1 + w_2 x_2 \tag{2.6}$$

daje jednadžbu pravca $x_2 = -\frac{w_0}{w_2} - \frac{w_1}{w_2} x_1$ s konstantnim članom $-\frac{w_0}{w_2}$ i koeficijentom smjera $-\frac{w_1}{w_2}$. Uzorci koji daju pozitivne vrijednosti mreže (engl. *net*) iz jednadžbe (2.6) leže na jednoj strani linije razgraničenja, a uzorci koji daju negativne vrijednosti leže na drugoj strani (Slika 2.2.). Vrijednost konstantnog člana određuje pomak linije od ishodišta, tj. kada je $w_0 = 0$ linija

prolazi kroz ishodište. S prikladnim odabirom težina, linija koja odvaja površine može biti položena bilo kako i bilo gdje u ravnini. Također, za proizvoljan broj inputa *p*, linija postaje odvajajuća hiper-ravnina u *p*-dimenzionalnom prostoru. Stoga, u ovakvom obliku se algoritam ne bi trebao koristiti za probleme koji nisu linearno odvojivi, jer će u tom slučaju algoritam „lutati“ te će odabrati težine koje će u konačnici voditi do pogrešne klasifikacije (prema Patterson, 1995; Warner i Misra, 1996).

2.2.2. ADALINE mreža

ADALINE (engl. *ADAptive LInear NEuron*) mrežu je razvio Bernard Widrow 1959. godine. Predstavlja jedan neuron s pragom i bipolarnim outputom i inputima koji su najčešće bipolarni, ali mogu biti i binarni i realni (Slika 2.3.). Iako ova mreža može samo klasificirati linearno odvojive uzorke kao i jednostavni perceptron, uspješno se koristi u brojnim primjenama.



Slika 2.3. ADALINE mreža
Izvor: izradila autorica prema Patterson (1995)

Težine povezane sa svakim inputom se korigiraju na temelju algoritma učenja kako bi se dobio traženi output za zadane inpute. Težina uz konstantni član (w_0) koji ima fiksni input od 1 se također nalazi u ovom tipu mreže (no na slici nije prikazan radi prikladnosti) te služi kao vrijednost praga za ponderirani zbroj inputa. Ukupni ponderirani zbroj inputa je predstavljen logičkoj jedinici koja vraća vrijednost 1 ako je input veći ili jednak nuli te -1 ako je input manji od nule. Ovakvo pravilo učenja su uveli Widrow i Hoff (1960) te se zove Widrow-Hoff-ov algoritam učenja. Ovaj algoritam je sličan algoritmu učenja kod jednostavnog perceptrona. Procedura je poznata kao metoda najmanjih kvadrata ili Delta pravilo, a može se primijeniti kod bilo koje jednosmjerne neuronske mreže s jednim slojem koja koristi diferencijabilnu

prijenosnu funkciju. U slučaju ADALINE neurona radi se o linearnoj prijenosnoj funkciji, pa je output samo $\hat{y} = \mathbf{x}^T \mathbf{w} = \sum_i w_i x_i$ pri čemu je w_i težina veze između *i*-tog inputa i jedinog neurona u izlaznom sloju (linearni output iz neurona se prenosi logičkoj jedinici koja sadrži prag kako bi se dobio konačni bipolarni output). Za zadani uzorak inputa $\mathbf{x}$, pravilo učenja je dano iterativnom formulom

$$w_i^{novi} = w_i^{stari} + \eta\left(y - \hat{y}\right) x_i \tag{2.7}$$

pri čemu je η stopa učenja, y je ciljna vrijednost outputa, a $\hat{y}$ je vrijednost outputa procijenjena na temelju ADALINE neurona.

U daljnjoj prezentaciji pravila učenja, pretpostavlja se općenit slučaj pri čemu se mreža sastoji od p inputa i m outputa, pa je ADALINE mreža specijalni slučaj kada je $m = 1$. Stoga, cilj je korigirati težine kako bi se smanjila ukupna pogreška E_{tot} za sve outpute i za cijeli uzorak učenja $n = 1, 2, ..., N$, tj.

$$E_{tot} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{N} E^n \tag{2.8}$$

dok su pogreške za svaki uzorak i sve outpute dane kao zbroj kvadrata greški, tj.

$$E^n = \sum_{j=1}^{m} \left(y_j^n - \hat{y}_j^n \right)^2 . \tag{2.9}$$

Pogreška može biti smanjena korigiranjem težina proporcionalno negativnom gradijentu, smjeru najbržeg smanjenja funkcije pogreške E_{tot}. Stoga, izraz za promjenu težina Δw_{ij} je oblika

$$\Delta w_{ij} = -\eta \frac{\partial E_{tot}}{\partial w_{ij}} = -\eta \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{N} \frac{\partial E^n}{\partial w_{ij}} \tag{2.10}$$

pri čemu je η stopa učenja. Ako se izračunaju parcijalne derivacije svakog člana u zbroju dobije se:

$$\begin{aligned} \Delta w_{ij} &= -\eta \frac{\partial E_{tot}}{\partial w_{ij}} = -\eta \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{N} \frac{\partial E^n}{\partial w_{ij}} = -\eta \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial w_{ij}} \left(\sum_{j=1}^{m} \left(y_j^n - \sum_{i=1}^{p} w_{ij} x_i^n \right)^2 \right) = \\ &= -\eta \frac{1}{2} (-2) \sum_{j=1}^{m} \left(y_j^n - \hat{y}_j^n \right) x_i^n \end{aligned} \tag{2.11}$$

Ako se, radi prikladnosti zapisivanja, ukloni *n* iz eksponenta te u slučaju kada je $m = 1$, ukloni j iz indeksa, dobiva se jednostavno Delta pravilo za ADALINE neuron:

$$\Delta w_i = \eta\left(y - \hat{y}\right) x_i = \eta \varepsilon x_i \tag{2.12}$$

pri čemu je pogreška ε razlika između ciljne i procijenjene vrijednosti outputa, tj. $(y-\hat{y})$.

Može se uočiti sličnost pravila učenja perceptrona između jednadžbe (2.12) i jednadžbe (2.2) iz kojih proizlazi iterativna formula (2.7). Također, potrebno je uočiti da ako postoje binarni inputi i $x_i = 0$ tada nema korigiranja težina prema jednadžbi (2.12) te je stoga prikladnije koristiti bipolarne nego binarne inpute. Kombinirajući više ADALINE neurona u mrežu, dobije se MADALINE mreža (engl. *Many ADALINE*) koja se može sastojati od dva ili više slojeva. Recentnija unaprjeđenja MADALINE mreže uključuju i nelinearne prijenosne funkcije (prema Patterson, 1995).

2.2.3. Mreže s povezujućom memorijom

Mreže s povezujućom memorijom (engl. *associative memory networks*) su jednostavne mreže s dva ili tri sloja koje čuvaju uzorke za naknadno preuzimanje. Iako su relativno ograničene u primjeni, one tvore temelj za ostale arhitekture neuronskih mreža (prema Patterson, 1995).

Jedan od najjednostavnijih tipova učenja ljudi je memoriranje, tj. pohranjivanje činjenica ili obrazaca u memoriji. Ovakav tip učenja se koristi kod memoriranja tablice množenja. Za ovakvu vrstu učenja kaže se da se uči povezivanjem (engl. *associating*) i spremanjem u memoriju parova brojeva zajedno s njihovim umnoškom. Prisjećanje na povezani umnožak je postignuto korištenjem para brojeva koji služe kao ključevi za pronalaženje. Drugi korisni oblik učenja je spremanje i prisjećanje podataka prema sadržaju ili stupnju sličnosti između uzoraka inputa i spremljenih uzoraka, pri čemu se pronalaze spremljeni uzorci koji najviše „sliče“ određenim atributima uzoraka inputa, pri čemu se „sličnost“ najčešće definira kao udaljenost između dvaju uzoraka ili njihovih atributa.

Povezujuće mreže su jednostavne mreže koje najčešće imaju dva sloja kao na Slici 2.1, pri čemu je *p* inputa povezano sa svakim od *m* outputa pomoću težina. Matrica težina $\mathbf{W}$ dimenzije $p \times m$ čuva povezujuće parove $\{(\mathbf{x}^n, \mathbf{y}^n) \mid n = 1,2,...,N\}$. Ako je mrežom naučeno N parova povezanih uzoraka, cilj je prisjetiti se uzorka $\mathbf{y}^n$ koji je povezan s $\mathbf{x}^n$, uvijek kada je novi vektor $\mathbf{x}'$ blizu $\mathbf{x}^n$, tj. uvijek kada vrijedi

$$d(\mathbf{x}', \mathbf{x}^n) = min_q \{d(\mathbf{x}', \mathbf{x}^q)\}, \tag{2.13}$$

pri čemu je $d(\mathbf{x},\mathbf{y})$ Hammingova ili neka druga mjera udaljenosti između dva vektora $\mathbf{x}$ i $\mathbf{y}$.

Kao mjeru performansi povezujuće mreže najčešće se koristi kapacitet čuvanja ili pohrane (engl. *capacity* - C). Kapacitet je maksimalan broj različitih obrazaca koje je moguće sačuvati te ih se naknadno prisjetiti s prihvatljivom pogreškom koja nije veća od ε. Sve povezujuće mreže imaju, međutim, ograničen kapacitet te stoga imaju ograničene mogućnosti primjene.

Postoje dvije vrste mreža s povezujućom memorijom: auto-povezujuće (engl. *autoassociative*) i hetero-povezujuće (engl. *heteroassociative*). Auto-povezujuće mreže se prisjećaju istog uzorka $\mathbf{y}$ kao što je ključ inputa $\mathbf{x}$, tj. $\mathbf{x} = \mathbf{y}$. Ovaj tip memoriranja je samo spremanje *N* uzoraka bez povezivanja parova iz uzorka. Hetero-povezujuće mreže se prisjećaju uzorka koji je različit od ključa inputa, tj. $\mathbf{x} \neq \mathbf{y}$. U ovom slučaju se spremaju parovi povezanih uzoraka.

Jedna od najjednostavnijih arhitektura povezujućih mreža je linearno povezivanje (engl. *linear associator*), tj. jednosmjerna mreža pri čemu se vektor $\mathbf{y}$ kojeg se želi prisjetiti izračunava iz vektora inputa $\mathbf{x}$. Drugi tip je povratna povezujuća mreža čiji je output iz jednog ili više neurona povezan s inputima. Ovakve mreže se prisjećaju uzorka outputa nakon cikličnog povratnog izračuna pri čemu se output pridodaje inputima sve dok mreža ne postane stabilna. Povratne mreže imaju dinamiku koja se značajno razlikuje od statičnih jednosmjernih mreža.

Dalje se razmatraju samo dvoslojne mreže s *p* inputa i *m* outputa. Postavlja se pitanje da li se može postići prednost dodavanjem više slojeva u ovakvom tipu mreža. Na primjer, u dvoslojnoj mreži s vektorom inputa $\mathbf{x}$ i matricom težina $\mathbf{U}$, output iz prvog sloja je $\mathbf{y} = \mathbf{Ux}$. Ako se sada output $\mathbf{y}$ koristi kao input u drugi sloj s matricom težina $\mathbf{V}$ i pripadajućim outputom $\mathbf{z}$, slijedi $\mathbf{z} = \mathbf{Vy} = \mathbf{VUx} = \mathbf{Wx}$ pri čemu je $\mathbf{W}$ umnožak matrica $\mathbf{VU}$. Za linearno povezivanje ne može se povećati kapacitet čuvanja korištenjem više slojeva zbog toga što su višestruke linearne transformacije ekvivalentne jednostrukim linearnim transformacijama.

Matrica težina $\mathbf{W}$ procjenjuju se pomoću algoritma učenja. Više je takvih algoritama za mreže s povezujućom memorijom ovisno o pravilu učenja. U nastavku su prikazane tri najčešće korištena pravila.

2.2.3.1. Algoritmi učenja za mreže s povezujućom memorijom

Hebb-ovo pravilo učenja

Ako je input $\mathbf{x}$, a output $\mathbf{y}$ tada su vrijednosti težina w_{ij} dane

$$w_{ij} = \eta x_i y_j \tag{2.14}$$

pri čemu je η stopa učenja. Matrično se (2.14) može zapisati:

$$\mathbf{W} = \eta \mathbf{y} \left(\mathbf{x} \right)^T \tag{2.15a}$$

Matrica težina $\mathbf{W}$ čuva samo par jednog uzorka ($\mathbf{x}^n, \mathbf{y}^n$), *n*-ti uzorak. Stoga se (2.15a) točnije može zapisati kao

$$\mathbf{W}^n = \eta \mathbf{y}^n \left(\mathbf{x}^n \right)^T \tag{2.15b}$$

kako bi se naznačilo da je *n*-ti uzorak sačuvan. Kako bi se sačuvalo više uzoraka, jednostavno se zbroje matrice individualnih uzoraka

$$\mathbf{W} = \sum_{n=1}^{N} \mathbf{W}^n \tag{2.16}$$

Početno su sve težine nula, te se elementi matrice $\mathbf{W}$ korigiraju pomoću izraza

$$w_{ij}^{novi} = w_{ij}^{stari} + \eta x_i^n y_j^n \tag{2.17}$$

Iz jednadžbi (2.14) i (2.15) može se vidjeti da je Hebb-ovo pravilo jednostavno kovarijanca ili korelacijska veza između uzoraka inputa i outputa. Potrebno je napomenuti da kada se ovo pravilo koristi za učenje, radije se koristi ciljni output $\mathbf{y}^n$ kako bi se povezao (korelirao) s $\mathbf{x}^n$ nego izračunati output $\hat{\mathbf{y}}^n$ koji se može razlikovati od ciljnog. Ovo pravilo ima svojstvo savršenog prisjećanja kada su uzorci inputa međusobno ortogonalni, a manje savršeno kada nisu. Iznos smanjenja kapaciteta čuvanja ovisi o stupnju korelacije između inputa. Također, ako je η konstanta koja nije ograničena, tada ništa ne sprječava težine da rastu bez ograničenja. To je dovelo do kasnijih modifikacija Hebb-ovog pravila.

Delta pravilo učenja

Drugi pristup učenju za povezujuće mreže se temelji na iterativnom algoritmu gradijentnog spusta (engl. *gradient descent*) isto kao u Widrow-Hoff-ovom algoritmu ili Delta pravilu, pri čemu se težine korigiraju minimizirajući kvadratne pogreške svih uzoraka. Koristeći (2.5a) za inpute i linearnu prijenosnu funkciju, tj. funkciju identiteta (engl. *identity function*) $f(x) = x$, *j*-ti output *n*-tog uzorka je

$$\hat{y}_j^n = \sum_{i=1}^{p} w_{ij} x_i^n \tag{2.18}$$

te je ukupna pogreška za sve outpute i sve uzorke:

$$E_{tot} = \sum_{n=1}^{N} E^n = \sum_{n=1}^{N} \sum_{j=1}^{m} \left(y_j^n - \sum_{i=1}^{p} w_{ij} x_i^n \right)^2 \tag{2.19}$$

U procesu korigiranja težina, svaka veza u mreži korigira se kako bi se postigla manja ukupna pogreška. Proces povećanja ili smanjenja težina (učenje) provodi se pomoću pravila gradijentnog spusta. Težine w_{ij} se korigiraju u iterativnom postupku kako bi se smanjila ukupna pogreška u smjeru negativnog gradijenta, a dobije se kao rješenje jednadžbe

$$\Delta w_{ij} = -\eta \frac{\partial E_{tot}}{\partial w_{ij}} \tag{2.20}$$

pri čemu negativna vrijednost gradijenta određuje smjer kretanja, a stopa učenja η kontrolira duljinu koraka u tom smjeru, tj. određuje veličinu korekcije težina pri svakoj iteraciji. Rješenje je rezultirajuće Delta pravilo učenja oblika

$$w_{ij}^{novi} = w_{ij}^{stari} + \eta \left(y_j^n - \hat{y}_j^n \right) x_i^n \tag{2.21a}$$

ili u matričnom obliku

$$\Delta \mathbf{W} = \eta \sum_{n=1}^{N} \left(\mathbf{y}^n - \mathbf{W}\mathbf{x}^n \right) \left(\mathbf{x}^n \right)^T \tag{2.21b}$$

Delta pravilo je efikasno pravilo u primjeni kod učenja u povezujućoj mreži s obzirom da pronalazi skup težina koji osiguravaju točno prisjećanje kada uzorci inputa čine linearni nezavisni skup, a greške su minimizirane čak i kada uzorci inputa nisu linearno nezavisni. Matrično rješenje Delta pravila je uvijek jedinstveno.

Pseudo-inverzno učenje

Još jedan pristup koji se može koristiti za minimiziranje ukupne pogreške u uzorcima je pristup u kojem se matrica težina dobiva direktnim računanjem pseudo-inverzne matrice uzoraka inputa. Matrica inputa je sada $p \times N$ matrica $\mathbf{X}$ koja se sastoji od N stupaca vektora uzoraka $\mathbf{x}^n$, pri čemu je svaki vektor p-dimenzionalan. Pseudo-inverzna matrica matrice $\mathbf{X}$ (označena kao $\tilde{\mathbf{X}}$) uvijek postoji, čak u slučajevima kada $\mathbf{X}$ nije kvadratna matrica. Stoga, može se direktno izračunati pseudo-inverzna matrica $\tilde{\mathbf{X}}$ kako bi se riješio linearni sustav jednadžbi

$$\mathbf{WX} = \mathbf{Y} \tag{2.22}$$

pri čemu je $\mathbf{Y}$ matrica ciljnih outputa povezana s matricom inputa $\mathbf{X}$. Rješenje je onda

$$\mathbf{W} = \mathbf{Y}\tilde{\mathbf{X}} \tag{2.23}$$

pri čemu

$$\mathbf{W} = \lim_{\lambda \to 0} \left[\mathbf{Y}\tilde{\mathbf{X}} \left(\mathbf{X}\mathbf{X}^T + \lambda \mathbf{I} \right)^{-1} \right] = \mathbf{Y}\tilde{\mathbf{X}} \tag{2.24}$$

Matrica $\mathbf{W}$ iz (2.24) daje rješenje najmanjih kvadrata u smislu greški prisjećanja koje su iste kao i kod Delta pravila kada su inputi linearno nezavisni. Kada postoji više od jednog rješenja, pseudo-inverzna matrica će biti ono rješenje s najmanjim zbrojem kvadrata. Kada $\mathbf{X}$ ima normalnu inverznu matricu $\mathbf{X}^{-1}$, pseudo-inverzna matrica će biti identična $\mathbf{X}^{-1}$ matrici.

2.2.3.2. Jednosmjerna hetero-povezujuća mreža

Jednosmjerne hetero-povezujuće mreže (engl. *feedforward heteroassociative memory network*) čuvaju parove uzoraka ($\mathbf{x}, \mathbf{y}$) pri čemu općenito vrijedi $\mathbf{x} \neq \mathbf{y}$. Neka su $\mathbf{x}^n$ i $\mathbf{y}^n$ $(n = 1,2,...,N)$ parovi uzoraka koje treba povezati, pri čemu su $\mathbf{x}^n$ *p*-dimenzionalni i $\mathbf{y}^n$ *m*-dimenzionalni vektori. Cilj je prisjetiti se uzorka $\hat{\mathbf{y}}^n$, pri čemu je $\hat{\mathbf{y}}^n = \mathbf{y}^n$ uvijek kada je $\mathbf{x}^n$ input mreže. Slika ove mreže odgovara mreži sa Slike 2.1. Koristeći Hebb-ovo učenje može se direktno izračunati vanjski umnožak (engl. *outer product*) ili korelacijska matrica $\mathbf{W}^n$ za par uzoraka koje je potrebno povezati, ($\mathbf{x}^n, \mathbf{y}^n$), pri čemu

$$\mathbf{W}^n = \mathbf{y}^n \left(\mathbf{x}^n \right)^T \tag{2.25}$$

Potrebno je napomenuti da su elementi matrice $\mathbf{W}^n$ u (2.25) $w_{ij}^n = y_j^n x_i^n$. Kako bi se prisjetilo jednog uzorka $\mathbf{y}^n$ iz $\mathbf{W}^n$, za zadani uzorak inputa $\mathbf{x}^n$, koriste se linearni inputi u mrežu (iz jednadžbe (2.5a) ili u matričnom obliku $\mathbf{W}^n\mathbf{x}^n$) te linearna prijenosna funkcija za outpute, $f(x) = x$. U ovom slučaju, prisjećanje $\mathbf{y}^n$ se može ostvariti direktno ako su uzorci $\mathbf{x}^n$ normalizirani, jer tada vrijedi

$$\mathbf{W}^n\mathbf{x}^n = \mathbf{y}^n \left(\mathbf{x}^n \right)^T \mathbf{x}^n = \mathbf{y}^n . \tag{2.26}$$

Želi se sačuvati više od jednog uzorka, a to se dobije računajući umnožak matrice $\mathbf{W}^n$ za svaki $n = 1,2,...,N$. Individualne matrice uzoraka $\mathbf{W}^n$ mogu koristiti za pohranu *N*-uzoraka u rezultirajućoj $m \times p$ matrici $\mathbf{W}$, pri čemu je

$$\mathbf{W} = \sum_{n=1}^{N} \mathbf{W}^n \tag{2.27a}$$

tj.

$$w_{ij} = \sum_{n=1}^{N} w_{ij}^n = \sum_{n=1}^{N} y_j^n x_i^n \tag{2.27b}$$

Kako bi se prisjetilo uzorka $\mathbf{y}^k$, vrijedi

$$\mathbf{W}\mathbf{x}^k = \left(\sum_{n=1}^{N} \mathbf{y}^n \left(\mathbf{x}^n\right)^T\right)\mathbf{x}^k = \mathbf{y}^k \left(\mathbf{x}^k\right)^T \mathbf{x}^k + \left(\sum_{n\neq k}^{N} \mathbf{y}^n \left(\mathbf{x}^n\right)^T\right)\mathbf{x}^k \tag{2.28}$$

Prvi član na desnoj strani jednadžbe (2.28) je jednak $\mathbf{y}^k$ ako je skalarni umnožak $\left(\mathbf{x}^k\right)^T \mathbf{x}^k = 1$. Ovo je točno u slučaju ako je vektor $\mathbf{x}$ normaliziran. Drugi član na desnoj strani jednadžbe je nula ako su vektori $\mathbf{x}$ međusobno ortogonalni, tj. ako $\left(\mathbf{x}^n\right)^T \mathbf{x}^k = 0$ za sve $n \neq k$. Drugim riječima, mreža se savršeno prisjeća ako su uzorci inputa međusobno ortogonalni. Uzorci inputa su međusobno ortogonalni kada su nezavisni. Ako su uzorci inputa pak nezavisni vektori znači da su nekorelirani. Maksimalan broj inputa koje je moguće sačuvati je $m \leq p$ s obzirom da je maksimalan broj međusobno ortogonalnih vektora u *p*-dimenzionalnom prostoru *p*. Čak i ako inputi nisu ortogonalni, točno prisjećanje je moguće ako je vektor $\mathbf{x}$ normaliziran pa je drugi član na desnoj strani jednadžbe (2.28) mali u odnosu na $\mathbf{y}^k$, što je slučaj kada su vektori inputa skoro ortogonalni ili samo slabo korelirani jedan s drugim. Ako su inputi korelirani to može rezultirati pogrešnom prisjećanju takvom da je $\hat{\mathbf{y}}^k \neq \mathbf{y}^k$.

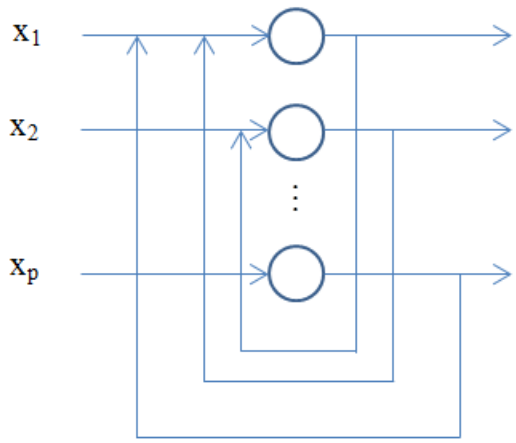
2.2.3.3. Jednosmjerna auto-povezujuća mreža

Jednosmjerna auto-povezujuća mreža (engl. *feedforward autoassociative memory network*) je poseban slučaj hetero-povezujuće mreže. One čuvaju uzorke $(\mathbf{x},\mathbf{y})$ pri čemu vrijedi $\mathbf{x} = \mathbf{y}$ i $m = p$. Kod auto-povezujućih mreža cilj je prisjetiti se originalnog uzorka $\mathbf{x}^n$ iz šumovitog ili nepotpunog uzorka inputa $\mathbf{x}' = \mathbf{x}^n + \alpha$, pri čemu je α neki oblik smetnje ili šuma. Sve karakteristike hetero-povezujućih mreža stoga vrijede za auto-povezujuće mreže. Posebno, ove mreže daju savršeno prisjećanje ako su uzorci inputa međusobno ortonormalni, a maksimalni broj uzoraka koji mogu biti sačuvani iznosi *N*. Praktično bi trebalo sačuvati manje od *N* ortogonalnih uzoraka, a ne maksimalan broj. Ako se sačuva *N* uzoraka, tada mreža ne može generalizirati pa stoga ne može razabrati uzorke sa šumom ili nepotpune uzorke, tj. ne može ispuniti svoj prvotni cilj.

2.2.3.4. Hopfield-ova mreža

Hopfield-ova mreža je povratna mreža s jednim slojem sa simetričnom matricom težina u kojoj su dijagonalni elementi nula (Slika 2.4.). Stoga Hopfield-ova mreža ima matricu težina $\mathbf{W}$, pri

čemu $w_{ij} = w_{ji}$ i $w_{ii} = 0$ za sve $i, j = 1,2,...,p$. Zbog njihove jednostavnosti, može se postaviti pitanje kako takva mreža može izračunati output koji je drukčiji od inputa. To se ostvaruje zbog rekurzivnog algoritma ove mreže.



Slika 2.4. Hopfield-ova mreža
Izvor: izradila autorica prema Patterson (1995)

Hopfield-ove mreže čuvaju izabrani broj *N* tipičnih uzoraka. Lokacije uzoraka su određene matricom težina $\mathbf{W}$. Sačuvani uzorci mogu biti određeni tako da se izravno izračunaju npr. Hebb-ovim pravilom učenja ili mogu biti naučeni kroz oblik gradijentnog spusta kao što je Delta pravilo. Jednom kada mreža nauči *N* tipičnih uzoraka $\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2, ...\mathbf{x}^N$, oni se mogu koristiti za povezujuće prisjećanje. Kako bi se prisjetila uzorka $\mathbf{x}^k$, mreža rekurzivno djeluje tako što vraća outpute mreže natrag prema inputima, ponavljajući to pri svakoj iteraciji, sve dok se mreža ne stabilizira. Počevši od proizvoljnog inicijalnog stanja, input $\mathbf{x}(0)$ u vremenu 0 se uvodi u mrežu te se računaju outputi.

U **diskretnom vremenu**, outputi se određuju diferencijskom jednadžbom

$$x_i(t+1) = sgn\left(\sum_{j=1}^{p} w_{ij} x_j(t) - \theta\right) \tag{2.29}$$

za $i = 1,2,...,p$, pri čemu je razina praga $\theta \geq 0$ (engl. *threshold*) te se koristi bipolarna prijenosna funkcija, $x_i \in \{-1,+1\}$ s

$$sgn(x) = \begin{cases} +1 & ako\ x>0 \\ -1 & ako\ x<0 \end{cases} \tag{2.30}$$

te zbog prikladnosti

$$x_i(t+1) = x_i(t)\ ako\ x = 0. \tag{2.31}$$

Počevši s vektorom $\mathbf{x}$ kao inputom, outputi se računaju prema (2.30) te se vraćaju natrag i pridodaju inputima na temelju sheme ažuriranja. Novi outputi se tada vraćaju natrag kako bi se pridodali inputima u idućem vremenskom razdoblju. Ovaj proces se rekurzivno ponavlja sve dok se mreža ne stabilizira u fiksnoj točci koja odgovara naučenom uzroku. Shema ažuriranja može biti sinkronizirana, nesinkronizirana ili kombinacija ove dvije. U sinkroniziranom ažuriranju, outputi $x_i(t+1), i=1,2,...,p$ (jednadžba (2.30)) se računaju simultano prije nego što se outputi vrate natrag i pridodaju inputima. U nesinkroniziranom ažuriranju, $x_i(t+1)$ se računaju sekvencijalno s nekim redom ili na temelju odabrane distribucije vjerojatnosti pri čemu se outputi vraćaju natrag i pridodaju inputima nakon svakog izračuna korekcije. Npr. ažuriranje je moguće napraviti redom njihovog pojavljivanja. Kada se kombinira sinkronizirano i nesinkronizirano ažuriranje, podskupine (engl. *batch*) jedinica se korigiraju sinkronizirano, a nakon toga se svaka grupa korigira koristeći neku nesinkroniziranu shemu.

U **kontinuiranom vremenu**, verzija Hopfield-ove mreža je izravna generalizacija diskretne Hopfield-ove mreže, kako bi funkcionirala u kontinuiranom vremenu i proizvela kontinuirane outpute, pri čemu se koriste kontinuirane prijenosne funkcije umjesto limitirajućih bipolarnih ili binarnih funkcija. Prijenosne funkcije koje se koriste su sigmoidna (logistička) i tangens-hiperbolna. Nelinearni skup diferencijalnih jednadžbi opisuju ponašanje mreže, tj.

$$\tau_i \frac{dx_i}{dt} = -x_i + f\left(\sum_{j=1}^{p} w_{ij} x_j\right),\ i=1,2,...,p \tag{2.32}$$

pri čemu je τ_i vremenska konstanta, a $f(x)$ nelinearna logistička prijenosna funkcija

$$f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}} \tag{2.33}$$

Dinamika sustava definiranog jednadžbom (2.32) može imati tri tipa ponašanja: konvergenciju ka fiksnoj točci, oscilatorno ili kaotično ponašanje. S obzirom na simetriju težina, Hopfield-ova mreža osigurava konvergenciju. Pri fiksnoj točci sustav je u ravnoteži te stoga nema promjene težina pa vrijedi da je za svaki *i* derivacija jednaka nuli. Outputi su tada fiksirani na

$$x_i = f\left(\sum_{j=1}^{p} w_{ij} x_j\right),\ i=1,2,...,p \tag{2.34}$$

pri čemu su x_i realne vrijednosti u rasponu od 0 do 1.

Ekvivalentna formulacija dinamike sustava može se dobiti derivacijom inputa mreže po svakoj jedinici, a ne derivacijom outputa. Inputi mreže po svakoj jedinici su

$$net_i = \sum_{j=1}^{p} w_{ij} x_j, i = 1,2,...,p \tag{2.35}$$

Sustav diferencijalnih jednadžbi u ovom slučaju je sličan jednadžbi (2.32) pri čemu net_i zamjenjuje x_i, tj.

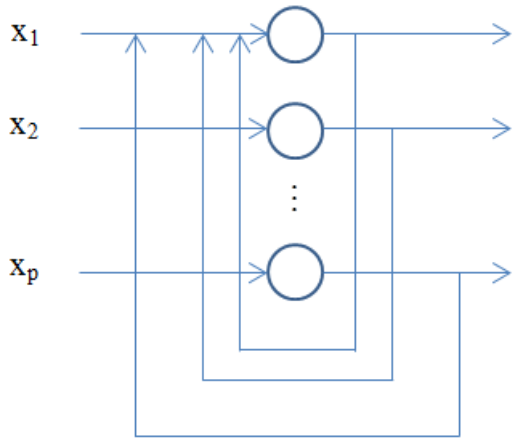
$$\tau_i \frac{dnet_i}{dt} = -net_i + \sum_{j=1}^{p} w_{ij} f\left(net_j\right),\ i = 1,2,...,p \tag{2.36}$$

Pri konvergenciji ove jednadžbe imaju isto rješenje kao i (2.34) (prema Patterson, 1995).

$$net_i = \sum_{j=1}^{p} w_{ij} f\left(net_j\right),\ i = 1,2,...,p \tag{2.37}$$

2.2.3.5. BSB mreža

James Anderson (1977) je sa suradnicima razvio povratnu povezujuću neuronsku mrežu koju je nazvao BSB mreža (engl. *Brain State-in-a-Box*, hrv. „stanje mozga u kutiji“) jer je stanje sustava zarobljeno unutar kvadratne hiper-regije koja izgleda kao kutija, ograničeno točkama $\{1,-1\}$. Mreža ima jedan sloj od p neurona kao što je prikazano na Slici 2.5., te je slična Hopfield-ovoj mreži osim što ne postoje ograničenja na matricu težina. Također, neuroni mogu biti povezani sami sa sobom (engl. *self-back connections*), $w_{ii} \neq 0$, dok neke veze između neurona mogu biti isključene, tj. $w_{ij} = 0$, za neki *i*, *j*.



Slika 2.5. BSB mreža
Izvor: izradila autorica prema Patterson (1995)

Kako bi se korigirale težine u BSB mreži može se koristiti Hebb-ovo učenje ili algoritam gradijentnog spusta (Delta pravilo). U slučaju kada se koristi Hebb-ovo učenje, vrijednosti

težina se sprječava da rastu neograničeno ne dopuštajući im da pređu vrijednosti od 1 ili -1, uvodeći aktivacije neurona

$$x_j(t+1)=\begin{cases}+1 & ako\ net_j(t)>1\\ x_j & ako\ |net_j(t)|\le 1\\ -1 & ako\ net_j(t)<-1\end{cases} \tag{2.38}$$

pri čemu je $x_j(t)$ output *j*-te jedinice u vremenu *t*, a $net_j(t)$ input u *j*-tu jedinicu u vremenu *t*

$$net_j(t)=x_j(t)+\eta\sum_{j=1}^{p}w_{ij}x_i(t) \tag{2.39}$$

Inicijalno, stanje mreže leži bilo gdje unutar (bipolarne) jedinice hiper-kvadrata. Kako se sustav kreće prema svojoj dinamici, stanje sustava se rekurzivno pomiče ka jednoj vrijednosti gdje ostaje zarobljen. Jednadžba (2.39) implicira da svaki neuron *j* ima dvije povratne veze, jednu s vrijednosti težine 1 i drugu težinu koja se korigira. U nekim BSB mrežama se koriste ponekad i konstantni inputi s korigirajućim težinama.

Kada se koristi Hebb-ovo učenje za treniranje mreže, težine se početno postavljaju na male nasumične vrijednosti $w_{ij}<<1$, a vektor uzoraka $\mathbf{x}$ se predstavlja mreži. Aktivacije neurona se računaju prema (2.38) te se outputi šire do svih neurona kroz povratne veze, a proces se ponavlja sve dok se mreža ne stabilizira. Kada se mreža stabilizira, težine se korigiraju prema Hebb-ovom pravilu

$$w_{ij}^{novi}=w_{ij}^{stari}+\eta x_i x_j \tag{2.40}$$

pri čemu su x_i i x_j aktivacije outputa neurona *i* i *j* (1 ili -1).

Kada se koristi Delta pravilo za treniranje mreže, težine se korigiraju prema

$$w_{ij}^{novi}=w_{ij}^{stari}+\eta(y_i-x_i)x_j \tag{2.41}$$

pri čemu je y_i ciljni output iz *i*-tog neurona, x_i je stvarni output *i*-tog neurona, a x_j je output *j*-tog neurona koji se povratnom vezom pridodaje inputima *i*-tom neuronu kroz težine w_{ij}. Težine se korigiraju tek nakon što je mreža stabilizirana. Kako bi se mreža prisjetila sačuvanog uzorka, vektor inputa $\mathbf{x}$ se predstavlja mreži i *j*-ti neuron iterativno računa output prema jednadžbama (2.38-2.39) sve dok se output ne prestane mijenjati.

Među prvim hetero-povezujućim povratnim neuronskim mrežama opisuje se u literaturi još i BAM mreža (engl. *Bidirectional Associative Memory*, hrv. bidirekcijska povezujuća memorija). BAM mreža je slična Hopfield-ovoj mreži, ima limitiranu primjenu te nije ključna

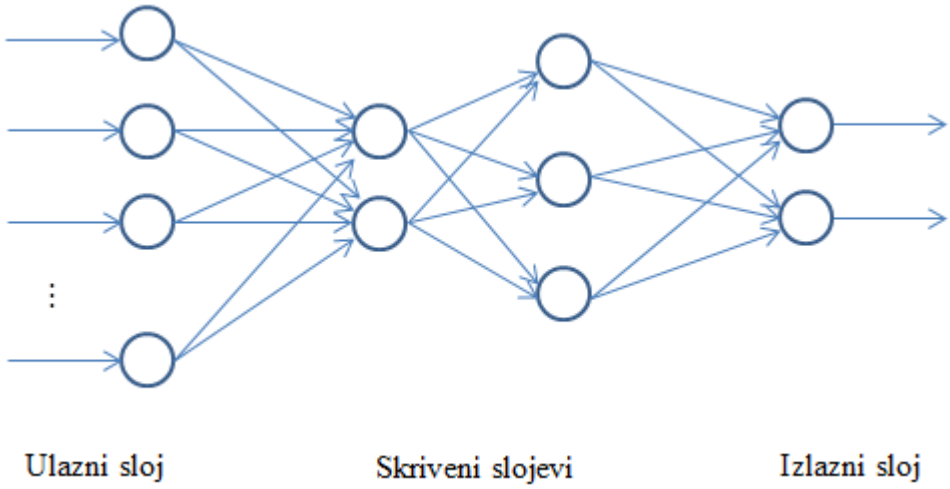
za ovaj doktorski rad. Stoga se BAM mreža u ovom radu ne će detaljnije opisivati. Važno je spomenuti da postoje različite metode učenja kod neuronskih mreža: nadgledano (engl. *supervized*), pojačavajuće (engl. *reinforcement*) i nenadgledano (engl. *unsupervized*). Nadgledano učenje zahtjeva da kod svakog uzorka koji se predstavlja mreži postoji uzorak inputa kao i ciljni output, tj. točan odgovor mreže. Kod pojačavajućeg učenja u mreži je predstavljen samo indikator da li je dostignut točan odgovor mreže ili ne, dok kod nenadgledanog učenja mreža ne daje nikakvu povratnu informaciju o točnom outputu, pa neuronska mreža mora učiti otkrivanjem i prilagođavanjem strukturnim svojstvima inputa, tj. klasteriranjem uzoraka iz inputa. S obzirom da se u ovom doktorskom radu koriste neuronske mreže isključivo u analizi vremenskih nizova, dalje se promatraju samo odabrane neuronske mreže koje koriste nadgledano učenje. Druge arhitekture neuronskih mreža nadgledanog učenja koje su razvijane, a do sada nisu spomenute, kao i druge mreže pojačavajućeg i nenadgledanog učenja kao SOM (engl. *Self-Organizing Map*) i ART (engl. *Adaptive Resonance Theory*) mreže u ovom radu se ne će detaljnije opisivati.

2.3. Jednosmjerna neuronska mreža

Jednosmjerna neuronska mreža (engl. *feedforward neural network* - FNN) je najčešće korištena višeslojna neuronska mreža. Drukčije se zove višeslojni perceptron (engl. *multi layer perceptron* - MLP) zbog svoje sličnosti s prvom neuronskom mrežom, tj. perceptronom, koji sada ima više slojeva. Prve neuronske mreže bez skrivenih slojeva (engl. *hidden layers*), kao što je jednostavni perceptron ili ADALINE mreža, nemaju sposobnost izračunavanja kompleksnih proizvoljnih funkcija, što je njihovo veliko ograničenje. Uvođenjem skrivenih slojeva, koji se sastoje od jednog ili više neurona dobiva se arhitektura koja podržava nelinearna i kompleksna preslikavanja (engl. *mapping*). Ovakav tip mreža se naziva višeslojnim jednosmjernim neuronskim mrežama (prema Patterson, 1995), pri čemu se najčešće analiziraju troslojne jednosmjerne neuronske mreže. Troslojna jednosmjerna neuronska mreža ima samo jedan skriveni sloj između inputa i outputa.

Opća višeslojna jednosmjerna neuronska mreža prikazana je na Slici 2.6. To je jednosmjerna, potpuno povezana hijerarhijska mreža koja se sastoji od ulaznog sloja (engl. *input layer*), jednog ili više skrivenih slojeva (engl. *hidden layer*) i izlaznog sloja (engl. *output layer*). Unutarnji slojevi se nazivaju skrivenim jer oni mogu samo primiti inpute i proizvesti outpute, što znači da su skriveni od vanjskog svijeta. Realni p-dimenzionalni vektor inputa $\mathbf{x}$ prenosi

se svakom neuronu prvog skrivenog sloja pomoću težina w_{hi}, $i = 1,2,...,p$, $h = 1,2,...,q$. Neuron *h* u prvom skrivenom sloju računa vrijednost funkcija inputa $\mathbf{x}$ i pripadajućih težina w_{hi} te ih dalje prenosi u drugi skriveni sloj. Neuroni drugog skrivenog sloja su također potpuno povezani s prethodnim slojem preko težina te na isti način računaju vrijednost funkcija svojih inputa i pripadajućih težina te ih prenose u idući skriveni sloj. Proces se nastavlja sve do izlaznog sloja.



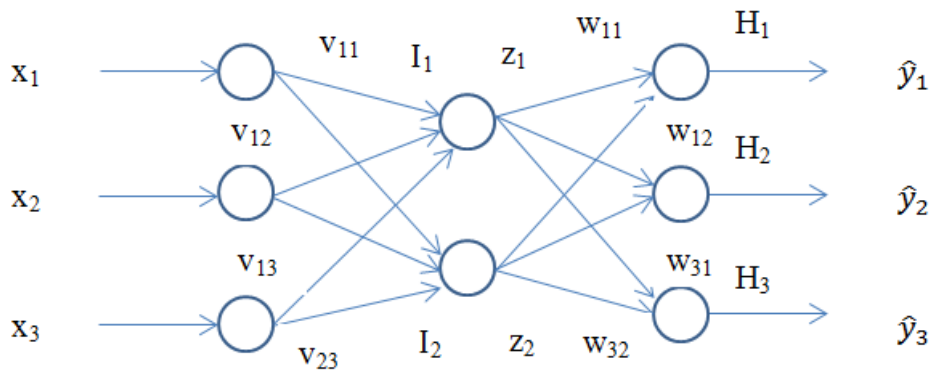
Slika 2.6. Opća višeslojna jednosmjerna neuronska mreža
Izvor: izradila autorica prema Patterson (1995)

Višeslojna jednosmjerna neuronska mreža je proizvoljno preslikavanje $\mathbf{g} : \mathbf{R}^p \to \mathbf{R}^m$, pri čemu $\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x})$, ako je prisutan dovoljan broj skrivenih neurona i ako je moguće naći skup težina koji će dati željeno preslikavanje. Do sada prikazana pravila učenja koja se koriste za pronalazak skupa težina koji minimiziraju srednju kvadratnu pogrešku, kao što su pravilo učenja perceptrona te Widrow-Hoff-ova metoda ili Delta pravilo, ne funkcioniraju u višeslojnoj neuronskoj mreži. Stoga se u višeslojnoj jednosmjernoj neuronskoj mreži koristi metoda povratnog prostiranja greške kao generalizacija Delta pravila, koji omogućuje da se korigiraju težine i u skrivenim slojevima mreže, stoga se može koristiti za kompleksnija preslikavanja.

2.3.1. Metoda povratnog prostiranja greške

Metoda povratnog prostiranja greške (engl. *backpropagation*), ili skraćeno BP algoritam učenja, se najčešće pripisuje Rumelhartu i njegovom timu (1985). BP algoritam se može primijeniti na bilo koju višeslojnu neuronsku mrežu koja koristi diferencijabilnu prijenosnu funkciju i nadgledano učenje. Kao i Delta pravilo, BP algoritam se temelji na gradijentnom

spustu kojim se korigiraju težine s ciljem minimiziranja funkcije cilja. Procjenitelji dobiveni BP algoritmom su konzistentni i asimptotski normalno distribuirani (White, 1989). Sami naziv metode proizlazi iz načina na koji se težine korigiraju. Naime, za vrijeme učenja uzorci inputa se prenose u mrežu te se svaki uzorak na skupu za treniranje širi unaprijed kroz mrežu sloj po sloj sve dok se ne izračuna output mreže. Očekivani output (engl. *expected*) se tada uspoređuje sa stvarnim, tj. ciljnim outputom (engl. *target*) na temelju čega se izračunava vrijednost greške. Greške se koriste kao inputi u povratnom prostiranju prilikom kojeg se težine korigiraju unatrag sloj po sloj. Koristeći BP algoritam učenja težine skrivenog sloja se korigiraju koristeći greške iz sljedećeg sloja. Stoga, greške izračunate u izlaznom sloju se koriste za korigiranje težina između zadnjeg skrivenog sloja i izlaznog sloja, i tako sve dok se težine između ulaznog sloja i prvog skrivenog sloja ne korigiraju. Na ovaj načine se greške prostiru unatrag sloj po sloj pri čemu se korekcije težina odgovarajućeg sloja vrše iterativno. Ovaj proces se ponavlja u uzorku za treniranje sve dok ukupna greška ne konvergira ka minimumu ili dok se ne dostigne maksimalan broj iteracija. Broj iteracija određuje sam istraživač, pri čemu je u primjeni najčešće veći broj iteracija od 10000 do 30000 (Moshiri et al., 1999; Hwarng, 2001; Binner et al., 2005). U malom broju iteracija neuronska mreža dovoljno ne nauči uzorak za treniranje. Prevelik broj iteracija može rezultirati predeterminiranosti modela. Stoga je za dobru generalizaciju neuronske mreže potrebno odabrati prikladan broj iteracija u konkretnom slučaju primjene. Također, lokalni minimum često nije i globalni minimum. To znači da, iako algoritam konvergira, nismo sigurni je li postignut optimum (Petrović et al, 2011). Česti su i slučajevi kada algoritam učenja ne konvergira pa ne postoji rješenje navedenog problema. U skladu s navedenim jedan od ciljeva doktorskog rada je definirati početne vrijednosti težina, u konkretnom slučaju primjene koje će osigurati konvergenciju algoritma učenja.



Slika 2.7. Troslojna jednosmjerna neuronska mreža s varijablama i težinama
Izvor: izradila autorica prema Patterson (1995)

U nastavku će se detaljno opisati BP algoritam u troslojnoj jednosmjernoj neuronskoj mreži zbog jednostavnosti. BP algoritam se analogno primjenjuje i u višeslojnim jednosmjernim neuronskim mrežama. Stoga se promatra neuronska mreža koja ima ulazni sloj koji je potpuno povezan s jednim skrivenim slojem te je svaki neuron u skrivenom sloju potpuno povezan s neuronima izlaznog sloja. Težine između *i*-tog neurona ulaznog sloja (inputa) i *h*-tog neurona jednog skrivenog sloja se označavaju s v_{hi}, $i = 1,2,...,n$, $h = 1,2,...,q$ dok se težine između *h*-tog neurona jednog skrivenog sloja i *o*-tog outputa označavaju s w_{oh}, $o = 1,2,...,m$. S $\mathbf{x}^n$ se označava *p*-dimenzionalni *n*-ti uzorak inputa za treniranje, pri čemu $n = 1,2,...,N$, output *h*-tog neurona skrivenog sloja za uzorak inputa $\mathbf{x}^n$ se označava s z_h^n, $h = 1,2,...,q$, output iz *o*-tog neurona izlaznog sloja za uzorak inputa $\mathbf{x}^n$ se označava s $\hat{y}_o^n$, dok se ciljni (stvarni) output označava s y_o^n, $o = 1,2,...,m$. Drugim riječima, u ulaznom sloju ima p neurona. Svaki neuron u ulaznom sloju je jedan input dimenzija $N \times 1$, pa je matrica inputa dimenzija $N \times p$. U skrivenom sloju ima q neurona. Neuroni ulaznog sloja i skrivenog sloja potpuno su povezani težinama $w_{hi}, h = 1, 2,...,q, i = 1, 2,..., p$, a prenose se pomoću prijenosne funkcije g. Prijenosna funkcija skrivenog sloja g je ista za sve neurone u skrivenom sloju, pri čemu je g ograničena, diferencijabilna funkcija. Nadalje, za svaki se uzorak zbrajaju umnošci vrijednosti inputa i pripadajućih težina (prema Patterson, 1995; Warner i Misra, 1996):

$$I_h = \sum_i v_{hi} x_i, \; h = 1,2,...,q \tag{2.42}$$

pri čemu je I_h vrijednost inputa u *h*-ti neuron skrivenog sloja, koja se preslikava u output *h*-tog neurona skrivenog sloja pomoću odgovarajuće prijenosne funkcije g

$$z_h = g\left(I_h\right), \; h = 1,2,...,q \tag{2.43}$$

Vrijednost z_h je vrijednost outputa *h*-tog neurona skrivenog sloja koja se množi s pripadajućim težinama da bi se dobila vrijednost inputa mreže u *o*-ti neuron izlaznog sloja

$$H_o = \sum_h w_{oh} z_h, \; o = 1,2,...,m \tag{2.44}$$

Vrijednost inputa mreže u *o*-ti neuron izlaznog sloja H_o također se preslikava u output izlaznog sloja pomoću prijenosne funkcije izlaznog sloja f

$$\hat{y}_o = f\left(H_o\right), \; o = 1,2,...,m \tag{2.45}$$

S obzirom na sve navedeno procijenjena vrijednost outputa *o*-tog neurona izlaznog sloja na uzorku inputa $\mathbf{x}$ računa se kao:

$$\hat{y}_o = f\left(H_o\right) = f\left(\sum_h w_{oh} y_h\right) = f\left(\sum_h w_{oh} g\left(I_h\right)\right) = f\left(\sum_h w_{oh} g\left(\sum_i v_{hi} x_i\right)\right). \tag{2.46}$$

Iz posljednjeg dijela izraza (2.46) proizlazi da procijenjena vrijednost outputa izlaznog sloja ovisi o vrijednostima inputa, vrsti prijenosnih funkcija te o procijenjenim težinama. Troslojna jednosmjerna neuronska mreža na primjeru s 3 inputa, 2 skrivena neurona i 3 outputa je prikazana na Slici 2.7.

Kako bi se izveo BP algoritam učenja za troslojnu jednosmjernu neuronsku mrežu, potrebno je definirati pravilo prema kojem se korigiraju težine za sve uzorke minimizirajući pogrešku sustava. Prosječna greška sustava E_{tot} je prosjek grešaka outputa kroz sve greške uzoraka za treniranje E^n

$$E_{tot} = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} E^n \tag{2.47}$$

pri čemu veličina uzorka za treniranje *N* ovisi o konkretnom slučaju primjene. *N* može biti konačan ili beskonačan. U praksi smo ograničeni na konačni skup za treniranje, koji bi trebao biti reprezentativni uzorak iz populacijske distribucije, $\rho(\mathbf{x})$. Nadalje, granična vrijednost prosjeka (2.47) se definira kao prosječna kvadratna pogreška:

$$E_{tot} = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} E^n \tag{2.48}$$

Greška sustava će biti smanjena ako se greška za svaki uzorak za treniranje E^n smanji za bilo koju veličinu uzorka *N*. Kao i u slučaju Delta pravila, potrebno je izvesti iterativni postupak za korigiranje težina s proporcionalnim smanjenjem greške (2.48). To se postiže ako se težine korigiraju proporcionalno negativnom gradijentu. Stoga, u sljedećoj iteraciji procesa treniranja $t+1$, korekcija težine je proporcionalna derivaciji greške E^n, izračunatoj u iteraciji t. Ovo se može zapisati kao:

$$\Delta\mathbf{W}(t+1) = -\eta \frac{\partial E^n}{\partial \mathbf{W}(t)} \tag{2.49}$$

pri čemu je η konstantna stopa učenja, a gradijent, tj. vektor prvih derivacija

$$\frac{\partial E^n}{\partial \mathbf{W}} = \left[\frac{\partial E^n}{\partial v_{11}}, \frac{\partial E^n}{\partial v_{12}}, \ldots, \frac{\partial E^n}{\partial w_{11}}, \ldots, \frac{\partial E^n}{\partial v_{qm}}\right] \tag{2.50}$$

Gradijent ukupne greške sustava je

$$\frac{\partial E_{tot}}{\partial \mathbf{W}} = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} \frac{\partial E^n}{\partial \mathbf{W}}. \tag{2.51}$$

Ciljna funkcija greške E^n se može definirati na različite načine, npr. kao srednja kvadratna pogreška, apsolutna pogreška, itd. Za početan izvod BP algoritma koristit će se srednja kvadratna pogreška (engl. *mean square error* - MSE) s obzirom da je najčešće korištena mjera čija popularnost proizlazi iz sličnosti s metodom najmanjih kvadrata u regresijskoj analizi. MSE je nenegativna, lako se derivira te penalizira velika odstupanja između stvarnog (ciljnog) i očekivanog (procijenjenog) outputa više nego mala odstupanja. Srednja kvadratna pogreška za *n*-ti uzorak inputa je

$$E^n = \frac{1}{2}\sum_{o=1}^{m}\left(y_o^n - \hat{y}_o^n\right)^2 . \tag{2.52}$$

pri čemu se faktor $\frac{1}{2}$ pridodaje zbog matematičke prikladnosti.

Kako bi se pronašao izraz za korigiranje težina iz jednadžbe (2.49), potrebno je izračunati parcijalne derivacije E^n s obzirom na težine v_{hi} i w_{oh}. Ovo zahtjeva upotrebu lančanog pravila. Težine iz skrivenog u izlazni sloj se korigiraju prema

$$w_{oh}(t+1) = w_{oh}(t) + \Delta w_{oh} = -\eta \frac{\partial E^n}{\partial w_{oh}(t)} \tag{2.53}$$

Derivirajući E^n s obzirom na težine w_{oh} vrši se deriviranje s obzirom na izraze koji su ovisni o tim težinama, tj. s obzirom na H_o i I_h. Stoga, kako bi se procijenili individualni članovi $\frac{\partial E}{\partial w_{oh}}$ (radi jednostavnijeg zapisa isključuje se *n* iz eksponenta, tj. $E^n = E$) iz jednadžbe (2.53), koriste se poznati odnosi iz jednadžbi (2.44), (2.45) i (2.52). Fokusirajući se na korigiranje težina outputa, dobije se:

$$\frac{\partial E}{\partial w_{oh}} = \frac{\partial E}{\partial \hat{y}_o}\frac{\partial \hat{y}_o}{\partial H_o}\frac{\partial H_o}{\partial w_{oh}} \tag{2.54}$$

pri čemu iz jednadžbe (2.52) proizlazi

$$\frac{\partial E}{\partial \hat{y}_o} = \frac{\partial\left[\frac{1}{2}\sum_{o=1}^{m}\left(y_o - \hat{y}_o\right)^2\right]}{\partial \hat{y}_o} = \frac{1}{2}2\left(y_o - \hat{y}_o\right)(-1) = -\left(y_o - \hat{y}_o\right) \tag{2.55}$$

iz jednadžbe (2.45)

$$\frac{\partial \hat{y}_o}{\partial H_o} = \frac{\partial\left[f\left(H_o\right)\right]}{\partial H_o} = f'\left(H_o\right), \tag{2.56}$$

a iz jednadžbe (2.44)

$$\frac{\partial H_o}{\partial w_{oh}} = \frac{\partial\left[\sum_h w_{oh} y_h\right]}{\partial w_{oh}} = y_h\,, \tag{2.57}$$

stoga je

$$\frac{\partial E}{\partial w_{oh}} = \frac{\partial E}{\partial \hat{y}_o}\frac{\partial \hat{y}_o}{\partial H_o}\frac{\partial H_o}{\partial w_{oh}} = -\left(y_o - \hat{y}_o\right) f'\left(H_o\right) y_h\,. \tag{2.58}$$

Supstitucijom

$$\delta_o = \left(y_o - \hat{y}_o\right) f'\left(H_o\right) \tag{2.59}$$

dobije se $\frac{\partial E}{\partial w_{oh}} = -\delta_o y_h$.

Uvrštavanjem ovog rezultata u jednadžbu (2.53) dobiva se pravilo za korigiranje težina outputa u istom obliku kao i Widrow-Hoff-ovo Delta pravilo kao:

$$\Delta w_{oh} = -\eta\frac{\partial E}{\partial w_{oh}} = -\eta\left(-\delta_o y_h\right) = \eta\delta_o y_h \tag{2.60}$$

Ovo pravilo se primjenjuje za sve težine iz skrivenog sloja ka izlaznom sloju za svaki predstavljeni uzorak.

Potom se korigiraju težine iz ulaznog prema skrivenom sloju v_{hi}. Kako bi se korigirale težine iz ulaznog prema skrivenom sloju potrebno je koristiti greške iz izlaznog sloja s obzirom da u skrivenom sloju ne postoje ciljne vrijednosti iz kojih se mogu izračunati greške. Potrebno je uočiti iz (2.46) da su težine v_{hi} ugrađene u funkciju greške. Zbog toga se koristi lančano pravilo kako bi se povezale izlazne greške s ovim težinama, tj.

$$\Delta v_{hi} = -\eta\frac{\partial E}{\partial v_{hi}} = -\eta\frac{\partial E}{\partial z_h}\frac{\partial z_h}{\partial I_h}\frac{\partial I_h}{\partial v_{hi}} \tag{2.61}$$

pri čemu iz jednadžbi (2.52), (2.45) i (2.44) proizlazi

$$\begin{aligned}\frac{\partial E}{\partial z_h} = \frac{\partial\left[\frac{1}{2}\sum_o\left(y_o - f\left(\sum_h w_{oh} z_h\right)\right)^2\right]}{\partial z_h} &= -\frac{1}{2}2\sum_o\left(y_o - \hat{y}_o\right) f'\left(H_o\right) w_{oh} \\ &= -\sum_o\left(y_o - \hat{y}_o\right) f'\left(H_o\right) w_{oh}\end{aligned} \tag{2.62}$$

iz jednadžbe (2.43) vrijedi

$$\frac{\partial z_h}{\partial I_h} = \frac{\partial\left[g\left(I_h\right)\right]}{\partial I_h} = g'\left(I_h\right), \tag{2.63}$$

a iz jednadžbe (2.42)

$$\frac{\partial I_h}{\partial v_{hi}} = \frac{\partial\left[\sum_i v_{hi} x_i\right]}{\partial v_{hi}} = x_i \,, \tag{2.64}$$

stoga

$$\frac{\partial E}{\partial v_{hi}} = \frac{\partial E}{\partial z_h}\frac{\partial z_h}{\partial I_h}\frac{\partial I_h}{\partial v_{hi}} = -\sum_o \left(y_o - \hat{y}_o\right) f'\left(H_o\right) w_{oh} g'\left(I_h\right) x_i \,. \tag{2.65}$$

Supstitucijom δ_o iz izraza (2.59) i

$$\delta_h = g'\left(I_h\right)\sum_o \delta_o w_{oh} \tag{2.66}$$

dobije se $\frac{\partial E}{\partial v_{hi}} = -\delta_h x_i$.

Uvrštavanjem ovog rezultata u jednadžbu (2.61), tada se pravilo za korigiranje skrivenih neurona, može zapisati kao:

$$\Delta v_{hi} = -\eta \frac{\partial E}{\partial v_{hi}} = -\eta\left(-1\right) g'\left(I_h\right)\sum_o \delta_o w_{oh} x_i = \eta \delta_h x_i \tag{2.67}$$

Ovo pravilo se primjenjuje za sve težine iz ulaznog sloja ka skrivenom sloju za svaki predstavljeni uzorak. Stoga, težine iz ulaznog u skriveni sloj se korigiraju prema

$$v_{hi}\left(t+1\right) = v_{hi}\left(t\right) + \Delta v_{hi} \tag{2.68}$$

Prije same primjene BP algoritma, matrice težina za sve slojeve se najčešće inicijaliziraju postavljajući težine na male slučajne realne vrijednosti. Vektor inputa za treniranje $\mathbf{x}^n$, $n = 1,2,...,N$ se predstavlja mreži jedan po jedan te se računa pripadajući output $\hat{\mathbf{y}}^n$. Izračunati (procijenjeni) outputi se uspoređuje s ciljnim outputima za svaki uzorak, na temelju čega se računaju greške uzorka $(\mathbf{y}_o^n - \hat{\mathbf{y}}_o^n), o = 1,2,...,m$. Greške se dalje prostiru unatrag s ciljem izračuna korekcije težina prema jednadžbama (2.60) i (2.67). Ovi koraci se ponavljaju za svako opažanje (prema Patterson, 1995).

Dalje je predstavljen numerički primjer BP algoritma (prema Matignon, 2005). Kako bi se pojednostavnio način izračuna vrijednosti težina BP algoritmom, isključuju se konstantni članovi iz modela, te se pretpostavlja da je stopa učenja jednaka 1. Neka je $\mathbf{x} = \begin{bmatrix}1 & 3 & 5\end{bmatrix}^T$ vektor inputa, a $\mathbf{y} = \begin{bmatrix}0.2 & 0.5 & 0.7\end{bmatrix}^T$ vektor outputa. Neuronska mreža ima 2 skrivena neurona. Također, neka je $\mathbf{v} = \begin{bmatrix}0.6 & 0.4 \\ 0.5 & 0.2 \\ 0.4 & 0.1\end{bmatrix}$ početna matrica težina iz inputa prema skrivenim

neuronima, a $\mathbf{w} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.4 & 0.6 \\ 0.3 & 0.5 & 0.7 \end{bmatrix}$ početna matrica težina iz skrivenih neurona prema outputu.

Koristeći jednadžbu (2.42) zbrajaju se umnošci inputa i pripadajućih težina, tj.

$$\mathbf{I} = \mathbf{v}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.5 & 0.4 \\ 0.4 & 0.2 & 0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.1 \\ 1.5 \end{bmatrix}$$

Primjenom logističke prijenosne funkcije u jednadžbi (2.43) dobije se

$$\mathbf{z} = g(\mathbf{I}) = g\begin{bmatrix} 4.1 \\ 1.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{1+e^{-4.1}} \\ \dfrac{1}{1+e^{-1.5}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.983698 \\ 0.817574 \end{bmatrix}$$

Nakon toga se računa prema jednadžbi (2.44) zbroj umnožaka iz skrivenog sloja i pripadajućih težina

$$\mathbf{H} = \mathbf{w}^{T}\mathbf{z} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.3 \\ 0.4 & 0.5 \\ 0.6 & 0.7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.983698 \\ 0.817574 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.442012 \\ 0.802266 \\ 1.162521 \end{bmatrix}$$

i konačno, prema jednadžbi (2.45) koristeći linearnu prijenosnu funkciju računaju se očekivane vrijednosti outputa

$$\hat{\mathbf{y}} = f(\mathbf{H}) = f\begin{bmatrix} 0.442012 \\ 0.802266 \\ 1.162521 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.442012 \\ 0.802266 \\ 1.162521 \end{bmatrix}.$$

Sljedeći korak je izračunavanje greške kao razlike stvarnih i očekivanih vrijednosti outputa $\mathbf{E} = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.5 \\ 0.7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.442012 \\ 0.802266 \\ 1.162521 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.242012 \\ -0.302266 \\ -0.462521 \end{bmatrix}$ te derivacije linearne prijenosne funkcije iz izlaznog sloja $f'(\mathbf{H}) = f'\begin{bmatrix} 0.442012 \\ 0.802266 \\ 1.162521 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$. Na temelju jednadžbe (2.59) potrebno je izračunati tzv. Hadamardov umnožak[1], pri čemu se dvije matrice (ili dva vektora) istih dimenzija množe element po element, tj. redak s retkom, kao što je prikazano u jednadžbi za izračun $\boldsymbol{\delta}_o$

[1] Neka su A i B matrice m × n. Hadamardov umnožak od A i B se definira kao $[\mathbf{A} \circ \mathbf{B}]_{ij} = [\mathbf{A}]_{ij} \circ [\mathbf{B}]_{ij}$ za svaki $1 \le i \le$ m, $1 \le j \le$ n (prema Million, 2007)

$$\boldsymbol{\delta}_o = \left(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}\right) f'\left(\mathbf{H}\right) = \begin{bmatrix} -0.242012 \\ -0.302266 \\ -0.462521 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.242012 \cdot 1 \\ -0.302266 \cdot 1 \\ -0.462521 \cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.242012 \\ -0.302266 \\ -0.462521 \end{bmatrix}$$

Supstituirajući ove rezultate u jednadžbu (2.53) koristi pravilo za korigiranje težina iz skrivenog sloja u izlazni, pri čemu je stopa učenja $\eta = 1$ radi jednostavnosti izračuna, tj.

$$\Delta\mathbf{w} = \eta \mathbf{z} \boldsymbol{\delta}_o^T = 1 \begin{bmatrix} 0.983698 \\ 0.817574 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.242012 \\ -0.302266 \\ -0.462521 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} -0.238067 & -0.297338 & -0.454981 \\ -0.197863 & -0.247125 & -0.378145 \end{bmatrix}$$

Nove težine iz skrivenog sloja ka izlaznom sloju iznose

$$\mathbf{w}_{t+1} = \mathbf{w}_t + \Delta\mathbf{w} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.4 & 0.6 \\ 0.3 & 0.5 & 0.7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.238067 & -0.297338 & -0.454981 \\ -0.197863 & -0.247125 & -0.378145 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -0.038067 & 0.102662 & 0.145019 \\ 0.102137 & 0.252875 & 0.321855 \end{bmatrix}$$

Ako se definira $\boldsymbol{\delta}_o$ kao iz jednadžbe (2.59), potrebno je izračunati derivaciju prijenosne funkcije iz skrivenog sloja

$$g'\left(\mathbf{I}\right) = g' \begin{bmatrix} 4.1 \\ 1.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{1+e^{-4.1}} \left(1 - \dfrac{1}{1+e^{-4.1}}\right) \\ \dfrac{1}{1+e^{-1.5}} \left(1 - \dfrac{1}{1+e^{-1.5}}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.016037 \\ 0.149146 \end{bmatrix}.$$

Umnožak težina iz skrivenog sloja ka outputima $\mathbf{w}$ i $\boldsymbol{\delta}_o$ iznosi

$$\mathbf{w}\boldsymbol{\delta}_o = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.4 & 0.6 \\ 0.3 & 0.5 & 0.7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.242012 \\ -0.302266 \\ -0.462521 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.446821 \\ -0.547501 \end{bmatrix}.$$

Množeći derivaciju prijenosne funkcije iz skrivenog sloja s umnoškom težina iz skrivenog sloja ka outputima $\mathbf{w}$ i $\boldsymbol{\delta}_o$, prema (2.66), dobije se

$$\boldsymbol{\delta}_h = g'\left(\mathbf{I}\right) \circ \mathbf{w}\boldsymbol{\delta}_o = \begin{bmatrix} 0.016037 \\ 0.149146 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} -0.446821 \\ -0.547501 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.016037 \cdot \left(-0.446821\right) \\ 0.149146 \cdot \left(-0.547501\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.007166 \\ -0.081658 \end{bmatrix}$$

Supstituirajući ove rezultate u jednadžbu (2.61), dobije se pravilo za korigiranje težina iz sloja inputa ka skrivenim neuronima, prema (2.67), tj.

$$\Delta\mathbf{v} = \eta \mathbf{x} \boldsymbol{\delta}_h^T = 1 \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.007166 \\ -0.081658 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} -0.007166 & -0.081658 \\ -0.021497 & -0.244973 \\ -0.035828 & -0.408288 \end{bmatrix}$$

Nove težine iz sloja inputa ka skrivenim neuronima računaju se prema

$$\mathbf{v}_{t+1} = \mathbf{v}_t + \Delta\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.4 \\ 0.5 & 0.2 \\ 0.4 & 0.1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.007166 & -0.081658 \\ -0.021497 & -0.244973 \\ -0.035828 & -0.408288 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.592834 & 0.318342 \\ 0.478503 & -0.044973 \\ 0.364172 & -0.308288 \end{bmatrix}$$

Time je prva iteracija BP algoritma završena. Proces se nastavlja sve dok se ne dostigne minimalna greška ili dok se ne dostigne maksimalan broj iteracija.

2.3.2. Izvan-mrežno ili skupno treniranje

Moguće je akumulirati greške E^n kroz cijeli uzorak za treniranje $\{\mathbf{x}^n, \mathbf{y}^n \mid n = 1,2,...,N\}$ i tada raditi korekcije. Ovakav način učenja je poznat kao izvan-mrežno (engl. *offline*) ili skupno (engl. *batch*) korigiranje pri čemu se korigiranje vrši za cijelu epohu, tj. nakon što je predstavljen cijeli uzorak za treniranje, pri čemu se greške svakog uzorka čuvaju za to vrijeme (prema Patterson, 1995). Nakon završene epohe treniranja računa se $E_{tot} = \sum_n E^n$ te se svaka težina korigira prema akumuliranim greškama, tj. $\sum_n w_{oh}$ i $\sum_n v_{hi}$ kao što zahtjeva jednadžba (2.51). Ova procedura se ponavlja sve dok treniranje nije dovršeno. Korigiranje težina nakon svakog uzorka se učestalije koristi u odnosu na korigiranje nakon svake epohe, iako skupno treniranje u nekim primjenama može biti efikasnije.

Opći oblik BP pravila je

$$\Delta w_{ji} = \eta \sum_n \delta_{out} H_{in} \tag{2.69}$$

pri čemu oznake *in* i *out* iz indeksa predstavljaju inpute i outpute povezane s određenim neuronom, a *i* i *j* se odnose na veze između neurona *i* i neurona *j*. δ će varirati u ovisnosti o tipu sloja za koji se primjenjuje. U slučaju neurona izlaznog sloja δ se računa prema jednadžbi (2.59), a za sve skrivene neurone δ se računa prema jednadžbi (2.66). Ako neuronska mreža ima *Q* slojeva, pravilo za korigiranje *q*-tog sloja težina je

$$\Delta w_{ji}^q = \eta \delta_i^q O_j^{q-1} \tag{2.70}$$

pri čemu je O_j^{q-1} output *j*-tog neurona iz sloja $q-1$, a δ^q ima opći oblik

$$\delta_i^q = f'\left(H_i^{q-1}\right) \sum_j \delta_j^{q+1} w_{ji}^q \tag{2.71}$$

tj. umnožak derivacije outputa onih neurona čije se težine korigiraju i ponderiranog zbroja delti outputa povezanih s neuronom. Delte je lako izračunati kada se greške prostiru sloj po sloj uzastopno unatrag.

Zbog iznimne važnosti potrebno je sažeti BP algoritam učenja kroz sljedeće korake:

1. Potrebno je definirati broj inputa, outputa i skrivenih neurona, veličinu uzorka za treniranje, validaciju i testiranje, funkciju cilja, prijenosne funkcije, stopu učenja, maksimalan broj iteracija, te inicijalizirati težine $\mathbf{W}$ na male slučajne vrijednosti u rasponu $[-\alpha,\alpha]$.

2. Potrebno je na slučajan (ili sekvencijalan) način odabrati par iz uzorka za treniranje $\{\mathbf{x}^n,\mathbf{y}^n\}$ (input, ciljni output) i izračunati u smjeru unaprijed vrijednosti outputa za svaki neuron svakog sloja koristeći početnu matricu težina $\mathbf{W}$.

3. Potrebno je koristiti očekivane vrijednosti outputa izračunate u posljednjem sloju i pripadajuće ciljne vrijednosti outputa y_j^n kako bi se izračunao gradijent, tj. parcijalne derivacije funkcije cilja s obzirom na težine, te konačno izračunale delta vrijednosti δ za svaki neuron u svakom sloju.

4. Potrebno je korigirati težine svih slojeva u smjeru negativnog gradijenta, tj. $\Delta\mathbf{W} = -\eta\frac{\partial E^n}{\partial \mathbf{W}}$, pri čemu negativna vrijednost gradijenta određuje smjer kretanja, a stopa učenja kontrolira duljinu koraka u tom smjeru. Stopa učenja je pozitivna konstanta iz intervala od 0 do 1. Korekcija težina se vrši prema pravilu $\mathbf{W}^{novi} = \mathbf{W}^{stari} + \Delta\mathbf{W}$.

5. Potrebno je vratiti se na korak 2 i ponoviti proceduru za svaki uzorak *n* sve dok ukupna greška ne dosegne prihvatljivu razinu ili maksimalan broj iteracija.

2.3.3. Drugi algoritmi učenja

Postoje brojni pokušaji poboljšavanja BP algoritma u vidu modifikacija i varijacija osnovne metode, te su razvijane brojne procedure među kojima su već spomenuti BP algoritam s momentumom, skupni BP algoritam, BP s korekcijom na temelju poduzoraka, BP s opadanjem težina, Quickprop, RPROP.

Quickprop je metoda koja ubrzava učenje neuronske mreže koristeći informacije o obliku krivulje površine greške, pri čemu se zahtjeva izračun derivacija funkcije greške drugog reda. Ova metoda pretpostavlja da je oblik površine greške s obzirom na svaku težinu paraboloidna i okrenuta uvis, te je dana s

$$\Delta w(t) = -\eta\frac{s(t)}{s(t-1)-s(t)}\Delta w(t-1) \tag{2.72}$$

pri čemu su $s(t)$ i $s(t-1)$ redom trenutne i prethodne vrijednosti derivacije greške za svaku težinu $\frac{\partial E}{\partial w}$, a $\Delta w(t-1)$ je razlika između trenutnih i prethodnih vrijednosti težina iz prethodne epohe treniranja.

RPROP (engl. *Resilient Backpropagation*) je algoritam koji dostiže konvergenciju vrlo brzo, ali zahtjeva veći broj iteracija. RPROP koristi različite stope učenja za svaki procijenjeni parametar.

$$\Delta w(t) = -\Delta_i \Delta w(t-1) \tag{2.73}$$

pri čemu predznak prethodne i sadašnje parcijalne derivacije određuju smjer korigiranja težine pri svakoj iteraciji, tj.

$$\Delta_i(t) = \begin{cases} \eta^+ \Delta_i(t-1) & ako\ s(t-1)s(t) > 0 \\ \eta^- \Delta_i(t-1) & ako\ s(t-1)s(t) < 0 \end{cases} \tag{2.74}$$

Stopa učenja se korigira koristeći stope ubrzanja postavljene na $\eta^- = 0.5$ (znači usporavanje) i $\eta^+ = 1.2$ (znači ubrzavanje).

Drugi algoritmi pomoću kojih se određuju vrijednosti težina u modelu neuronske mreže će najčešće dati isti skup težina no razlika između njih je u brzini konvergencije, u ovisnosti o točnosti početnih vrijednosti, težini izračuna, memoriji potrebnoj za izračun kao i u broju iteracija. Odabir konkretnog algoritma ovisi o broju parametara koje je potrebno procijeniti te o funkciji cilja u modelu. Neki algoritmi zahtijevaju izračun gradijenta funkcije, dok neki zahtijevaju izračun Hessove matrica. Iako su algoritmi koji koriste Hessovu matricu pouzdaniji, zbog toga što druga derivacija omogućava algoritmu provjeru radi li se o maksimumu ili minimumu, međutim kod takvih algoritama je potrebno računati prve i druge derivacije funkcije cilja po parametrima mreže, što zahtijeva invertibilnost matrice, te stoga često algoritam divergira ako matrica nije pozitivno definitna. Konačno, ne postoji najbolji ili optimalni algoritam jer odabir konačno ovisi o konkretnom slučaju primjene. Neki od najpoznatijih algoritama su (prema Matignon, 2005; Burney et al., 2005):

Konjugirani gradijentni spust (engl. *conjugate gradient descent* - CG) se preporučuje za neuronske mreže koje imaju veliki broj parametara (preko 500) te koje ne zahtijevaju izračun Hessove matrice. Svojstvo ovog algoritma je usporena konvergencija.

$$\Delta w(t) = \eta\left(-s(t) + \beta(t-1)\Delta w(t-1)\right) \tag{2.75}$$

pri čemu je $\beta(t)$ skalarni parametar koji osigurava konjugiranost, pri čemu je $\beta(t) = \frac{\left[s(t) - s(t-1)\right]^T s(t)}{s(t-1)^T s(t-1)}$ Polak-Ribierov izraz, a $\beta(t) = \frac{s(t)^T s(t)}{s(t-1)^T s(t-1)}$ Fletcher-Reevesov izraz za njegovo računanje.

Newtonovi algoritmi s jednadžbom:

$$\Delta w(t) = -\eta\left(H(t)\right)^{-1} s(t) \tag{2.76}$$

pri čemu je $H(t)$ Hessova matrica, tj. matrica drugih derivacija funkcije greške s obzirom na svaki parametar u koraku *t*. Oni zahtijevaju izračun Hessove matrice pri svakoj iteraciji, kao i izračun inverzne Hessove matrice, te u slučaju da ona nije pozitivno definitna algoritam može divergirati.

Kvazi Newtonovi algoritmi se preporučuju za arhitekture s brojem parametara između 100 i 500 te za neuronske mreže koje aproksimiraju Hessovu matricu u svakoj iteraciji.

$$\Delta w(t) = -\eta\left(H_t\right)^{-1} s(t) \tag{2.77}$$

pri čemu je H_t aproksimacija Hessove matrice u iteraciji *t*.

Levenberg-Marquardt (LM) algoritam se preporučuje za izglađenu ciljnu funkciju kao što je zbroj kvadrata odstupanja ili sredina kvadrata odstupanja te za arhitekture s malim brojem parametara (do 100). Ovaj algoritam skoro uvijek konvergira ka stvarnim vrijednostima težina te postiže dobre rezultate u mnogo različitih problema primjene. Jednadžba ovog algoritma je:

$$\Delta w(t) = -\eta\left(J(t)^T J(t) + \lambda^T I\right)^{-1} J(t)^T r(t) \tag{2.78}$$

pri čemu je $J(t)$ Jacobova matrica, tj. matrica prvih derivacija funkcije greške s obzirom na svaku težinu, a $r(t)$ je vektor reziduala u iteraciji *t*. LM algoritam je modifikacija Newtonovog algoritma pri čemu se Hesseova matrica redefinira i postaje $\left(J(t)^T J(t) + \lambda^T I\right)$. Tako se dodavanjem pozitivno definitne dijagonalne matrice Jacobovoj matrici osigurava se invertibilnost. Vrijednosti λ su svojstvene vrijednosti Jacobove matrice.

U empirijskim istraživanjima se najčešće koristi BP algoritam zbog svojih dobrih svojstava (Tang et al., 1991; Balkin, 1997; Moshiri et al., 1999; Gonzales, 2000; Hwarng, 2001; Abid i Salah, 2002; Ho et al., 2002; Kim et al., 2004; Binner et al., 2005; Bildirici i Ersin, 2009; Al-Maqaleh et al., 2016; Wang et al., 2016), dok se od ostalih algoritama često se koristi LM algoritam (Moshiri i Cameron, 2000; Qi, 2001; Teräsvirta et al., 2005; Medeiros et al., 2006; Aminian et al., 2006; Zhang i Kline, 2007; Choudhary i Haider, 2008; Ortega, 2012; Claveria i Torra, 2014; Chaudhuri i Ghosh, 2016), hibridni algoritam temeljen na kvazi-Newtonovoj metodi (McNelis i McAdam, 2004), konjugirani gradijent (Ortega, 2012; Chaudhuri i Ghosh, 2016), rekurzivni Newtonov algoritam (Kuan i Liu, 1995; Gençay i Liu, 1997) te kombinacije algoritama u prvom i drugom koraku (Kuan i Liu, 1995; Gençay i Liu, 1997; Rech, 2002; McNelis i McAdam, 2004). Osim toga, neka istraživanja koriste metodu najveće vjerodostojnosti pri procjeni parametara (Medeiros et al., 2006; Teräsvirta et al., 2008; Arnerić i Poklepović, 2016).

Konačno, s obzirom da su neuronske mreže izrazito nelinearne, vjerojatno je da postoji više optimuma u ciljnoj funkciji, te ne postoji garancija da će neki od prethodno definiranih algoritama dati globalni optimum. Rješenje tog problema, kao i samo ubrzavanje konvergencije se može naći u preciznom definiranju početnih vrijednosti parametara neuronske mreže te definiranjem prikladne arhitekture neuronske mreže u konkretnom slučaju primjene.

2.3.4. Jednosmjerna neuronska mreža u analizi vremenskih nizova

Jednosmjerna neuronska mreža je najčešće korištena neuronska mreža za modeliranje i prognoziranje vremenskih nizova. Jednosmjerna troslojna neuronska mreža u analizi vremenskih nizova se definira kao:

$$y_t = f\left(\phi_{co} + \sum_{h=1}^{q} \phi_{oh} g\left(\phi_{ch} + \sum_{i=1}^{p} \phi_{hi} x_{t,i}\right)\right) + \varepsilon_t \tag{2.79}$$

pri čemu t označava vrijeme, y_t vektor outputa, $x_{t,i}$ matricu inputa s i varijabli, a $f(\cdot)$ i $g(\cdot)$ prijenosne funkcije (najčešće redom linearna i logistička). Parametri v i w, koji označavaju redom težine iz sloja inputa ka skrivenom sloju i težine iz skrivenog sloja ka izlaznom sloju, zamijenjeni su uobičajenim oznakama za parametre u analizi vremenskih nizova ϕ. Pri tom je parametar ϕ_{co} konstantni član u izlaznom sloju, a ϕ_{ch} konstantni član u skrivenom sloju.

Parametri ϕ_{hi}, $h=1,...,q$ i $i=1,...,p$, su težine veza između ulaznog i skrivenog sloja, te su parametri ϕ_{oh}, $h=1,...,q$, težine između skrivenog i izlaznog sloja dok su ε_t greške relacije. U analizi vremenskih nizova jedna je varijabla zavisna pa se jednosmjerna troslojna neuronska mreža s *p* inputa, *q* skrivenih neurona i s jednim neuronom u izlaznom sloju skraćeno zapisuje kao FNN(p,q,1).

Jednosmjerna neuronska mreža se može koristiti za procjenjivanje autoregresijskog modela reda *p*, tj. AR(p) modela. U tom slučaju matrica inputa $x_{t,i}$ sadrži vrijednosti zavisne varijable iz prethodnih *p* razdoblja, tj. $y_{t-1}, y_{t-2}, ..., y_{t-p}$. Na ovaj način jednosmjerna neuronska mreža predočuje nelinearni autoregresijski model reda *p* zbog postojanja skrivenih neurona s nelinearnim prijenosnim funkcijama. Jednadžba (2.79) stoga postaje

$$y_t = f\left(\phi_{co} + \sum_{h=1}^{q} \phi_{oh} g\left(\phi_{ch} + \sum_{i=1}^{p} \phi_{hi} y_{t-p,i}\right)\right) + \varepsilon_t \tag{2.80}$$

U svom najosnovnijem obliku neuronska mreža s linearnim prijenosnim funkcijama i bez skrivenih slojeva je linearni autoregresijski model AR(p) oblika

$$y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + ...\phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t \tag{2.81}$$

Prednost korištenja neuronske mreže je u mogućnosti procjenjivanja kako linearnog tako i nelinearnog oblika povezanosti između inputa i outputa uključivanjem skrivenog sloja.

Ako se pomoću neuronskih mreža želi procijeniti mješoviti ARMA(p,q) model oblika

$$y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + ...\phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - ... - \theta_q \varepsilon_{t-q} \tag{2.82}$$

to se ne može ostvariti upotrebom jednosmjerne neuronske mreže. Naime, jednosmjerna neuronska mreža ne može procijeniti dio model pomičnih prosjeka MA(q) koji uključuje pomaknute vrijednosti grešaka relacije. Međutim, MA(q) dio modela se može izraziti kao beskonačan red autoregresijskog modela - $AR(\infty)$, tj. može se procijeniti koristeći neuronsku mrežu s „beskonačnim“ brojem inputa. Nedostatak toga je što veliki broj inputa (pomaknutih vrijednosti varijable *y*) zahtjeva mnogo vremena računanja u mreži kao i veliki uzorak, što često nije moguće. Stoga, kako bi se u procijenio MA(q) dio modela potrebno je koristiti povratnu neuronsku mrežu. Povratne neuronske mreže će se detaljno objasniti u potpoglavlju 2.4.

Nameću se pitanja prije primjene specifične neuronske mreže u konkretnom slučaju:

- Koliko skrivenih slojeva u neuronskoj mreži je potrebno koristiti i koliko neurona u svakom sloju je optimalno za dobro preslikavanje?
- Koje inpute je potrebno koristiti i treba li ih transformirati?
- Da li je jednosmjerna neuronska mreža najbolja za konkretni slučaj primjene ili je potrebno razmotriti druge arhitekture neuronskih mreža?
- Koji je prikladan algoritam učenja i s kojom stopom učenja?
- Koliki bi trebali biti uzorci za treniranje, validaciju i testiranje za dani slučaj primjene?
- Da li je potrebno odabirati uzorke nasumično ili sistematično za vrijeme treniranja?
- Treba li nadodati šum u uzorak za treniranje?
- Treba li korigirati težine nakon svakog uzorka ili nakon svake epohe?
- Kako se može otkriti i izbjeći lokalni minimum ciljne funkcije?
- Na koji način je moguće ubrzati proces učenja i koji broj iteracija izabrati?
- Kako bi težine trebalo inicijalizirati?
- Koje prijenosne funkcije su najbolje u konkretnom slučaju primjene?
- Koje su karakteristike performansi mreže poželjne u konkretnom slučaju primjene i kako se mogu testirati i mjeriti?

2.3.4.1. Pregled istraživanja o neuronskim mrežama u analizi vremenskih nizova

Tang et al. (1991) među prvima istražuju različitu kompleksnost vremenskih nizova koristeći FNN i ARIMA modele (engl. *AutoRegressive Integrated Moving Average*) na putnicima u zračnom prijevozu te podacima o prodaji automobila. Broj skrivenih slojeva je jednak broju inputa, tj. 1, 6, 12 i 24, koji odgovaraju podacima za 1 i 6 mjeseci te 1 i 2 godine. Procjenjuju parametre BP algoritmom sa stopom učenja od 0.5. Zaključuju da za vremenske nizove s dugom memorijom, obje metode daju usporedive rezultate, dok za vremenske nizove s kratkom memorijom, neuronske mreže imaju bolje performanse.

Donaldson i Kamstra (1997) predstavljaju semiparametarski nelinearni GARCH model (engl. *Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity*) na temelju FNN pristupa, te procjenjuju njegove sposobnosti predviđanja volatilnosti prinosa na tržištima kapitala u Londonu, New Yorku, Tokiju i Torontu, koristeći dnevne prinose od 1970. do 1990. godine. Rezultati pokazuju da je GJR-GARCH model (engl. *Glosten, Jagannathan and Runkle - GARCH*) bolji za procjenu volatilnosti u odnosu na GARCH i EGARCH modele (engl.

exponential GARCH), međutim najbolje performanse ima novi NN-GARCH (engl. *Neural Network - GARCH*) model. Broj skrivenih neurona je odabran na temelju SBIC informacijskog kriterija (engl. *Schwarz's Bayesian Information Criterion*) procjenom neuronskih mreža s od 0 do 5 skrivenih neurona. Parametri se procjenjuju metodom najveće vjerodostojnosti MLE (engl. *Maximum Likelihood Estimation*).

Faraway i Chatfield (1998) predviđaju broj putnika u zračnom prijevozu pomoću FNN. Obilježje ovog niza je izrazita sezonalnost. Kao inputi koriste se varijable broja putnika s vremenskim pomacima od 1 do 13 mjeseci, broj skrivenih neurona nije određen ekonometrijskim pravilom. Koriste logističku i linearnu prijenosnu funkciju i BP algoritam s različitim početnim vrijednostima. Modeli su uspoređeni na temelju informacijskih kriterija. Zaključuju da nijedan model neuronske mreže ne daje bolja predviđanja u odnosu na usporedivi sezonski ARIMA model. Razlog tomu može biti u pogrešnom definiranju arhitekture neuronske mreže, tj. proizvoljnom odabiru broja neurona u skrivenom sloju i ostalim parametrima koji nisu prilagođeni konkretnom problemu modeliranja.

Gonzales (2000) predviđa rast realnog BDP-a u Kanadi. Koristi kvartalne podatke BDP-a s vremenskim pomakom i 5 ostalih egzogenih varijabli uz 4 dummy varijable u periodu od 1978 Q1 do 1998 Q2. Procjenjuje FNN s 2 skrivena neurona te tangens hiperbolnom i linearnom prijenosnom funkcijom. Zaključuje da je prediktivna sposobnost neuronskih mreža superiorna u odnosu na standardni model linearne regresije.

Hwarng (2001) istražuje na temelju simuliranih vremenskih nizova sposobnost FNN da procijeni različite ARMA modele te kako razina šuma na uzorku za treniranje utječe na performanse FNN. Stoga procjenjuje različite neuronske mreže na temelju različitih ARMA modela BP algoritmom do 20000 iteracija, na temelju stope učenja od 0.8 i na temelju broja skrivenih slojeva q u rasponu od $\frac{p}{2}$ do $\frac{3p}{4}$. Modeli su uspoređeni na temelju RMSE (engl. *Root Mean Squared Error*) i MAE (engl. *Mean Absolute Error*). Zaključuje da FNN općenito ima dobre i konzistentne performanse za vremenske nizove koji slijede ARMA procese, pri čemu performanse FNN ne ovise o broju parametara, nego o magnitudama koeficijenata različitih ARMA modela. FNN trenirane na normalnoj razini šuma bolje predviđaju vremenske nizove s koeficijentima visoke magnitude koji često rezultiraju većom varijancom.

Hwarng i Ang (2001) istražuju na temelju simuliranih vremenskih nizova sposobnost FNN u procijeni ARMA modela. Zaključuju da FNN s jednim skrivenim slojem ima niži RMSE u odnosu na višeslojnu FNN za jako varijabilne vremenske nizove. Osim toga, FNN s jednim skrivenim slojem ima konzistentno dobre prediktivne sposobnosti dok ARMA modeli postaju manje precizni s kompleksnošću vremenskog niza. S druge strane FNN s više skrivenih slojeva vodi do predeterminiranosti modela.

Abid i Salah (2002) predviđaju vremensku strukturu kamatnih stopa. Prvi pristup se temelji na FNN procjenama, dok se drugi temelji na procjenama pomoću generalizirane metode momenata GMM (engl. *Generalized Method of Moments*). Koriste se rezultatima dobivenim u Täppinen (1998). Prva neuronska mreža koristi razlike između kamatnih stopa 10 različitih dospijeća kao nezavisne varijable u modelu neuronske mreže s 5 inputa i 5 outputa te do 3 skrivena sloja. Druga neuronska mreža sadrži dva tipa nezavisnih varijabli, tj. razlike kamatnih stopa (engl. *spread*) te kamatne stope u razinama, pri čemu model sadrži 10 inputa, 5 outputa te do 3 skrivena sloja. Podaci su prikupljeni na dnevnoj razini za kamatne stope na trezorske zapise te prinose na obveznice SAD-a u periodu od siječnja 1995. do prosinca 2000. Zaključuju da FNN imaju značajno bolje rezultate u odnosu na parametarske modele, pri čemu FNN s dvije nezavisne varijable daje najbolja predviđanja. Međutim, arhitektura neuronskih mreža nije detaljno objašnjena kao ni početne vrijednosti parametara, što uz prevelik broj skrivenih slojeva, predstavlja problem kod donošenja zaključaka.

Rech (2002) predviđa vrijednosti 30 vremenskih nizova iz područja ekonomije i drugih područja. Između ostalog predviđa vrijednosti novčane mase, nezaposlenosti, industrijske proizvodnje, indeksa potrošačkih i proizvođačkih cijena te električne energije SAD-a, tečajeva i burzovnih indeksa. Ekonomski vremenski nizovi sadržavaju podatke od 1950-ih godina do 1999. godine te je broj opažanja između 300 i 600. Sve ekonomske varijable su logaritmirane i diferencirane, te sezonski prilagođene. Koriste statistički pristup neuronskim mrežama te uspoređuju FNN dobivene različitim pristupima modeliranja s AR modelom. Zaključuju da linearni modeli imaju bolje prediktivne sposobnosti u odnosu na FNN općenito, dok procjenom parsimonijskog FNN modela statističkim pristupom daje bolje rezultate u odnosu na druge tipove pristupa u neuronskim mrežama. Međutim iako se linearni model može smatrati boljim koristeći RMSE i MAE kriterij, ne može se isto zaključiti na temelju MAD (engl. *Mean Absolute Deviation*) i CR (engl. *confusion rate*) kriterija. Ovakav pristup ne daje usporedive modele. Naime, statistički pristup daje parsimonijski model koji najčešće ima 0, 1 ili najviše 2

skrivena neurona, te bi bilo potrebno istražiti veći broj skrivenih neurona zbog teorema o neuronskim mrežama kao univerzalnom aproksimatoru. Modeli su neusporedivi i zbog različitog broja pomaka zavisne varijable u pojedinim modelima. Zato je zaključke ovog istraživanja potrebno uzeti s dozom opreza.

Zhang (2003) kombinira ARIMA model i FNN s ciljem poboljšanja prediktivnih sposobnosti modela, tj. prvo procjenjuje ARIMA model, a potom reziduale modelira pomoću FNN. Testira hibridni model na temelju podataka o kretanju sunčanih pjega, broju zatočenih risova te kretanja deviznog tečaja GBP/USD, s relativno malim brojem opažanja. Izvršena je logaritamska transformacija varijabli te su modeli uspoređeni na temelju MSE i MAD. U predviđanju sunčanih pjega uspoređuje procjene između AR(9) model i FNN(4,4,1). U predviđanju broja zatočenih risova procjenjuje i uspoređuje AR(12) model s FNN(7,5,1). Za opisivanje kretanja tečaja GBP/USD slučajni hod je prikladan u klasi linearnih modela, dok je FNN(7,6,1) prikladan u klasi nelinearnih modela. Hibridni model daje značajno manje prognostičke pogreške u odnosu na linearne modele, te čak bolje rezultate u odnosu na FNN. Međutim u radu se detaljno ne razmatra problematika odabira arhitekture neuronskih mreža.

Kim et al. (2004) koriste FNN u predviđanju nestacionarnih financijskih vremenskih nizova, tj. kretanja Korejskog burzovnog indeksa KOSPI. Koriste logističke prijenosne funkcije, stopu učenja od 0.1 te početne vrijednosti težina od 0.3. Kao inpute koriste 3 do 5 pomaka zavisne varijable s 3, 4 i 5 skrivena neurona redom u 1995., 1997. i 1999. godini. Zaključuju da procijenjena neuronska mreža bez skupa za validaciju, daje dobre rezultate u modeliranju kompleksnih financijskih vremenskih nizova.

Aminian et al. (2006) predviđaju vrijednosti makroekonomskih varijabli kao što su realni BDP i industrijska proizvodnja, koristeći FNN te za usporedbu s rezultatima dobivenim linearnim regresijskim modelom koriste koeficijent determinacije. Opisuju ponašanje kvartalnog rasta realnog BDP-a u SAD-u koristeći podatke od 1966. do 2004. pri čemu kao nezavisne varijable koriste zavisnu varijablu s pomakom te 4 indikatora prinosa financijskih tržišta te od 0 do 14 skrivenih neurona. U modeliranju mjesečne industrijske proizvodnje SAD-a koristeći podatke od 1953. do 2004. također koriste zavisnu varijablu s pomakom te 5 novih indikatora prinosa financijskih tržišta te od 0 do 26 skrivenih neurona. Parametri neuronske mreže su procijenjeni LM (engl. *Levenberg–Marquardt*) algoritmom koristeći tangens sigmoidnu i linearnu prijenosnu funkciju. Rezultati pokazuju superiornost neuronskih mreža u odnosu na linearni

model zbog prisutnih nelinearnosti. Međutim, u radu nije detaljno objašnjen način odabira skrivenih neurona, stope učenja i drugih parametara neuronske mreže što je potrebno detaljnije sagledati za donošenje konkretnijih zaključaka.

Medeiros et al. (2006) te Teräsvirta et al. (2008) su među prvim istraživačima koji posebnu pažnju pridaju odabiru optimalnog broja inputa i skrivenih neurona te ekonometrijskom objašnjavanju modela neuronske mreže. Parametre AR-NN modela procjenjuju metodom najveće vjerodostojnosti. Na često korištenom primjeru predviđanja sunčevih pjega Medeiros et al. (2006) te Teräsvirta et al. (2008) testiraju svoje pretpostavke te u uzorak za treniranje odabiru godišnje podatke od 1700. do 1979. godine, dok preostale podatke do 2001. godine ostavljaju za testiranje rezultata. Koriste 1, 2, 3 i 7 pomaka zavisne varijable kao inpute dobivene koristeći SBIC informacijski kriterij, dok je odabrani broj skrivenih neurona dobiven tzv. „*bottom-up*“ pristupom. Posebnu pažnju pridaju definiraju početnih vrijednosti parametara mreže odabirući ih nasumično u intervalima od 0 do 1 za skriveni sloj te od -1 do 1 za izlazni sloj. Uspoređuju rezultate dobivene drugim modelima, tj. s AR, FNN i SETAR (engl. *Self-Exciting Threshold Auto-Regressive*) modelom iz prethodnih istraživanja, na temelju RMSE, MAE i DM (engl. *Diebold-Mariano*) testa. Rezultati ovise o vremenskom horizontu predviđanja. AR-NN model je statistički značajno bolji jedino od SETAR modela. U drugom primjeru predviđanja prinosa dionica Medeiros et al. (2006) uzimaju 9 inputa definiranih na linearnom modelu u prethodnom istraživanju, dok uzorak sačinjavaju podaci S&P500 indeksa od siječnja 1954. do prosinca 1992. Rezultati pokazuju bolje performanse AR-NN modela u odnosu na FNN model, međutim nijedan model neuronske mreže ne daje bolje rezultate uspoređujući s linearnim modelom. Teräsvirta et al. (2008) također koriste mjesečne podatke nezaposlenosti u SAD-u od siječnja 1959. do prosinca 1999. te procjenjuju AR-NN model metodom najveće vjerodostojnosti s jednim skrivenim neuronom, te koristeći pomake 2, 3, 4 i 12 zavisne varijable. Model pokazuje lošije rezultate u odnosu na ostale nelinearne modele, dok je poboljšanje u odnosu na pripadajući AR model minorno. Rezultati upućuju na nužnost boljeg definiranja arhitekture neuronske mreže s više skrivenih neurona.

Zhang i Kline (2007) koriste FNN pristup u predviđaju kvartalnih vremenskih nizova prosječne veličine od oko 44 opažanja. Od toga, posljednjih 30% opažanja zadržavaju za usporedbu prediktivnih sposobnosti modela. Procjenjuju 48 različitih neuronskih mreža s različitim vremenskim pomacima zavisne varijable, sezonskim dummy varijablama i trigonometrijskim varijablama kao inputima. Koriste logističku i linearnu prijenosnu funkciju, dok broj skrivenih

neurona mijenjaju od 0, 1, 3, 5, 7 i 9, a optimalan broj skrivenih neurona odabiru na temelju AIC kriterija (engl. *Akaike Information Criterion*). Koriste LM algoritam i zaustavljaju treniranje nakon 300 epoha. Svaka FNN je procijenjena 5 puta koristeći različite početne vrijednosti. Modeli su uspoređeni na temelju MAE, MAPE (engl. *Mean Absolute Percentage Error*) i MSE. Na temelju ANOVA-e (engl. *Analysis of Variance*) zaključuju da postoji statistički značajna razlika u rezultatima modela te s obzirom na različite transformacije varijabli. Rezultati pokazuju da jednostavniji modeli općenito imaju bolje prediktivne sposobnosti u odnosu na kompleksne modele, čime se potvrđuje načelo parsimonije. Također, prethodna transformacija podataka desezoniranjem i detrendiranjem poboljšava prediktivne sposobnosti FNN. Ograničenje ovog istraživanja je u kratkim vremenskim nizovima na temelju kojih je najčešće odabran FNN model s 0 skrivenih slojeva što zapravo se može usporediti s linearnim modelom.

Hamzaçebi (2008) predlaže strukturu FNN mreže za predviđanje vremenskih nizova koji sadrže sezonsku komponentu, tj. SANN (engl. *Seasonal Artificial Neural Network*). Predlaže da za predviđanje sezonskih vremenskih nizova broj inputa i outputa bude 12 za mjesečne podatke te 4 za kvartalne podatke, dok broj skrivenih neurona određuje na temelju eksperimenta. Na različitim bazama podataka testira SANN s usporedivim linearnim i/ili nelinearnim modelom, tj. koriste podatke o kretanju broja putnika u zračnom prometu, o Tajvanskoj industriji strojeva, kretanju prodaje sokova te kvartalne izvozne podatke. Rezultati pokazuju da predviđanje sezonskih vremenskih nizova pomoću SANN mreže poboljšava prediktivne sposobnosti FNN mreže. Međutim, arhitektura neuronskih mreža nije detaljno objašnjena kao što ni početne vrijednosti parametara mreže nisu definirane.

Bildirici i Ersin (2009) analiziraju volatilnost prinosa dionica na Istanbulskoj burzi (ISE) u periodu od 1987. do 2008. koristeći dnevne cijene zatvaranja ISE 100 indeksa. Uspoređuju i kombiniraju GARCH, EGARCH, GJR-GARCH, TGARCH (engl. *threshold GARCH*), NGARCH (engl. *nonlinear GARCH*), SAGARCH (engl. *simple asymmetric GARCH*), PGARCH (engl. *Power GARCH*), APGARCH (engl. *asymmetric power GARCH*), NPGARCH (engl. *nonparametric GARCH*) s FNN modelima. FNN modeli su procijenjeni prvo na temelju BP algoritma, a nakon toga pomoću konjugiranog gradijenta. Zaključuju da FNN poboljšava generalizaciju i prediktivnu sposobnost GARCH modela. Međutim, modeli nisu prikladno objašnjeni iz ekonometrijske perspektive.

Bektipratiwi i Irawan (2011) predlažu alternativni model za predviđanje prinosa dionice Bank Rakyat Indonesia Tbk u periodu od 2003. do 2011. godine na temelju kombinacije RBF (engl. *Radial Basis Function*) neuronske mreže i EGARCH modela. Koriste RBF za modeliranje uvjetne sredine i EGARCH za modeliranje volatilnosti. Predlažu regresijski pristup za procjenu težina i parametara EGARCH modela koristeći metodu najveće vjerodostojnosti. Relevantne nezavisne varijable su odabrane na temelju doprinosa smanjenju pogreške modela. Odabrano je 11 inputa i 5 skrivenih neurona za RBF. Na temelju S testa (engl. *sign*), najbolje procjene su dobivene na temelju RBF-EGARCH modela za 100 perioda unaprijed.

Mantri et al. (2012) se fokusiraju na problem procjene volatilnosti na Indijskom tržištu kapitala. Volatilnost prvo procjenjuju korištenjem ARCH i GARCH modela do pomaka 3. Rezultate uspoređuju s neuronskim mrežama pomoću koeficijenta determinacije pri čemu zaključuju da se neuronske mreže mogu koristiti kao najbolji izbor za mjerenje volatilnosti tržišta kapitala. Međutim, ne daju konkretnu informaciju o tome koja neuronska mreža je korištena, te nisu objašnjene s ekonometrijske perspektive. Stoga, donošenje konkretnijih zaključka o prikladnosti pojedinog modela nije moguće.

Bildirici i Ersin (2012) se oslanjaju na rad Bildrici i Ersin (2009) te analiziraju nelinearnosti i leptokurtičnu distribuciju prinosa dionica na ISE u periodu od 1986. do 2010. godine. Predlažu različite kombinacije LSTAR-GARCH-NN (engl. *logistic smooth transition autoregressive GARCH-NN*) modela, pri čemu poboljšavaju dodatnim proširivanjem s modelom neuronske mreže. Između ostalog zaključuju da prošireni GARCH modeli predviđaju točnije u odnosu na GARCH modele dok LSTAR-LST-APGARCH-MLP model daje najbolje performanse. Za procjenu FNN modela, variraju broj skrivenih neurona od 3 do 10 pri čemu izabiru najbolji model na temelju MSE, tj. RMSE. Štoviše, svaka odabrana arhitektura je procijenjena 20 puta za 8 različitih modela, a kako bi se dobio što jednostavniji model, koriste AIC kriterij. Iako procjenjuju velik broj ekonometrijskih modela, te objašnjavaju FNN u ekonometrijskom smislu, procjena 100 različitih neuronskih mreža i usporedba modela s različitim arhitekturama je ekonometrijski neprihvatljivo.

Bildirici i Ersin (2014) predlažu nelinearne GARCH modele koji uključuju frakcijsku integraciju (engl. *fractionally integrated* - FI) i asimetrijsku snagu (engl. *asymmetric power* - AP) u MS-GARCH (engl. *Markov-Switching GARCH*) proces za modeliranje dnevnih prinosa ISE Indeksa. Također, proširuju MS-GARCH model s neuronskim mrežama kako bi poboljšali

prediktivne sposobnosti. Prediktivna sposobnost je procijenjena koristeći MAE, MSE i RMSE kriterije te DM test. Zaključuju da FI i AP proširenje MS-GARCH modela daje obećavajuće rezultate, pri čemu su najbolji rezultati dobiveni njihovim NN proširenjima. Modeli MS-ARMA-FIAPGARCH-HNN te MS-ARMA-FIAPGARCH-RNN imaju najbolje prediktivne sposobnosti u odnosu na GARCH i MS-GARCH modele. Međutim, parametri neuronskih mreža nisu objašnjeni ekonometrijski iako se neuronske mreže promatraju kao ekonometrijski model, a ne kao neparametarska metoda.

Claveria i Torra (2014) istražuju prediktivne sposobnosti triju različitih linearnih i nelinearnih modela, FNN, ARIMA i SETAR modela, u analizi turističke potražnje u vidu noćenja i dolazaka turista. Uzorak sadrži podatke od 2001. do 2009. godine pri čemu prve 4 godine služe za treniranje, a ostatak je podijeljen za validaciju i testiranje. Inputi su normalizirani te je korišten LM algoritam. Osim normalizacije iz izvršeno je detrendiranje i desezoniranje vremenskog niza. Broj skrivenih neurona je iznosio 3. Za usporedbu prediktivnih sposobnosti modela korištena je RMSE i DM test. Rezultati pokazuju superiornost ARIMA modela u odnosu na nelinearne modele. Autori zaključuju da je razlog tomu preprocesiranje, tj. eliminiranje sezonalnosti i netipičnih opažanja iz modela. Tako se nelinearna komponenta dijelom uklonila što je rezultiralo slabijim performansama nelinearnih modela naspram linearnog. Također, u radu nije detaljno objašnjena arhitektura neuronskih mreža, način odabira skrivenih neurona, prijenosnih funkcija, stope učenja i sl. te je za donošenje konkretnijih zaključaka potrebno detaljnije sagledati metodologiju neuronskih mreža.

Arnerić i Poklepović (2016) uspoređuju jednostavni GJR-GARCH(1,1,1) model s proširenim GJR-GARCH-NN modelom. Ovi modeli se procjenjuju metodom najveće vjerodostojnosti na temelju *a priori* definiranih inputa te samo jednim skrivenim neuronom. Uzorak podataka sačinjavaju dnevni prinosi na tržištu kapitala odabranih tržišta u nastajanju, tj. za Bugarsku, Hrvatsku, Češku, Rumunjsku, Slovačku i Sloveniju od siječnja 2011. do rujna 2014. Rezultati dokazuju superiornost FNN u predviđanju volatilnosti financijskih tržišta odnosu na ostale linearne i nelinearne modele. Nedostatak istraživanja je u fiksiranju broja skrivenih neurona, nedovoljnoj istraženosti arhitekture neuronskih mreža te njihovih prediktivnih sposobnosti.

Pregled istraživanja pokazuje da postoji vrlo malo istraživanja koja koriste neuronske mreže u analizi vremenskih nizova općenito. Zhang (2007) zahtjeva koje informacije treba navesti u objavljenim istraživanjima o neuronskim mrežama: podaci o vrsti arhitekture neuronske mreže;

podjela podataka na treniranje, testiranje i validaciju; prethodna transformacija podataka; početne vrijednosti parametara neuronske mreže, stopa učenja, momentum, broj iteracija, kriterij zaustavljanja, algoritam učenja; kriterij izbora modela. Ako se koriste posebne procedure kao regularizacija, opadanje težina, čišćenje neurona, potrebno je opisati detaljno postupak. Također, sugerira da je za predviđanje vremenskih nizova potrebno koristiti stroži statistički test kao što je DM test, koji se koristi kako bi se testirala jednakost u prediktivnoj sposobnosti između dva modela. Međutim, u empirijskim istraživanjima se neuronske mreže i njihova arhitektura ne objašnjava detaljno. Često se ključni elementi arhitekture izostavljaju. Neuronske mreže se procjenjuju često automatizmom korištenjem različitih programskih paketa s unaprijed zadanim postavkama. Također, uspoređuju se neuronske mreže s neusporedivim ekonometrijskim modelima. Često odabir inputa nije u skladu s ekonomskom teorijom te se broj skrivenih neurona određuje slučajnim odabirom. To nije ekonometrijski opravdano te može dovesti do problema predeterminiranosti modela.

2.3.5. Problem predeterminiranosti modela neuronske mreže

Složenost strukture neuronske mreže ovisi o broju parametara koji se procjenjuju, broju inputa i outputa, broju skrivenih slojeva, broju neurona u skrivenom sloju, vrsti prijenosnih funkcija, algoritmu učenja, izboru funkcije cilja, stopi učenja, broju iteracija, kriteriju zaustavljanja, omjeru za treniranje, validaciju i testiranje. Izbor inputa i outputa ovisi o samoj ekonomskoj teoriji, dok se izbor broja skrivenih slojeva često prepušta proizvoljnosti istraživača. Uključivanjem više skrivenih neurona u višeslojnu neuronskih mreža povećava se broj prijenosnih funkcija nelinearnog oblika. Brojnost takvih funkcija omogućava aproksimaciju bilo kakvog funkcionalnog oblika povezanosti između inputa i outputa s visokim stupnjem točnosti (detaljnije u Hornik et al., 1989; 1990). Prema tome aproksimacija bilo kakvog nelinearnog funkcionalnog oblika je uvijek precizna s troslojnom neuronskom mrežom kada je q, broj neurona u skrivenom sloju, dovoljno velik. Međutim, nije točno određeno koliko dovoljno velik q može biti, koliko kompleksna neuronska mreža mora biti i koliko vremena je potrebno za izračun parametara u neuronskoj mreži. To su ključna pitanja za sposobnost učenja i generalizacije neuronske mreže.

Generalizacija je proces opisivanja cjeline iz dijelova, tj. zaključivanje od specifičnog ka općenitom. Neuronske mreže generaliziraju kada računaju ili se prisjećaju cijelog uzorka iz djelomičnih uzoraka inputa ili uzoraka sa šumom, kada prepoznaju ili klasificiraju uzorke koji

prethodno nisu korišteni u procesu učenja, ili kada predviđaju nove ishode na temelju prošlosti. Mogućnost klasificiranja uzoraka koji prethodno nisu korišteni u procesu učenja je oblik interpolacije između treniranih uzoraka, dok je mogućnost predviđanja na temelju ponašanja iz prošlosti oblik ekstrapolacije, pri čemu su oba tipa preslikavanja oblik generalizacije. Sposobnost učenja je povezana s mogućnošću algoritma učenja u pronalasku skupa parametara (težina) koji daju prikladnu generalizaciju. Ostvarivanje toga ovisi o arhitekturi neuronske mreže, tj. o odabiru inputa, skrivenih neurona, broju skrivenih slojeva, o algoritmu učenja, funkciji cilja, uzorku za treniranje i procesu treniranja. Generalizacija je moguća samo ako uzorak za treniranje sadrži dovoljno informacija i ako je algoritam učenja sposoban izvući informacije i formulirati željenu funkciju u razumnom vremenu za zadanu arhitekturu neuronske mreže. Očekuje se da će dobar algoritam učenja imati visoku vjerojatnost dostizanje niske greške klasifikacije ili predviđanja.

Potrebno je napomenuti da je potrebno razlikovati grešku generalizacije i već spomenutu srednju kvadratnupogrešku (MSE). Greška generalizacije E_g je vjerojatnost pogreške u klasifikaciji ili predviđanju na novom uzorku, tj. na uzorku koji nije korišten za treniranje, dok je MSE kumulativna greška svih uzoraka za treniranje. Shodno tome, minimalna vrijednost E_g će se razlikovati od MSE. Moguće je „pretrenirati“ neuronsku mrežu što rezultira slabom sposobnošću generalizacije iako je srednja kvadratna pogreška svih uzoraka za treniranje minimalna. Neuronska mreža postaje „specijalizirana“ jer nauči uzorak za treniranje predobro, tj. MSE se smanjuje s dodatnim treniranjem, no E_g može čak rasti. Kao posljedica, neuronska mreža ne može prepoznati uzorke koji nisu uključeni u proces treniranja. Jedan način za postizanje dobre generalizacije je zaustavljanje treniranja nakon ograničenog broja iteracija koji je unaprijed zadan. Iako izrazito bitno, rijetka se istraživanja bave ovom problematikom te postavljaju maksimalan broj iteracija kako bi izbjegli problem predetermineranosti. Sam broj iteracija ovisi o konkretnom slučaju primjene no u analizi vremenskih nizova se rjeđe koristi manji broj iteracija kao 300 (Zhang i Kline, 2007), 1000 (Gupta, 2005; Choudhary i Haider, 2008), a češće od 10000 do 30000 (Moshiri et al., 1999; Hwarng, 2001; Binner et al., 2005).

Pretreniranost, tj. predetermineranost (engl. *overfitting*) neuronske mreže može nastati kada se, u nastojanju da preciznije nauči individualna preslikavanja, granica klasifikacije toliko deformira kako bi što bliže odgovarala svakom individualnom uzorku. Problem nastaje kod klasifikacije novih uzoraka kada greška može postati jako velika. Slično se događa s

korištenjem polinoma kod aproksimacije neke nelinearne funkcije kada veličina uzorka i stupanj polinoma nisu dobro odabrani. Na primjer, polinom *n*-tog stupnja se može koristiti da bi se funkcija točno prilagodila podacima u uzorku za treniranje veličine *n*, čime model savršeno može procijeniti funkciju na uzorku za treniranje, međutim za predviđanje na novim podacima često ne daje dobre rezultate. Također, u modelu neuronske mreže može biti više skrivenih slojeva između inputa i outputa, te svaki od njih može uključivati više neurona. Zbog brojnosti skrivenih slojeva i neurona u tim slojevima, postoji opasnost da model daje prividno dobre rezultate u uzorku za treniranje. To znači da je model predetermineiran.

Predetermineiranost modela (Kaashoek i van Dijk, 2001) nastaje najčešće zbog velikog broja parametara koje treba procijeniti, a koji se povećavaju dodavanjem nezavisnih varijabli (inputa), skrivenih slojeva i neurona skrivenog sloja u model. Posljedica problema predetermineiranosti je što neuronska mreža daje prividno dobre rezultate „*in-the-sample*“, dok su „*out-of-sample*“ prognostičke vrijednosti netočne, odnosno u fazi treniranja greška modela dostiže minimalnu vrijednost, međutim u fazi validacije i testiranja greška modela je velika. Stoga, u slučaju predetermineiranosti neuronska mreža nema dobre prediktivne sposobnosti. Occam's razor (lat. *lex parsimoniae*) je princip parsimonije, ekonomičnosti ili jezgrovitosti u rješavanja problema predetermineiranosti u neuronskim mrežama (Hawkins, 2004). Potrebno je smanjiti broj parametara koji se procjenjuje tako da se reducira broj skrivenih slojeva i broj neurona u skrivenom sloju. Kako ne postoji pravilo koje parametre izostaviti potrebno je istražiti koliki broj skrivenih neurona (*q*) je dovoljan u troslojnoj neuronskoj mreži, a da pri tome obje prognostičke pogreške u fazi treniranja i u fazi testiranja budu najmanje moguće. Drugi način kako riješiti problem predetermineiranosti modela je povećanje veličine uzorka, što često u makroekonomskim analizama nije moguće.

Postojeća literatura o neuronskim mrežama često zanemaruje problem predetermineiranosti modela. Oslanjajući se na arhitekture mreža koje se određuju automatizmom pomoću različitih statističkih paketa, javlja se ovaj problem. Neka istraživanja o predetermineiranosti modela neuronske mreže postoje, no postoji inkonkluzivnost u njihovim zaključcima. Dok neki, kao što je Lawrence et al (1997) zaključuju da u jednosmjernoj neuronskoj mreži veliki broj parametara koji se procjenjuju pomažu konvergenciji te ne štete generalizaciji neuronske mreže, međutim brojna druga istraživanja pokazuju upravo suprotno i ističu prevelik broj parametara kao problem. Ističe se da ako postoji previše skrivenih neurona, neuronska mreža dostiže savršene performanse na uzorku za treniranje, međutim na uzorku za testiranje daje

pogrešna predviđanja. Također, velik broj parametara u mreži ubrzano povećava vrijeme potrebno za procjenu modela (Gonzales, 2000; Kuan, 2006). Također, neka istraživanja ističu da neuronska mreža s više skrivenih slojeva ne daje bolje rezultate u odnosu na jedan skriveni sloj te često rezultira predeterminiranosti modela (Hwarng i Ang, 2001).

Drukčije rečeno, mreža koja ima premalo skrivenih neurona, ne može naučiti dobro uzorak za treniranje. Suprotno, mreža s prevelikim brojem skrivenih neurona može predobro naučiti uzorak za treniranje te ne će moći dobro generalizirati. Stoga je bolje koristiti neuronsku mrežu s jednim ili dva skrivena sloja te manjim brojem neurona u skrivenom sloju, jer takva neuronska mreža može bolje generalizirati. Također, redoslijed odabira uzoraka ima također utjecaja na performanse neuronske mreže. U tipičnim problemima klasifikacije, prepoznavanja i regresije uzorak je najbolje odabirati na slučajan način čime se uključuje oblik šuma u neuronsku mrežu, međutim u problemima vremenskih nizova nasumičan odabir uzorka nema smisla te se u tom slučaju ne može primijeniti. Stoga, osim odabira prikladnog broja neurona, zaustavljanjem procesa treniranja prije nego što se dogodi pretreniranost te povećavanje uzorka za treniranje su načini rješavanja problema predeterminiranosti modela neuronske mreže.

U ovom doktorskom radu se želi istražiti je li jedan skriveni sloj dovoljan za rješavanje problema predeterminiranosti. Pri tome će se nastojati odrediti optimalan broj neurona u jednom skrivenom sloju, vodeći se načelom parsimonije, tj. štedljivosti (manje je bolje). U postojećoj literaturi postoje dva osnovna pristupa (Angus, 1991; Zapranis i Refenes, 1999; Kaashoek i van Dijk, 2001; Franses i van Dijk, 2003; Medeiros et al., 2006). Prvi pristup, prema natrag (engl. *backward*) podrazumijeva odabir većeg broja neurona i zatim postupno eliminiranje onih neurona koji značajno ne pridonose neuronskoj mreži (Kaashoek i van Dijk, 2001). Drugi pristup, prema naprijed (engl. *forward*) počinje od najmanje moguće neuronske mreže ka većoj, a podrazumijeva dodavanje neurona sve dok se ne postigne poboljšanje u informacijskim kriterijima (Franses i van Dijk, 2003; Medeiros et al., 2006). U ovom doktorskom radu će se koristiti drugi pristup, odnosno krenut će se od najmanjeg broja neurona u skrivenom sloju ka većem kako bi se odredio optimalan broj neurona u skrivenom sloju s ciljem postizanja što manje prognostičke pogreške, tj. što veće prediktivne sposobnosti. Medeiros et al. (2006) argumentiraju da prikladno statističko zaključivanje ne može postojati ako se odabir arhitekture mreže vrši od većih modela ka manjim, tj. od generalnog ka posebnom. Stoga se ovo istraživanje ograničava na jedan skriveni sloj i jedan output, dok može biti više inputa (p) i više neurona (q) u skrivenom sloju. Važno je napomenuti da se broj inputa

određuje u skladu s hipotezama istraživača, na osnovu ekonomske teorije, pa se u konačnici problem predeterminiranosti svodi na određivanje optimalnog broja neurona u skrivenom sloju (q) i onda kada se ograničavamo samo na jedan skriveni sloj. Smanjenjem broja parametara može se riješiti problem predeterminiranosti modela, ali se gubi dio informacija potrebnih za prognoziranje. Međutim, ako se u jednosmjernu neuronsku mrežu uključi povratna veza s outputa na inpute, čime se nadoknađuje gubitak informacija, broj parametara ostaje na zadovoljavajućoj razini. Dobivenom povratnom neuronskom mrežom se zapravo procjenjuje dio modela pomičnih prosjeka u analizi vremenskih nizova.

2.4. Povratna neuronska mreža

Povratna (rekurentna) neuronska mreža (engl. *recurrent neural network* - RNN) nastaje kada se u jednosmjernu neuronsku mrežu uključi povratna veza, tj. povezujući output (najčešće jednog neurona) s inputima jednog ili više neurona ulaznog sloja ili jednog ili više neurona skrivenog sloja. Takve povratne neuronske mreže mogu imati lateralne veze između neurona istog sloja, uključujući i povratnu vezu neurona na sebe samog (engl. *self-feedback*). Uključivanjem povratne veze u jednosmjernu neuronsku mrežu otežava se način učenja neuronske mreže. Povratna neuronska mreža koristi rekurzivni algoritam (Kuan i White, 1994; Kuan i Liu, 1995) koji je sličan BP algoritmu, ali zahtjeva više jednadžbi za korigiranje težina. Također, daje konzistentne i asimptotski normalno distribuirane procjenitelje. Povratne neuronske mreže imaju svoje prednosti, što se očituje u mogućnosti izračunavanja kompleksnijih funkcija zbog svog dinamičkog djelovanja. Povratne neuronske mreže imaju mogućnost preslikavanja funkcija vremena i/ili prostora, tj. imaju mogućnost učenja niza uzoraka koji su vremenski i/ili kontekstno ovisni. U konkretnim slučajevima primjene gdje povratne neuronske mreže daju dobre rezultate, odgovarajuća jednosmjerna mreža bi zahtijevala veći broj skrivenih neurona kako bi ostvarila istu razinu performansi kao i povratna mreža. Zbog ovih mogućnosti povratne neuronske mreže su zanimljive u kontekstu analize vremenskih nizova. S aspekta analize vremenskih nizova, koja podrazumijeva modeliranje i prognoziranje, ne može se proizvoljno definirati bilo kakva povratna neuronska mreža, višestruko povezana lateralnim i/ili povratnim vezama između neurona istog i/ili prethodnog sloja, jer takve neuronske mreže nemaju ekonometrijsku interpretaciju ni značenje pa stoga ni primjenu. Povratne neuronske mreže s aspekta vremenskih nizova će se definirati detaljnije u sljedećem poglavlju, no prvo je potrebno definirati opću povratnu neuronsku mrežu i njene karakteristike.

Opća povratna neuronska mreža može imati lateralne veze unutar istog sloja kao i povratne veze iz prethodnih slojeva što uključuje i izlazni sloj. Stoga se povratna neuronska mreža može promatrati kao broj međupovezanih neurona, pri čemu neuron *i* može biti povezan s bilo kojim drugim neuronom *j*, što uključuje slučaj kada je $i = j$. Pri tom, bilo koji neuron može biti output, dok neuroni koji „primaju“ inpute imaju mogućnost uključivanja konstantnog člana. Ako mreža ima ukupno *n* neurona, od kojih *m* „primaju“ inpute, tada matrica težina $\mathbf{W}$ dimenzije $n \times (n+m)$ objedinjuje sve parametre neuronske mreže.

Dinamika povratne neuronske mreže se može opisati skupom nelinearnih diferencijalnih jednadžbi prvog reda oblika

$$\frac{dx_i}{dt} = G_i\left(\mathbf{W},\mathbf{I},\mathbf{x}(t)\right), i = 1,2,...,n \tag{2.83a}$$

pri čemu je $\mathbf{x}$ vektor stanja (engl. *state vector*), $\mathbf{W}$ matrica težina, $\mathbf{I}$ eksterni vektor inputa te G_i nelinearna diferencijabilna funkcija. U **diskretnom vremenu**, dinamika se može opisati skupom nelinearnih diferencijskih jednadžbi oblika

$$x_i(t+1) = G_i\left(\mathbf{W},\mathbf{I},\mathbf{x}(t)\right), i = 1,2,...,n \tag{2.83b}$$

pri čemu je $x_i(t)$ output *i*-tog neurona u vremenu *t*. Za povratnu neuronsku mrežu je ključno pitanje stabilnosti zbog toga što vektor $\mathbf{I}$ i matrica $\mathbf{W}$ te početne vrijednosti neuronske mreže $\mathbf{x}(0)$, određuju njeno ponašanje, tj. hoće li konvergirati ka stabilnoj točci, imati cikličke oscilacije ili kaotično ponašanje (Patterson, 1995). Dinamika konvergirajuće povratne neuronske mreže je slična dinamici Hopfield-ove mreže. Hopfield-ova mreža je poseban tip povratne neuronske mreže sa simetričnom matricom težina $\mathbf{W}$ i bez povratnih veza neurona na sebe same ($w_{ij} = w_{ji}, w_{ii} = 0$). Dinamika Hopfield-ove neuronske mreže u kontinuiranom vremenu je (prema jednadžbi (2.32) iz poglavlja 2.2.3.4.):

$$\tau_i \frac{dx_i}{dt} = -x_i + f\left(\sum_{j=1}^{n} w_{ij} x_j\right),\ i = 1,2,...,n \tag{2.32}$$

koja se može drukčije zapisati

$$\begin{aligned} &\tau_i \frac{dz_i(t)}{dt} = -z_i(t) + \sum_{j=1}^{n} w_{ij} y_j + I_i,\ i = 1,2,...,n \\ &y_i(t) = f\left(z_i(t)\right), tj. \\ &y_i(t) = f\left(\sum_{j=1}^{n} w_{ij} y_j + I_i\right) \end{aligned} \tag{2.84}$$

pri čemu su τ_i vremenske konstante (engl. *relaxation times*), z_i su inputi *i*-tog neurona, y_i su outputi *i*-tog neurona, w_{ij} je težina između *j*-tog i *i*-tog neurona, a I_i su eksterni inputi *i*-tog neurona uključujući konstantne članove.

Dinamika opće povratne neuronske mreže u **kontinuiranom vremenu** je dana s

$$\tau_i \frac{dx_i(t)}{dt} = -x_i(t) + g_i\left(\sum_{j=1}^{n} w_{ij} x_j + I_i\right),\ i = 1,2,...,n \tag{2.85}$$

pri čemu su τ_i koeficijenti vremenske konstante (engl. *relaxation times*), $x_i(t)$ je stanje *i*-tog neurona u vremenu *t*, w_{ij} je težina između *j*-tog i *i*-tog neurona, I_i su eksterni inputi *i*-tog neurona, a g_i je prijenosna funkcija. Potrebno je uočiti da je jednadžba (2.85) povezana s jednadžbom (2.84) kroz linearnu transformaciju $\mathbf{z}(t) = \mathbf{W}\mathbf{x}(t) + \mathbf{I}$, pri čemu je $\mathbf{z}(t)$ vektor stanja Hopfield-ove mreže, $\mathbf{W}$ invertibilna matrica težina, $\mathbf{x}(t)$ vektor stanja opće povratne neuronske mreže, a $\mathbf{I}$ vektor eksternih inputa. Početno stanje sustava se označava s $\mathbf{x}^0$, a konačno stanje s $\mathbf{x}^t$. Vremenski neovisne fiksne točke su rješenja jednadžbi, tj. kada je derivacija jednaka nuli vrijedi

$$x_i^f = g_i\left(\sum_{j=1}^{n} w_{ij} x_i^f + I_i\right),\ i = 1,2,...,n \tag{2.86}$$

Ovisno o vrijednostima matrice težina mogu se definirati tri tipa dinamike neuronske mreže. U slučaju da je matrica težina donja trokutasta, radi se o jednosmjernoj neuronskoj mreži. U slučaju kada je matrica težina simetrična s nulama na dijagonalama, radi se o već spomenutoj Hopfield-ovoj mreži. Kada je matrica težina asimetrična opća matrica radi se o dinamičnoj povratnoj neuronskoj mreži.

Dinamika opće povratne neuronske mreže u **diskretnom vremenu** može se dobiti iz izraza (2.85) postavljajući $\tau_i = 1$, supstituirajući $\frac{dx}{dt} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{(t+\Delta t) - t}$, kada $\Delta t \to 1$ dobije se

$$x_i(t+1) = g\left(\sum_{j=1}^{n} w_{ij} x_j(t) + I_j\right) \tag{2.87}$$

Ponašanje mreža u diskretnom i kontinuiranom vremenu će biti isto ako $\Delta t \to 0$ kod aproksimacije u diskretnom vremenu, no ako vremenska razlika nije dovoljno mala ponašanje se može bitno razlikovati (Patterson, 1995).

2.4.1. Treniranje povratne neuronske mreže

Brojni algoritmi postoje za učenje povratne neuronske mreže. Za velik broj povratnih neuronskih mreža standardni BP algoritam može dati dobre rezultate. Još jednom treba naglasiti da standardni BP algoritam odgovara pravilu učenja gradijentnog spusta, pri čemu je to pravilo specijalni slučaj Newton Raphsonove metode u kojoj je Hesseova matrica (matrica drugih derivacija funkcije cilja) zamijenjena stopom učenja. Newton Raphsonova metoda je jedna od numeričkih metoda optimizacije, pri čemu negativna vrijednost gradijenta određuje smjer kretanja, a stopa učenja kontrolira duljinu koraka u tom smjeru. Stopa učenja je pozitivna konstanta iz intervala od 0 do 1. Što je vrijednost stope učenja manja potrebno je više iteracija pa algoritam sporije konvergira. Proces konvergencije algoritma se može ubrzati uvodeći tzv. memonetum. Momentum je također konstanta iz intervala od 0 do 1 koja izglađuje oscilirajuće ponašanje i stabilizira cijeli algoritam učenja. U većini empirijskih istraživanja momentum se ne uključuje u iterativni postupak, iako može pomoći da se izbjegne lokalni minimum. Widrow-Hoffov algoritam (isto što i Delta pravilo) temelji se upravo na pravilu učenja gradijentnog spusta.

Osim standardnog BP algoritma u primjeni su njegove modifikacije, kao npr. rekurzivni BP algoritam, algoritam povratnog prostiranja greške kroz vrijeme (engl. *backpropagation through time* - BPTT), koji zahtjeva akumuliranje i uključivanje greški u proces korigiranja težina zbog povratne veze neurona samog sa sobom, algoritam povratnog prostiranja greške u realnom vremenu (engl. *real-time backpropagation* - RTBP), krnji algoritam povratnog prostiranja greške kroz vrijeme (engl. *truncated backpropagation through time* - TBPTT), algoritam povratnog prostiranja greške epohe kroz vrijeme (engl. *epoch-wise backpropagation through time* - EBPTT). U empirijskim istraživanjima se češće koriste rekurzivni BP algoritam ili BPTT (Gupta, 2005; Binner et al., 2006; Binner et al., 2007).

Kada neuronska mreža ima stabilne outpute (fiksne točke) može se koristiti jednadžba (2.86) kako bi se dobio prikladno BP pravilo učenja u **kontinuiranom vremenu** koji se temelji na gradijentnom spustu. Naime, slično kao i kod Hopfieldove mreže, kontinuirana verzija mreže je direktna generalizacija diskretne mreže, kroz korištenje kontinuiranih prijenosnih funkcija umjesto bipolarnih ili binarnih prijenosnih funkcija. Nelinearan skup diferencijalnih jednadžbi opisuju ponašanje ove mreže. Također, zanemaruju se efekti prostiranja bilo kojih vremenskih pomaka u dinamici mreže. Potrebno je pronaći rješenje za korigiranje težina

$$\Delta w_{ij} = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = \eta \sum_o E_o \frac{\partial x_o^f}{\partial w_{ij}} \tag{2.88}$$

pri čemu je ukupna greška E zbroj kvadriranih greški individualnih neurona, tj. $E = \frac{1}{2}\sum_{o=1}^{n} E_o^2$,

dok je $E_o = \begin{cases} d_o - x_o^f & ako\ je\ x_o^f\ output \\ 0 & inače \end{cases}$. Ako se iz eksponenta radi prikladnosti zapisivanja ukloni *f*, i postavljajući sve prijenosne funkcije na $g_i = g$, te diferencirajući jednadžbu (2.86) dobije se

$$\frac{\partial x_o}{\partial w_{ij}} = g'(H_i)\sum_l \left\{ \frac{\partial x_{ol}}{\partial w_{ij}} x_l + w_{ol} \frac{\partial x_l}{\partial w_{ij}} \right\} = g'(H_i)\left\{ \delta_{oi} x_j + \sum_l w_{ol} \frac{\partial x_l}{\partial w_{ij}} \right\} \tag{2.89}$$

pri čemu je $H_i = \sum_{j=1}^{n} w_{ij} x_j + I_i$. Također, u jednadžbi (2.89) prvi član unutar zagrade se pojednostavljuje na $\delta_{io} x_j$ zbog toga što su elementi matrice težina $\mathbf{W}$ nezavisni, a dijagonalni elementi jedinične matrice, mogu zamijeniti članove parcijalnih derivacija s obzirom da iznose jedan ako i samo ako vrijedi $o = i$ i $l = j$ te 0 u suprotnom. Lijeva strana jednadžbe (2.89) se može zapisati kao zbroj umnožaka jedinične matrice i parcijalne derivacije od x_l, tj. $\frac{\partial x_o}{\partial w_{ij}} = \sum_l \delta_{ol} \frac{\partial x_l}{\partial w_{ij}}$. Supstituirajući ovo u jednadžbu (2.89) te izlučivanjem člana derivacije na desnu stranu jednadžbe, dobije se

$$\sum_l \delta_{ol} \frac{\partial x_l}{\partial w_{ij}} = g'(H_i)\left\{ \delta_{oi} x_j + \sum_l w_{ol} \frac{\partial x_l}{\partial w_{ij}} \right\}$$

$$\delta_{oi} x_j g'(H_i) = \sum_l \left(\delta_{ol} - g'(H_o) w_{ol} \right) \frac{\partial x_l}{\partial w_{ij}}, tj. \tag{2.90}$$

$$\delta_{oi} x_j g'(H_i) = \sum_l L_{ol} \frac{\partial x_l}{\partial w_{ij}}$$

Neka je $\mathbf{L}$ matrica s elementima L_{kl} i neka je $\mathbf{L}^{-1}$ inverzna matrica matrice $\mathbf{L}$. Množeći obje strane jednadžbe (2.90) s $\left(\mathbf{L}^{-1}\right)_{lo}$ i sumirajući po *o*, dobije se

$$\left(\mathbf{L}^{-1}\right)_{lo} x_j g'(H_o) = \frac{\partial x_l}{\partial w_{ij}} \tag{2.91}$$

Jednadžba (2.91) je jedno rješenje koje se može koristiti za korigiranje težina iz jednadžbe (2.88), međutim zahtjeva inverziju matrice. Kako bi se izbjeglo ovo dodatno računanje može se uvesti povezani (engl. *associated*) dinamički sustav postavljajući

$$y_i = g'(H_o)\sum_r E_r \left(\mathbf{L}^{-1}\right)_{ri} \tag{2.92}$$

Rješavajući jednadžbu po E_r dobije se

$$E_r = \frac{y_i}{g'(H_i)}\sum_i L_{ir} \tag{2.93}$$

Dalje, množeći obje strane jednadžbe s $g'(H_r)$, supstituirajući eksplicitni oblik za L_{ir} i sumirajući po *r*, dobije se poznati oblik

$$\begin{aligned} 0 &= E_r g'(H_r) - y_r \sum_i L_{ir} \\ 0 &= E_r g'(H_r) - y_r \sum_i \left(\delta_{ir} - g'(H_r) w_{ir}\right) \\ 0 &= -y_r + g'(H_r)\left\{\sum_i w_{ir} y_i + E_r\right\} \end{aligned} \tag{2.94}$$

Rješenja ove linearne jednadžbe su fiksne točke pripadajuće diferencijalne jednadžbe, tj. rješenja od

$$\frac{dy_r}{dt} = -y_r + g'(H_r)\left\{\sum_i w_{ir} y_i + E_r\right\} \tag{2.95}$$

Sumirajući, cjelokupna dinamika mreže je dana jednadžbama (2.96)-(2.98)

$$\tau_i \frac{dx_i}{dt} = -x_i + g_i\left(\sum_{j=1}^{n} w_{ij} x_j + I_i\right),\ i = 1,2,...,n \tag{2.96}$$

Jednadžba (2.96) predstavlja operaciju unaprijednog prostiranja. Za vrijeme ove faze neuronska mreža koristi ovu jednadžbu za pronalazak vrijednosti x_i i pripadajuće greške E_i.

$$\tau_i \frac{dw_{ij}}{dt} = x_j g'(H_k)\sum_r E_r \left(\mathbf{L}^{-1}\right)_{ri} \tag{2.97}$$

Jednadžba (2.97) se koristi prilikom korekcije težina.

$$\frac{dy_r}{dt} = -y_r + g'(H_r)\left\{\sum_i w_{ir} y_i + E_r\right\} \tag{2.98}$$

Jednadžba (2.98) predstavlja operaciju povratnog prostiranja. Ove jednadžbe se koriste za pronalazak vrijednosti y_r (prema Patterson, 1995).

Općenite povratne neuronske mreže se također mogu trenirati koristeći oblik rekurzivnog BP algoritma, pri čemu se uključuje vremenska putanja u izračun greške. Dalje je prikazan algoritam učenja općenite povratne neuronske mreže u **diskretnom vremenu** koristeći neadaptivno učenje. Naime, neuronske mreže je moguće trenirati adaptivno ili neadaptivno. Svi dosadašnji algoritmi učenja su bili neadaptivnog tipa. Pri to se mreža trenira kroz fiksni set

uzoraka za treniranje, težine se korigiraju sve dok se ne dostigne zadani kriterij zaustavljanja. Ako se promjene uvjeti potrebno je ponovno trenirati mrežu.

Neka *m*-dimenzionalni vektor $\mathbf{x}(t)$ predstavlja eksterne inpute u mrežu u vremenu *t*, a $\mathbf{y}(t)$ *n*-dimenzionalni output svih neurona u vremenu *t*. Kada je potrebno razlikovati skrivene neurone od ostalih, koristi se $\mathbf{h}(t)$, *q*-dimenzionalni vektor. Također se uvodi vektor $\mathbf{z}(t)$, $(n+m)$-dimenzionalni vektor dobiven spajanjem $\mathbf{x}(t)$ i $\mathbf{y}(t)$. Neka je *O* skup indeksa *k* za outpute u vektoru $\mathbf{z}$, te *I* skup indeksa *k* za inpute u $\mathbf{z}$. S ovakvim zapisima, povezuje se $\mathbf{z}$ s $\mathbf{x}$ i $\mathbf{y}$ na sljedeći način:

$$z_k(t) = \begin{cases} y_k(t) & za\ k \in O \\ x_k(t) & za\ k \in I \end{cases} \tag{2.99}$$

Potrebno je naglasiti da komponente $\mathbf{z}(t)$ imaju dupliciranja, tj. svaki input se pojavljuje dvaput, jednom kao komponenta $\mathbf{x}$ i drugi put kao komponenta $\mathbf{y}$.

Vrijednost $s_k(t)$, tj. input u neuron *k* u vremenu *t*, se računa kao

$$s_k(t) = \sum_{l \in O \cup I} w_{kl} z_l(t) \tag{2.100}$$

Output neurona *k* u vremenu *t*+1 je

$$y_k(t+1) = f_k\left[s_k(t)\right] \tag{2.101}$$

pri čemu je f_k prijenosna funkcija neurona *k*. Jednadžbe (2.100) i (2.101) daju kompletnu dinamiku sustava u diskretnom vremenu.

Dalje je potrebno definirati ciljnu funkciju dodajući joj vremensku dimenziju. Neka je $d_k(t)$ ciljna vrijednost outputa za neuron *k* u vremenu *t*. Kako bi se predstavio skup ovih vrijednosti, koristi se $T(t)$ kao skup indeksa $k \in O$ za koje postoje ciljne vrijednosti $d_k(t)$ koje *k*-ti neuron treba izračunati u vremenu *t* kao odgovor na input $\mathbf{x}(t)$. Neka je $E_k(t)$ vremenski promjenjiva greška *k*-tog neurona u vremenu *t*, pri čemu

$$E_k(t) = \begin{cases} d_k(t) - y_k(t) & za\ k \in T(t) \\ 0 & inače \end{cases} \tag{2.102}$$

Ova definicija omogućava ciljnim vrijednostima da budu specificirane za različite neurone u različitim vremenima, što može biti poželjno ako ciljne vrijednosti nisu dostupne u svakoj točki vremena. Ukupna greška u vremenu *t* je

$$E(t)=\frac{1}{2}\sum_{k\in O}\left[E_k(t)\right]^2 \tag{2.103}$$

Želi se minimizirati greška kroz neki vremenski interval (t_0, t_f), tj. želi se minimizirati $E_{tot}(t_0, t_f)$ pri čemu

$$E_{tot}(t_0, t_f)=\sum_{\tau=t_0+1}^{t_f} E(\tau) \tag{2.104}$$

Ukupna korekcija težina w_{ij} kroz cijelu putanju je

$$\Delta w_{ij}=\sum_{\tau=t_0+1}^{t_f}\Delta w_{ij}(\tau)=-\eta\sum_{\tau=t_0+1}^{t_f}\frac{\partial E(\tau)}{\partial w_{ij}} \tag{2.105}$$

pri čemu je η stopa učenja, a promjene težina w_{ij} su proporcionalne negativnom gradijentu $\Delta w_{ij}(t)=-\eta\frac{\partial E(t)}{\partial w_{ij}}$.

Sada je

$$-\frac{\partial E(t)}{\partial w_{ij}}=\sum_{l\in O}E_k(t)\frac{\partial y_k(t)}{\partial w_{ij}} \tag{2.106}$$

ali

$$\frac{\partial y_k(t+1)}{\partial w_{ij}}=f_k'\left[s_k(t)\right]\left[\sum_{l\in O}w_{kl}\frac{\partial y_l(t)}{\partial w_{ij}}+\delta_{ik}z_j(t)\right] \tag{2.107}$$

pri čemu je δ_{ik} Kronecker-ova delta, tj. $\delta_{ik}=1$ ako je $i=k$ i $\delta_{ik}=0$ inače. S obzirom da je početno stanje mreže neovisno o težinama, vrijedi $\frac{\partial y_k(t_0)}{\partial w_{ij}}=0$ za svaki *k*. Postavljajući $\frac{\partial y_k(t)}{\partial w_{ij}}=p_{ij}^k(t)$ mogu se definirati rekurzivne jednadžbe

$$\begin{aligned} &p_{ij}^k(t_0)=0,\\ &p_{ij}^k(t+1)=f_k'\left[s_k(t)\right]\left[\sum_{l\in O}w_{kl}p_{ij}^k(t)+\delta_{ik}z_j(t)\right] \end{aligned} \tag{2.108}$$

i pripadajuće korekcije težina

$$\Delta w_{ij}(t)=\eta\sum_{k\in O}E_k(t)\,p_{ij}^k(t) \tag{2.109}$$

Ovo je primjer neadaptivnog algoritma. Također se može specificirati i adaptivni algoritam. Npr. promjene težina izračunate pri svakom periodu t se mogu akumulirati kroz putanju koristeći jednadžbu (2.109) i onda korigirati svaku težinu sa zbrojem u izrazu (2.105). Ovo zahtjeva da su inputi, stanja mreže i ciljni vektori sačuvani kroz cijelu putanju. Zbrajanjem greški kroz cijelu putanju daje stvarne gradijentne korekcije za funkciju greške, tj. radi se o tretiranju cijele putanje kao epohe. Ovdje se radi o učenju pomoću algoritma povratnog prostiranja greške epohe kroz vrijeme (engl. *epoch-wise backpropagation through time* - EBPTT). Za izračun korekcija težina, prikladno je zapisati jednadžbu (2.105) kao

$$\Delta w_{ij} = \eta \sum_{\tau=t_0+1}^{t_f} \delta_i(\tau) x_j(\tau+1) \tag{2.110}$$

pri čemu

$$\delta_k(\tau) = \begin{cases} f_k'[s_k(\tau)] E_k(\tau) & za\ \tau = t_f \\ f_k'[s_k(\tau)]\left[E_k(\tau) + \sum_{l \in O} w_{kl}\delta_l(\tau+1)\right] & za\ t_0 < \tau < t_f \end{cases} \tag{2.111}$$

Stoga se učenje pomoću EBPTT algoritma može odvijati dozvoljavajući mreži da prijeđe kroz cijeli interval $(t_0, t_f]$, čuvajući inpute, stanje mreže, ciljne vektore za svaki $\tau \in (t_0, t_f]$ i onda krenuti unatrag počevši od zadnjeg vremenskog koraka t_f kako bi se izračunalo $\delta_k(\tau)$ za svaki $k \in O$ i svaki $\tau \in (t_0, t_f]$ (jednadžba (2.111)). Jednadžbe (2.110) i (2.105) se koriste za korigiranje težina za cijelu putanju (epohu). Izračuni počinju od zadnjeg vremenskog koraka i nastavljaju unatrag ka ranijim vremenskim koracima kroz ponovljene primjene druge jednadžbe iz (2.111). Ova metoda je sličan standardnom BP algoritmu koji se primjenjuje u jednosmjernoj neuronskoj mreži u kojoj su ciljne vrijednosti dane za više slojeva, a ne samo za outpute. Nakon što su izračuni završeni sve do t_0+1, promjene težina je moguće napraviti prema jednadžbi (2.105), tj.

$$\Delta w_{ij} = \eta \sum_{\tau=t_0+1}^{t_f} \delta_i(\tau) x_j(\tau+1) = -\eta \frac{\partial E_{tot}(t_0, t_1)}{\partial w_{ij}} \tag{2.112}$$

Alternativno, težine se mogu korigirati u realnom vremenu pri svakom vremenskom koraku kroz putanju, pojednostavnjujući proces učenja i eliminirajući potrebu za granice epoha. U ovom slučaju stopa učenja mora biti mala što rezultira boljom aproksimacijom stvarnog gradijenta, no također zahtjeva mnogo više izračuna. Ovaj pristup se naziva algoritmom povratnog prostiranja greške u realnom vremenu (engl. *real-time backpropagation* - RTBP).

Kada se mreža korigira u realnom vremenu pri svakom vremenu *t* samo povijest inputa i stanja mreže trebaju biti sačuvani. Tada, za svaki *t*, se vrijednosti

$$\delta_k(\tau)=\begin{cases} f_k'\left[s_k(\tau)\right]E_k(\tau) & za\ \tau=t \\ f_k'\left[s_k(\tau)\right]\sum_{l\in O} w_{kl}\delta_l(\tau+1) & za\ t_0<\tau<t \end{cases} \tag{2.113}$$

računaju za svaki $k\in O$ i svaki $\tau\in(t_0,t]$ počevši od najrecentnijeg vremenskog koraka *t*. Korigiranje težina se provodi jednom kada je izračun BP algoritmom završen sve do t_0+1 koristeći jednadžbu

$$\Delta w_{ij}=\eta\sum_{\tau=t_0+1}^{t}\delta_i(\tau)x_j(\tau-1)=-\eta\frac{\partial E_{tot}(t_0,t)}{\partial w_{ij}} \tag{2.114}$$

Za RTBP prijašnje ciljne vrijednosti ne trebaju biti sačuvane s obzirom da je samo greška $E_k(\tau)$ za $\tau=t$ potrebna za izračun jednadžbe (2.113). Ovaj algoritam zahtjeva vrijeme za izračun kao i memoriju koja raste linearno s vremenom.

Potrebno vrijeme i memorija se mogu ograničiti uvođenjem proizvoljnog broja vremenskih koraka *h* kao okvir ili epohu, i zaboravljajući sve osim posljednjih *h* koraka. Ovaj krnji algoritam povratnog prostiranja greške kroz vrijeme (engl. *truncated backpropagation through time* - TBPTT) je samo aproksimacija stvarnog gradijenta, ali može biti prikladan kada se težine korigiraju za vrijeme treniranja mreže. U ovom slučaju potrebno je izračunati u svakom vremenskom koraku *t* vrijednosti $\delta_k(\tau)$ za svaki $k\in O$ i samo za periode $\tau\in(t-h,t]$ koristeći jednadžbu (2.113). Nakon što se ove vrijednosti izračunaju, težine se korigiraju koristeći jednadžbu

$$\Delta w_{ij}=\eta\sum_{\tau=t-h+1}^{t}\delta_i(\tau)x_j(\tau-1) \tag{2.115}$$

Izabiranje malog *h* rezultira smanjenim potrebama za vremenom izračunavanja i memorijom, ali s rizikom smanjenih performansi. Za neke primjene, mala vrijednost *h* može biti adekvatna (Patterson, 1995).

Prethodno je objašnjeno treniranje u općoj povratnoj neuronskoj mreži. Naime, postoji više vrsta dinamičkih povratnih neuronskih mreža kao što su NARX, Elmanova neuronska mreža, Jordanova neuronska mreža, kombinacije Elmanove i Jordanove neuronske mreže i sl. U sljedećem poglavlju je objašnjen odabir povratne neuronske u analizi vremenskih nizova u konkretnom slučaju primjene.

2.4.2. Povratne neuronske mreže u analizi vremenskih nizova

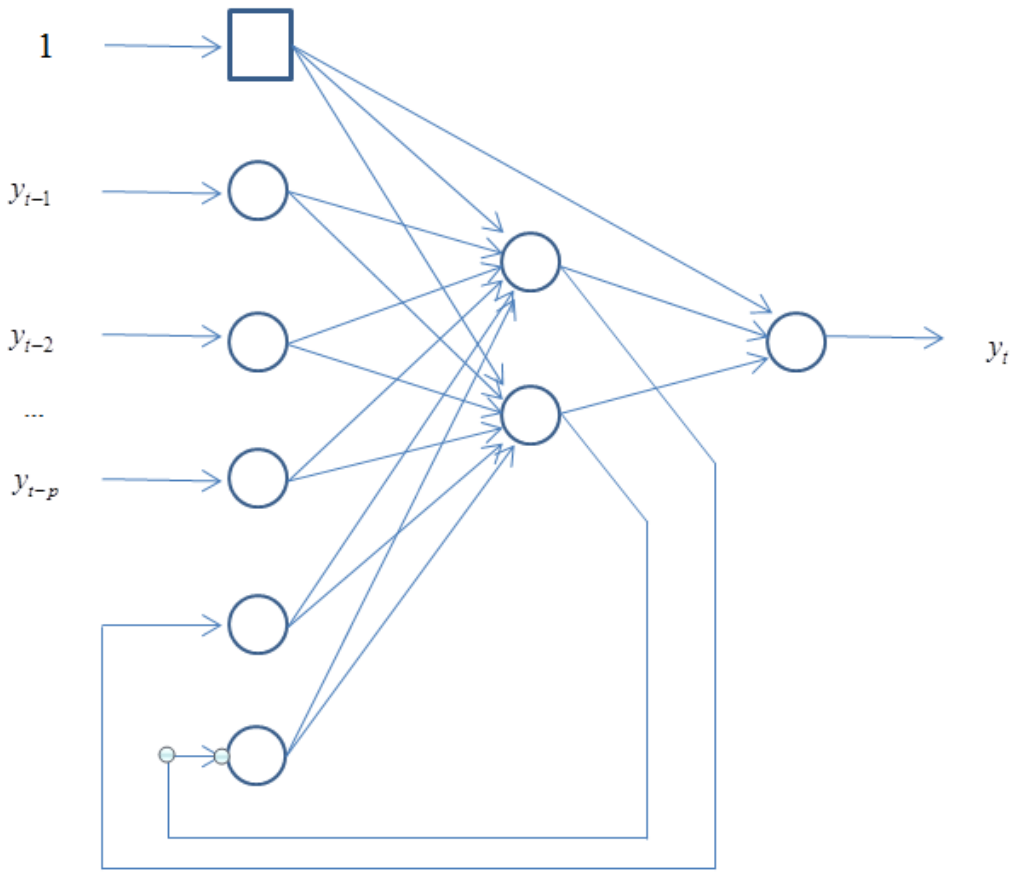
Jednosmjerne neuronske mreže se najčešće koriste u problemima klasifikacije ili prepoznavanja što je usporedivo s logističkom regresijom ili diskriminacijskom analizom, te u modeliranju povezanosti između inputa i outputa što je usporedivo s regresijskom analizom. Kada se u analizu uključe promjene neke varijable kroz vrijeme, tada se radi o analizi vremenskih nizova. Upravo su povratne neuronske mreže korisne u situacijama kada postoji vremenska ovisnost u podacima.

Najčešće se promatraju djelomično povratne neuronske mreže koje su dobivene uvođenjem određenih modifikacija u višeslojnu jednosmjernu neuronsku mrežu, pri čemu su outputi neurona u skrivenom i/ili izlaznom sloju povezani s fiktivnim neuronima ulaznog sloja; težine povratnih veza su fiksirane, a fiktivni neuroni imaju početno stanje koje može biti procijenjeno metodom učenja. Povratna neuronska mreža ima ekvivalentnu reprezentaciju jednosmjerne neuronske mreže, koja se može dobiti „razvijanjem“ mreže u vremenu. Zbog toga, bilo koja metoda učenja razvijena za jednosmjernu neuronsku mrežu se može primijeniti kod povratnih neuronskih mreža osim što uzorci moraju uvijek biti kronološki uređeni. Jedina razlika u strukturi je da postoji dodatni neuron u sloju inputa koji su povezani sa skrivenim slojem jednako kao i ostali inputi. Ovi dodatni neuroni čuvaju sadržaj outputa ili skrivenih neurona, koji je postojao u prethodnom treniranju mreže, a zovu se kontekstnim jedinicama (engl. *context unit*) te predstavljaju dugoročnu memoriju neuronske mreže.

Postoje dva osnovna tipa djelomično povratnih neuronskih mreža: Elmanova i Jordanova neuronska mreža. Elmanova neuronska mreža ima povratnu vezu sa skrivenih neurona na sloj inputa, dok Jordanova neuronska mreža podrazumijeva povratnu vezu s outputa na inpute.

2.4.2.1. Elmanova neuronska mreža

Kod **Elmanove** neuronske mreže (engl. *Elman neural network* - ENN) povratna se veza dodaje sa skrivenog sloja na inpute (Elman, 1990). Tako kontekstna jedinica „pamti“ vrijednosti iz skrivenog sloja. Slika 2.8. prikazuje jedan primjer Elmanove neuronske mreže.



Slika 2.8. Elmanova neuronska mreža
Izvor: izradila autorica prema Balkin (1997)

Analogno se prema jednadžbi (2.79) Elmanova neuronska mreža se može zapisati kao:

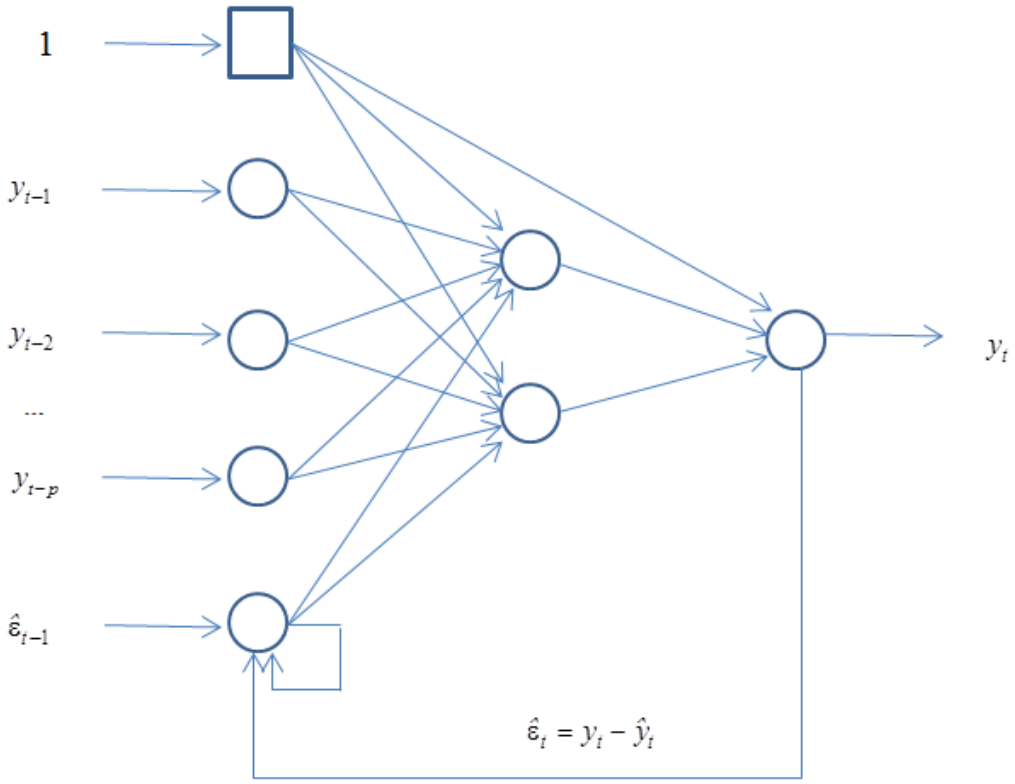
$$y_t = f\left(\phi_{co} + \sum_{h=1}^{q} \phi_{oh} g\left(\phi_{ch} + \sum_{i=1}^{p} \phi_{hi} y_{t-p,i} + \sum_{r=1}^{h} \phi_{rh} h_{r,t-1}\right)\right) + \varepsilon_t \tag{2.116}$$

pri čemu su svi parametri prethodno definirani, osim ϕ_{rh} koji označava težinu veze između kontekstne jedinice i neurona u skrivenom sloju, a $h_{r,t-1}$ predstavlja vrijednost *r*-tog skrivenog sloja iz prethodnog perioda. Međutim, Elmanova neuronska mreža nema ekonometrijsku primjenu niti značenje, stoga se detaljnije ne će istraživati.

2.4.2.2. Jordanova neuronska mreža

Djelomično povratnu neuronsku mrežu u diskretnom vremenu je definirao Jordan (1986) koji je na jednosmjernu neuronsku mrežu nadodao povratnu vezu iz outputa na dodatni neuron u ulaznom sloju kojeg je nazvao jedinicom stanja (engl. *state unit*) ili kontekstnom jedinicom

(Slika 2.9.). Te jedinice također imaju i povratnu vezu same na sebe, čime se omogućava izglađenost, tj. eksponencijalno opadanje.



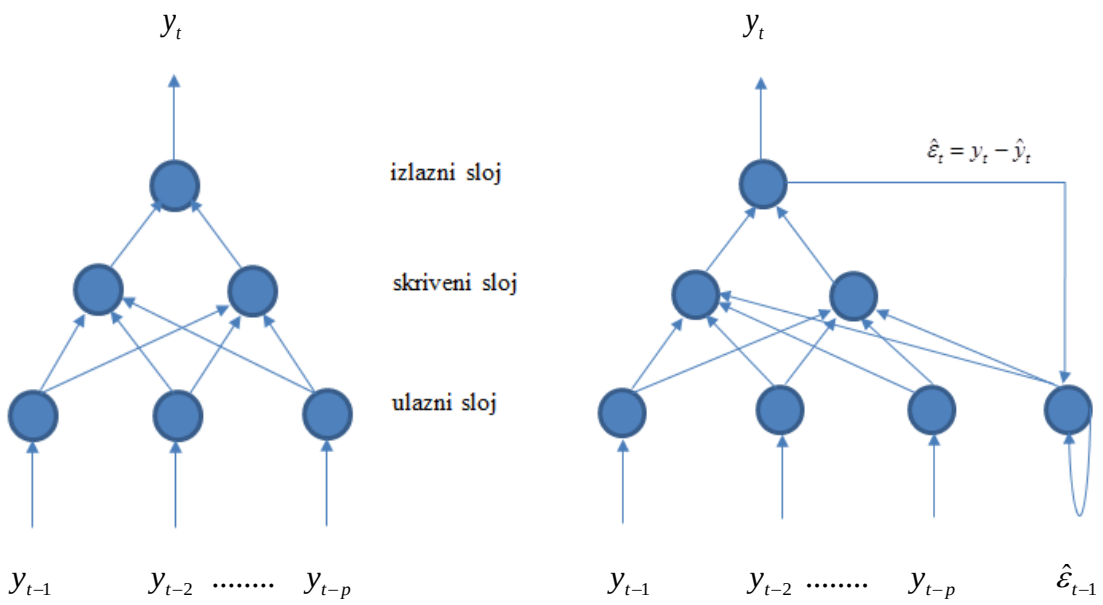
Slika 2.9. Jordanova neuronska mreža
Izvor: izradila autorica prema Balkin (1997)

Ekonometrijska interpretacije povratne veze s outputa na inpute leži u činjenici da se tako model proširuje za procijenjene greške relacije s vremenskim pomakom, tj. za članove $\hat{\varepsilon}_{t-q}$, pri čemu je q odabrani vremenski pomak. Modeli koji uključuju procijenjene greške relacije, najčešće s jednim vremenskim pomakom $q=1$, u ekonometrijskoj literaturi se nazivaju modelima pomičnih prosjeka i označavaju se oznakom MA(1). To znači da Jordanova neuronska mreža (engl. *Jordan neural network* - JNN) omogućuje da se, uz postojeće inpute, dodatno uključi MA(1) dio modela.

Naime, jednosmjerna neuronska mreža se u ekonometrijskom (ili statističkom) smislu predviđanja vremenskih nizova može smatrati nelinearnim autoregresijskim (engl. *autoregressive* - AR) modelom. Međutim, ovaj model ima nedostatak u tome što može obuhvatiti samo AR dio modela vremenskih nizova. Za procjenu MA dijela modela (dijela pomičnih prosjeka), mogu se koristiti dva pristupa: (1) procjenjivanjem MA modela kao $AR(\infty)$, tj. AR modela s beskonačno mnogo prethodnih vrijednosti zavisne varijable, što bi

rezultiralo nemogućnošću izračunavanja neprebrojivo parametara u modelu, ili (2) dodavanjem povratne veze s outputa na inpute u jednosmjernu mrežu, čime se postiže isto, ali s puno manje neurona. Uvođenjem povratne veze s outputa na inpute u model neuronske mreže se uključuju članovi pomičnih prosjeka, tj. greške relacije s vremenskim pomakom (MA dio modela). Stoga, fleksibilniji model neuronske mreže u odnosu na jednosmjernu je povratna neuronska mreža i to Jordanova. Povratna neuronska mreža JNN se može poistovjetit s nelinearnim ARMA modelom jer inputi nisu samo pomaknute vrijednosti ciljne varijable (engl. *target*), već i greške relacije s vremenskim pomakom (engl. *error lag*). Takav model se označava ARMA-NN u kojem output postaje input u modelu s ciljem dobivanja sljedećeg outputa (Beale i Finlay, 1992), tj. sadržava i dio modela pomičnih prosjeka.

Općenito, arhitektura povratne neuronske mreže je ista kao arhitektura ARMA(p,q) modela, a razlika između ovih modela je u tome što JNN koristi nelinearnu funkciju kako bi objasnila povezanost između inputa i outputa u modelu kroz skrivene slojeve, dok ARMA(p,q) model koristi samo linearnu funkciju bez skrivenih slojeva. Glavna razlika između JNN i drugih tipova neuronskih mreža je u postojanju opisane povratne veze. Stoga je prednost korištenja JNN u boljoj prilagodbi stvarnim podacima i točnijim predviđanjima.



Slika 2.10. a) (lijevo) FNN mreža s jednim skrivenim slojem predstavljajući nelinearni AR(p) model i b) (desno) JNN s jednim skrivenim slojem predstavljajući nelinearni ARMA(p,1)
Izvor: izradila autorica

Slike 2.10.a i 2.10.b prikazuju FNN i JNN s jednim skrivenim slojem predstavljajući redom nelinearni AR(p) i ARMA(p,1) model, iz čega proizlazi prednost JNN u odnosu na FNN, budući da je Jordanova neuronska mreža proširena za MA(1) dio što nije moguće kod jednosmjerne

neuronske mreže. Zbog jednostavnosti prezentacije JNN mreža uključuje jednu kontekstnu jedinicu jer se u empirijskim analizama najčešće uključuje jedan output i greška relacije s jednim vremenskim pomakom $q = 1$.

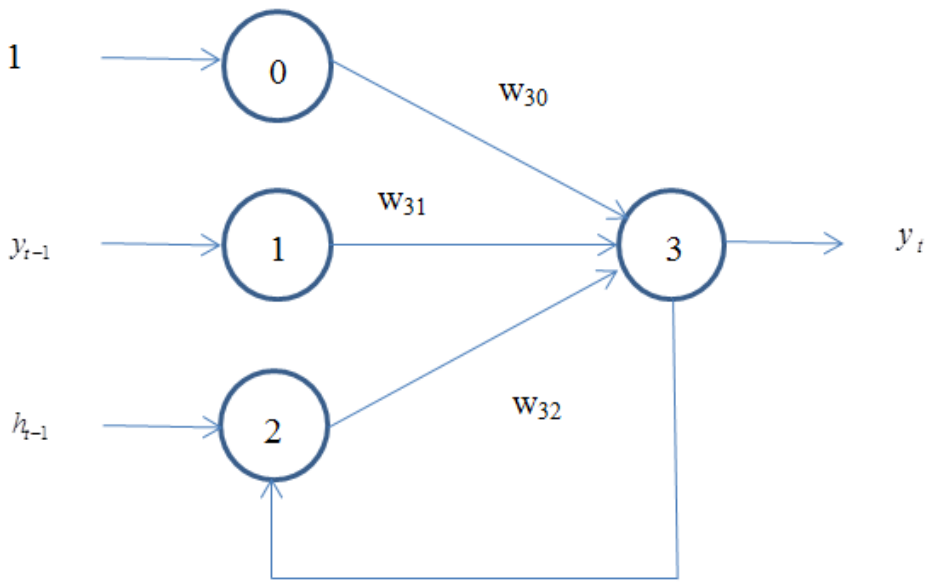
Korigiranje težina u svakoj iteraciji algoritma učenja je funkcija inputa i reprezentacije prethodnih inputa predstavljenih kroz kontekstnu jedinicu. Da nema vremenske zavisnosti u podacima, povratna neuronska mreža ne bi imala dobre performanse kao jednosmjerna zbog toga što bi se tada neuroni koji predstavljaju dugoročnu memoriju mreže smatrali slučajnim šumom. Stoga, ako povratna neuronska mreža nema dobre performanse, možda ne postoji vremenska ovisnost u podacima (Balkin, 1997).

Analogno se prema jednadžbi (2.79) Jordanova neuronska mreža se može zapisati kao:

$$y_t = f\left(\phi_{co} + \sum_{h=1}^{q} \phi_{oh} g\left(\phi_{ch} + \sum_{i=1}^{p} \phi_{hi} x_{t,i} + \phi_{rh} \varepsilon_{t-1}\right)\right) + \varepsilon_t \tag{2.117}$$

pri čemu su svi parametri prethodno definirani, osim ϕ_{rh} koji označava težinu veze između kontekstne jedinice i neurona u skrivenom sloju, a ε_{t-1} označava razliku između opaženih vrijednosti vremenskog niza (engl. *targets*) i očekivanih vrijednosti vremenskog niza (engl. *outputs*) iz prethodnog perioda. Drukčije se može zapisati kao $h_{r,t-1}$, što predstavlja vrijednost outputa mreže iz prethodnog perioda. Jordanova neuronska mreža s *p* inputa, *q* skrivenih neurona i s jednim neuronom u izlaznom sloju skraćeno se može pisati kao JNN(p,q,1). Potrebno je uočiti da broj kontekstnih jedinica u Jordanovoj neuronskoj mreži ovisi o broju outputa, pa je stoga u problemima analize vremenskih nizova uvijek jedan output te stoga uvijek jedna kontekstna jedinica.

Proširena verzija definira $h_{r,t-1}$ kao konveksnu funkciju outputa iz mreže i vrijednosti kontekstne jedinice iz prethodnog perioda. Za Jordanovu neuronsku mrežu vrijedi $h_{r,t-1} = \lambda_1 \hat{y}_{t-1} + \lambda_2 h_{r,t-2}$, pri čemu su $\lambda_1, \lambda_2 \in [0,1]$ i $\lambda_1 + \lambda_2 = 1$ parametri koji označavaju važnost dugoročne i kratkoročne memorije mreže. Naime, u ovakvoj arhitekturi kontekstna jedinica sadržava dio dugoročne memorije mreže i dio kratkoročnih informacija. Zbog toga se kontekstna jedinica još naziva i jedinicom dugoročne memorije, jer pamti prošla događanja. Općenito, $\lambda_2 = 1 - \frac{1}{k}, k > 0$, pri čemu je *k* broj uzoraka koje je potrebno zapamtiti.



Slika 2.11. Jordanova neuronska mreža bez skrivenog sloja
Izvor: izradila autorica prema Bulsari i Saxén (1993) i Balkin (1997)

U nastavku se promatra mogućnost neuronske mreže da razvije usporediv ARMA model (Bulsari i Saxén, 1993, Balkin, 1997). Bez gubitka općenitosti, promatra se neuronska mreža sa samo jednim inputom i jednim outputom, bez skrivenih neurona i s linearnom prijenosnom funkcijom. Na isti način se može promatrati i kompleksnija neuronska mreža koja osim više pomaka zavisne varijable može sadržavati i ostale egzogene varijable.

Najjednostavnija Jordanova neuronska mreža bez skrivenog sloja (Slika 2.11.) ima output

$$y_t = w_{30} + w_{31} y_{t-1} + w_{32} h_{t-1} + \varepsilon_t \tag{2.118}$$

U ovoj mreži parametri autoregresijskog modela pomičnih prosjeka tipa ARMA(1,1), mogu se procijeniti jer vrijedi

$$\begin{aligned} y_t &= w_{30} + w_{31} y_{t-1} + w_{32} y_{t-1} - w_{32} y_{t-1} + w_{32} h_{t-1} + \varepsilon_t \\ y_t &= w_{30} + \left(w_{31} + w_{32}\right) y_{t-1} - w_{32}\left(y_{t-1} - h_{t-1}\right) + \varepsilon_t \\ y_t &= w_{30} + \left(w_{31} + w_{32}\right) y_{t-1} - w_{32}\left(y_{t-1} - \hat{y}_{t-1}\right) + \varepsilon_t \\ y_t &= w_{30} + \left(w_{31} + w_{32}\right) y_{t-1} + \varepsilon_t - w_{32}\varepsilon_{t-1} \end{aligned} \tag{2.119}$$

s obzirom da je $h_{t-1} = \hat{y}_{t-1}$ kada je $\lambda_2 = 0$. Također, ako su $w_{30} = \phi_0$, $w_{31} + w_{32} = \phi_1$, $w_{32} = \theta_1$ i dobije se jednadžba ARMA(1,1) modela, tj. $y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$. Dodajući broj inputa mogu se procjenjivati ARMA modeli višeg reda. Međutim ovaj tip mreže, s obzirom da postoji samo jedna direktna veza s outputa na kontekstnu jedinicu, je ograničen na model pomičnih prosjeka reda 1.

Vektor parametara Jordanove neuronske mreže jednak je vektoru parametara jednosmjerne neuronske mreže. Međutim, zbog povratne veze s outputa na inpute koja je nadodana u Jordanovoj neuronskoj mreži u odnosu na jednosmjernu, gradijent funkcije cilja po parametrima mreže ovisi i o njenim prošlim stanjima, što se mora uzeti u obzir pri njegovom izračunu.

Jordanova neuronska mreža ima K neurona u skrivenom sloju i M neurona u izlaznom sloju. Vektor inputa sadržava N inputa i M prethodnih outputa, pa vektor inputa mreže

$$\left[1, x_1^{(1)}(t), \ldots, x_N^{(1)}(t), x_{N+1}^{(1)}(t), \ldots, x_{N+M}^{(1)}(t)\right]^T, \tag{2.120}$$

u Jordanovoj mreži ima oblik

$$\left[1, x_1^{(1)}(t), \ldots, x_N^{(1)}(t), y_1^{(2)}(t-1), \ldots, y_M^{(2)}(t-1)\right]^T. \tag{2.121}$$

Učenje u neuronskoj mreži počinje predstavljanjem vektora inputa u mreži (prema Bilski i Smolag, 2013). Koristeći jednadžbu (2.122) zbrajaju se umnošci inputa i pripadajućih težina

$$s_i^{(1)} = \sum_{k=0}^{N+M} w_{ik}^{(1)} x_k^{(1)} \tag{2.122}$$

Primjenom neke nelinearne prijenosne funkcije g (najčešće logistička) u jednadžbi (2.123) računa se izlaz iz skrivenog sloja, tj.

$$y_k^{(1)}(t) = g\left(s_k^{(1)}(t)\right) \tag{2.123}$$

Nakon toga se prema jednadžbi (2.124) računa suma umnožaka izlaza iz skrivenog sloja i pripadajućih težina između skrivenog i izlaznog sloja, tj.

$$s_j^{(2)} = \sum_{k=0}^{K} w_{jk}^{(2)} x_k^{(2)} \tag{2.124}$$

i konačno, prema jednadžbi (2.125) koristeći prijenosnu funkciju (najčešće linearna) se računaju očekivane vrijednosti outputa

$$y_j^{(2)}(t) = f\left(s_j^{(2)}(t)\right) \tag{2.125}$$

Treniranje Jordanove neuronske mreže se vrši metodom gradijentnog spusta (Williams i Zipser, 1989), pri čemu se minimizira sljedeća funkcija cilja

$$E_{tot}(t) = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{M}\left(E_j^{(2)}(t)\right)^2 = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{M}\left(y_j^{(2)}(t) - d_j^{(2)}(t)\right)^2 \tag{2.126}$$

pri čemu je $E_j^{(2)}(t) = y_j^{(2)}(t) - d_j^{(2)}(t)$, tj. razlika očekivanih i ciljnih vrijednosti outputa.

Potrebno je dalje izračunati derivaciju funkcije cilja s obzirom na svaku težinu. Za težine u drugom sloju dobije se sljedeći gradijent

$$\nabla_{\alpha\beta}^{(2)} E_{tot}(t) = \frac{\partial E_{tot}(t)}{\partial w_{\alpha\beta}^{(2)}} = \sum_{j=1}^{M} E_j^{(2)}(t) \frac{\partial y_j^{(2)}(t)}{\partial w_{\alpha\beta}^{(2)}} \tag{2.127}$$

Nakon izračuna dobije se derivacija

$$\frac{\partial y_j^{(2)}(t)}{\partial w_{\alpha\beta}^{(2)}} = \delta_{j\alpha} \frac{\partial y_\alpha^{(2)}(t)}{\partial s_\alpha^{(2)}} y_\beta^{(1)}(t) + \frac{\partial y_j^{(2)}(t)}{\partial s_j^{(2)}} \sum_{i=1}^{K} w_{ji}^{(2)} \frac{\partial y_i^{(1)}(t)}{\partial s_i^{(1)}} \sum_{k=1}^{M} w_{i,k+N}^{(1)} \frac{\partial y_k^{(2)}(t-1)}{\partial w_{\alpha\beta}^{(2)}} \tag{2.128}$$

Težine se korigiraju prema algoritmu najbržeg spusta, tj.

$$w_{\alpha\beta}^{(2)}(t) = w_{\alpha\beta}^{(2)}(t-1) - \eta \nabla_{\alpha\beta}^{(2)} E_{tot}(t) \tag{2.129}$$

Za prvi sloj je

$$\delta_j^{(2)}(t) = E_j^{(2)}(t) \frac{\partial y_j^{(2)}(t)}{\partial s_j^{(2)}} \tag{2.130}$$

i

$$E_i^{(1)}(t) = \sum_{j=1}^{M} \delta_j^{(2)}(t) w_{ji}^{(2)} \tag{2.131}$$

te se dobije gradijent

$$\nabla_{\alpha\beta}^{(1)} E_{tot}(t) = \frac{\partial E_{tot}(t)}{\partial w_{\alpha\beta}^{(1)}} = \sum_{j=1}^{M} E_j^{(2)}(t) \frac{\partial y_j^{(2)}(t)}{\partial s_j^{(2)}} \sum_{i=1}^{K} \left[\frac{\partial y_i^{(1)}(t)}{\partial w_{\alpha\beta}^{(1)}} w_{ji}^{(2)} \right] = \sum_{i=1}^{K} \frac{\partial y_i^{(1)}(t)}{\partial w_{\alpha\beta}^{(1)}} E_i^{(1)}(t) \tag{2.132}$$

Nakon izračuna dobije se derivacija

$$\frac{\partial y_i^{(1)}(t)}{\partial w_{\alpha\beta}^{(1)}} = \delta_{i\alpha} \frac{\partial y_\alpha^{(1)}(t)}{\partial s_\alpha^{(1)}} x_\beta^{(1)}(t) + \frac{\partial y_i^{(1)}(t)}{\partial s_i^{(1)}} \sum_{k=1}^{M} w_{i,k+N}^{(1)} \frac{\partial y_k^{(2)}(t-1)}{\partial s_k^{(2)}} \sum_{l=1}^{K} w_{kl}^{(2)} \frac{\partial y_l^{(1)}(t-1)}{\partial w_{\alpha\beta}^{(1)}} \tag{2.133}$$

Težine prvog sloja se korigiraju prema

$$w_{\alpha\beta}^{(1)}(t) = w_{\alpha\beta}^{(1)}(t-1) - \eta \nabla_{\alpha\beta}^{(1)} E_{tot}(t). \tag{2.134}$$

Stoga, učenje u Jordanovoj neuronskoj mreži se vrši koristeći jednadžbe (2.127) - (2.129) te (2.132) - (2.134). Proces se nastavlja sve dok se ne dostigne minimalna greška ili dok se ne dostigne maksimalan broj iteracija.

Povratne neuronske mreže, kao i jednosmjerne, imaju svoje nedostatke. Ne postoji jasno definiran način određivanja broja skrivenih slojeva, broja neurona niti određivanja prijenosnih funkcija. Također, ako ih se promatra kao neparametarsku metodu, tada fleksibilnost njihove

strukture dovodi do složenosti, te otežane interpretabilnosti procijenjenih parametara. Povećavanjem broja parametara koji se procjenjuju ne poštuje se načelo parsimonije, te dolazi do problema predeterminiranosti modela i problema divergencije algoritma učenja, što je posebno izraženo ako je uzorak mali (kratak vremenski niz podataka), pri čemu je veličina uzorka čest problem kod makroekonomskih analiza. Većina istraživanja u analizi makroekonomskih vremenskih nizova imaju broj opažanja do 100 (Gonzales, 2000; Binner et al., 2005; Zhang i Kline, 2007; Choudhary i Haider, 2008; Claveria i Torra, 2014; Al-Maqaleh et al., 2016) ili do 200 (Balkin, 1997; Gençay i Liu, 1997; Faraway i Chatfield, 1998; Hwarng, 2001; Zhang, 2003; Ghiassi et al., 2005; Binner et al., 2006) što predstavlja problem za procjenu modela neuronskim mrežama. Baze podataka u analizi vremenskih nizova koje sadrže do 1000 (Moshiri i Cameron, 2000; Rech, 2002; McNelis i McAdam, 2004; Gupta, 2005; Teräsvirta et al., 2005; Medeiros et al., 2006; Binner et al., 2007), te preko 1000 (Kuan i Liu, 1995; Täppinen, 1998; Abid i Salah, 2002; Ortega, 2012; Chaudhuri i Ghosh, 2016) opažanja su najčešće simulirani podaci ili podaci s visokom frekvencijom.

Korištenjem JNN mreže, s obzirom na smanjen broj inputa u odnosu na dio modela AR(∞), manje je parametara potrebno procijeniti, čime se uvažava načelo parsimonije. U svom radu Balkin (1997) zaključuje da JNN ima bolju prediktivnu sposobnost u odnosu na jednosmjernu NM te da su neuronske mreže prikladnije u odnosu na mješovite ARMA modele. Zato se u ovom radu želi istražiti da li JNN daje manju prognostičku pogrešku, a s primjenom u prognoziranju očekivane inflacije u kratkom roku. Korištenjem Jordanove neuronske mreže problem predeterminiranosti modela može biti riješen uvažavajući načelo parsimonije.

2.4.2.3. Pregled literature o povratnim neuronskim mrežama u analizi vremenskih nizova

Gençay i Liu (1997) na simuliranim podacima daju tri primjera koji pokazuju da povratne neuronske mreže daju bolje predviđanje i od nelinearnih vremenskih nizova i od jednosmjernih neuronskih mreža. Povratna mreža je ovdje Elmanova. Ho et al. (2002) istražuju prikladni model vremenskih nizova u analizi kvarova sustava. Uspoređuju performanse ARIMA modela te FNN i ENN, pri čemu pokazuju da ARIMA i RNN modeli imaju značajno bolje performanse u odnosu na FNN, te da imaju bolje performanse u kratkoročnom predviđanju. RNN s optimalnom težinom uz kontekstnu jedinicu daje usporedivo dobre rezultate kao i ARIMA model. Međutim, procijenjen je ARIMA(1,1,1)(0,0,1) model, dok FNN i RNN modeli imaju po 3 inputa, 10 skrivenih neurona što ekonometrijski nije usporedivo. Mańdziuk i Mikołajczak

(2002) uspoređuju FNN, ENN, JNN i proširenu ENN za predviđanje kaotičnog niza logističkih mapa. Zaključuju da su FNN s 2 skrivena sloja superiorne u odnosu na druge neuronske mreže. Međutim, zahtijevaju duže vrijeme računanja. Također, zaključuju kako s pažljivim odabirom parametara i arhitekture, svi modeli daju stabilne rezultate. Gupta et al. (2005) istražuju performanse povratne neuronske mreže uspoređujući JNN i kombiniranu RNN u predviđanju simuliranih vremenskih nizova s jednosmjernom. Rezultati pokazuju da povratna neuronska mreža pruža značajno bolje rezultate u odnosu na jednosmjernu, te Jordanova naspram kombinirane. Brezak at al. (2012) uspoređuju performanse FNN i RNN korištenjem različitih algoritama te Mackey-Glass nelinearne baze podataka. Zaključuju da su RNN imale bolje performanse bez obzira na korišteni algoritam učenja. Istraživanja na simuliranim podacima i/ili neekonomskim područjima daju prednost povratnim neuronskim mrežama (Gençay i Liu, 1997; Ho et al., 2002; Gupta et al., 2005, Brezak et al., 2012) za predviđanje vremenskih nizova naspram linearnih, nelinearnih modela i/ili jednosmjernih neuronskih mreža, dok druga istraživanja kao Mańdziuk i Mikołajczak (2002) prednost daju jednosmjernim neuronskim mrežama.

Istraživanja na ekonomskim i financijskim vremenskih nizovima (Balkin, 1997; Binner et al., 2004, 2006; Arnerić et al., 2014) daju prednost povratnim neuronskim mrežama za predviđanje vremenskih nizova naspram linearnih, nelinearnih modela i/ili jednosmjernih neuronskih mreža. Međutim, Moshiri et al. (1999) daju prednost povratnim neuronskim mrežama kod predviđanja u dugom roku, dok u kratkom roku prednost daju jednosmjernim neuronskim mrežama i linearnim modelima. Istraživanja kao npr. Kuan i Liu (1995) ne daju jasni odgovor koja neuronska mreža ima bolje prediktivne sposobnost, dok istraživanje Binner et al. (2007) prednost daju ostalim metodama umjetne inteligencije za predviđanje vremenskih nizova.

Kuan i Liu (1995) predviđaju devizne tečajeve i uspoređuju rezultate dobivene pomoću FNN i RNN. Povratna neuronska mreža je Elmanova. Uzorak mjesečnih podataka izabran je od 1980. do 1985., a uključuje US dolar, Britansku funtu, Kanadski dolar, Njemačku marku, Japanski yen i Švicarski franak. Rezultati ne daju jasni odgovor koja neuronska mreža ima bolje prediktivne sposobnosti. Koriste od 1 do 6 pomaka zavisne varijable kao inpute te 2 do 6 skrivena neurona u FNN i RNN. Zaključuju da za yen i funtu RNN ima bolju prediktivnu sposobnost, a za ostale devizne tečajeve, nijedna neuronska mreža ne daje dobre rezultate.

Balkin (1997) koristi Jordanovu neuronsku mrežu, na ekonomskom primjeru u analizi vremenskih nizova te uspoređuje mogućnost predviđanja FNN i RNN s tradicionalnim metodama. Autor zaključuje da ARIMA model i JNN imaju bolje performanse nego FNN, pri čemu JNN ipak ima bolju prediktivnu sposobnost. Nedostatak istraživanja je u samom definiranju arhitekture neuronske mreže. Naime, inputi i outputi su definirani na temelju ekonomske teorije i prethodnih istraživanja, međutim broj skrivenih neurona je uvijek 2 bez posebnog obrazloženja, te izbor prijenosnih funkcija nije jasno definiran.

Täppinen (1998) uspoređuje TDNN (engl. *Time Delay Neural Network*) i linearni regresijski model u predviđanju vremenske strukture kamatnih stopa u SAD-u. Podaci su kamatne stope za dospijeća od 1, 2, 6 i 12 mjeseci te 5 i 10 godina u periodu od lipnja 1988. do svibnja 1997. Zaključuje da model neuronske mreže, koji sadrži cjelokupni spektar krivulje prinosa od razlike između kamatnih stopa za dospijeća od 1 i 3 mjeseca do razlike kamatnih stopa za dospijeća od 5 do 10 godina, predviđa promjene kamatnih stopa izrazito dobro. Međutim, zaključuju da oba modela za vrijeme 1994.-1995. nisu uspjela predvidjeti rast kamatnih stopa.

Arnerić et al. (2014) uspoređuju prediktivne sposobnosti JNN i standardnog GARCH (1,1) modela u predviđanju volatilnosti burzovnog indeksa CROBEX-a u periodu od 2011. do 2014. godine. Rezultati pokazuju značajnu prednost JNN naspram GARCH modela.

Wang et al. (2016) predviđaju vrijednosti indeksa tržišta kapitala, tj. indeksa Šangajskog, Tajvanskog, Korejskog i Japanskog tržišta kapitala, kombinirajući ENN s efektivnom funkcijom stohastičkog vremena. Usporedbom rezultata s drugim modelima neuronskih mreža, tj. s FNN i ENN, te drugim linearnim modelima, zaključuju da predložena neuronska mreža daje bolje performanse u odnosu na druge neuronske mreže. Uzorak sadržava podatke od početka 2006. do ožujka 2014. godine. Modeli sadrže 4 inputa: cijenu otvaranja, najvišu, najnižu cijenu i cijenu zatvaranja, podaci su normalizirani, broj skrivenih neurona varira od 8 do 12, sa stopom učenja od 0.001, 0.01, 0.02, 0.03 i 0.05 u ovisnosti o tržišnom indeksu i vrsti neuronske mreže. Koriste 75% podataka za treniranje te 25% za testiranje.

Chaudhuri i Ghosh (2016) predviđaju devizni tečaj Indijskog rupija u odnosu na USD koristeći egzogene varijable kao što su futuresi na ovaj devizni tečaj, prinosi Indijskog i Njemačkog tržišta kapitala, te tržišta kapitala SAD-a i Hong Konga, cijenu nafte, te indeks volatilnosti tržišta SAD-a i Indije. Predviđaju vrijednosti deviznog tečaja pomoću FNN i povratnom NARX

(engl. *nonlinear autoregressive network with exogenous inputs*) mrežom, te GARCH i EGARCH modele i uspoređuju prediktivne sposobnosti ovih modela na temelju MSE, koeficijenta determinacije i Theil-U indeksa. Uzorak sadržava podatke od siječnja 2009. do travnja 2016., a podijeljen je u omjerima 70/15/15. Neuronske mreže koriste tangens-hiperbolnu i linearnu prijenosnu funkciju, te 10, 20, 30 i 40 skrivenih neurona. Rezultati pokazuju da su FNN i NARX modeli značajno efikasniji. Pri tom, ne postoji značajna razlika u performansama s obzirom na broj skrivenih neurona u oba tima mreža, dok značajna razlika postoji s obzirom na odabrani algoritam učenja samo u FNN mreži.

Pregled istraživanja pokazuje da postoji vrlo malo istraživanja koja koriste povratne neuronske mreže u analizi vremenskih nizova te da postoji vremenski jaz između temeljnih istraživanja i ponovnog otkrivanja povratnih neuronskih mreža te njihovog korištenja u analizi vremenskih nizova. U empirijskim istraživanjima se povratne neuronske mreže i njihova arhitektura ne objašnjava detaljno. Često se ključni elementi arhitekture izostavljaju i ne objašnjavaju detaljno. Neuronske mreže se procjenjuju često automatizmom korištenjem različitih programskih paketa. Također, uspoređuju se neuronske mreže s neusporedivim ekonometrijskim modelima. Često odabir inputa nije u skladu s ekonomskom teorijom te se broj skrivenih neurona određuje slučajnim odabirom. Koristi se najčešće Elmanova neuronska mreža ili kombinacije Jordanove i Elmanove, kao i druge povratne neuronske mreže. To nije ekonometrijski opravdano te se takva istraživanja trebaju uzeti s dozom opreza. Stoga se u ovom doktorskom radu definiraju neuronske mreže iz ekonometrijske perspektive, njihova arhitektura se odabire s posebnom pozornosti u skladu s konkretnim problemom primjene te se koristeći prikladnu povratnu neuronsku mrežu predviđaju vrijednosti inflacije.

2.4.2.4. Pregled istraživanja o neuronskim mrežama u analizi inflacije

U analizi inflacije malo je istraživanja koja uključuju predviđanja neuronskim mrežama općenito, a još je ograničeniji broj istraživanja koji koriste povratne neuronske mreže. Osim toga, postoji nedostatak u nedovoljnoj objašnjenosti korištenog tipa neuronskih mreža kao i arhitekture neuronskih mreža. Također, pojedina istraživanja koriste različite modele koji ekonometrijski nisu usporedivi, najčešće zbog korištenja različitog broja i vrste inputa. Zbog svega navedenog, potrebno je rezultate pojedinih istraživanja uzeti s dozom opreza.

Moshiri et al. (1999) uspoređuju FNN, RBF i RNN u predviđanju inflacije u Kanadi sa strukturnim i reduciranim oblikom VAR (engl. *vector autoregressive*) modela u razdoblju od siječnja 1970. do prosinca 1994. Od ukupno 300 mjesečnih podataka prvih 252 je korišteno „*in-the-sample*“, a preostalih 48 podataka u „*out-of-sample*“. Za treniranje je korišteno 80% podataka iz „*in-the-sample*“, a za testiranje preostalih 20%. Na temelju ekonomske teorije izabrane su sljedeće varijable u predviđanju inflacije: jaz BDP-a s jednim vremenskim pomakom, realna ponuda novca, inflacija uvoznih cijena i stopa inflacije s jednim pomakom. Kod VAR analize broj pomaka je određen na temelju informacijskih kriterija. Rezultati pokazuju da u dugom roku RNN imaju veću prediktivnu sposobnost, tj. imaju dvostruko manju prognostičku pogrešku. Suprotno, u kratkom roku daje se prednost kako FNN, tako i ostalim linearnim modelima. Međutim, ovo istraživanje ne razmatra problem predeterminiranosti modela niti odabir optimalnog broja skrivenih neurona, te je broj skrivenih neurona određen na temelju pokušaja i pogreški. Nije definirano o kojoj se vrsti povratne neuronske mreže radi, dok FNN model koristi logističke prijenosne funkcije u oba sloja, RBFN model koristi gaussovu i linearnu, a RNN koristi tangens-hiperbolnu i linearnu prijenosnu funkciju.

Moshiri i Cameron (2000) uspoređuju performanse FNN s tradicionalnim ekonometrijskim pristupom u predviđanju inflacije mjerenu godišnjom promjenom indeksa potrošačkih cijena. Uzorak podataka sačinjavaju mjesečni podaci u Kanadi od siječnja 1970. do prosinca 1994. Od tradicionalnih ekonometrijskih modela koriste se strukturni modeli, ARIMA modeli, VAR modeli i BVAR (engl. *Bayesian vector autoregression*) modeli. Procjenjuju tri strukturna modela. Prvi je dobiven na temelju tri jednadžbe koje su najčešće korištene za objašnjavanje cikličnog ponašanja u ekonomiji, pri čemu se inflacija objašnjava jazom outputa iz prethodnog perioda, realnom ponudom novca, lagiranim vrijednostima inflacije, inflacijom uvoznih cijena te skupom drugih šokova ponude i potražnje. Drugi model objašnjava inflaciju kao funkciju promjene jaza BDP-a iz prethodnog razdoblja, promjene stope plaća, promjene inflacije uvoznih cijena te lagirane vrijednosti inflacije. U trećem modelu inflacija se objašnjava promjenom nominalnog rasta novca, promjenom uvoznih cijena te lagiranim vrijednostima inflacije. ARIMA model je procijenjen na temelju pomaka inflacije za 1, 2, 3, 7 i 12 mjeseci. VAR i BVAR model koriste iste varijable kao i prvi strukturni model. Procjenjuju modele od 1 do 10 skrivenih neurona te odabiru onaj model s najnižom vrijednosti greške u predviđanju. Stopa učenja je postavljena na 0.01, maksimalan broj iteracija na 100000, koriste se tangens hiperbolna i linearna prijenosna funkcija te LM algoritam. Za treniranje je korišteno 252 opažanja, a ostalih 48 opažanja za testiranje. Za usporedbu modela su korišteni RMSE i MAE.

Rezultati pokazuju da FNN modeli mogu predvidjeti inflaciju jednako dobro u predviđanjima 3 i 12 mjeseci unaprijed, te u slučajevima predviđanja 1 mjesec unaprijed i bolje nego tradicionalni ekonometrijski modeli.

McNelis i McAdam (2004) uspoređuju linearne te FNN modele s linearnom komponentom za predviđanje inflacije, koji su bazirani na modelima Phillipsove krivulje u SAD-u, Japanu i euro zoni. Uzorak sadrži podatke od siječnja 1970. do siječnja 2003. za SAD, te od siječnja 1980. za euro zonu i Japan. Za prognostičke procjene odvojen je uzorak od siječnja 1990. za SAD te od siječnja 1995. za euro zonu i Japan. Kao inpute koriste 1 pomak nezaposlenosti i pomake 10 ili 11 za inflaciju određenih na temelju informacijskih kriterija. Varijable su transformirane da postanu stacionarne, desezonirane te normalizirane. Procjenjuju FNN s 1, 2 ili 3 skrivena neurona s nasumično generiranim početnim vrijednostima. Koriste logističku prijenosnu funkciju te hibridni pristup optimizaciji kombiniranjem različitih algoritama. Modeli temeljeni na neuronskim mrežama imaju bolje prediktivne sposobnosti od najboljeg linearnog modela za predviđanje indeksa usluga za euro zonu, te podjednako dobro ili bolje za općenitije indekse potrošačkih i proizvođačkih cijena za različite zemlje. Linearni model i model neuronske mreže su usporedivi s obzirom na isti izbor varijabli u modelima. Konačno, ne sugeriraju da je korištenje neuronskih mreža najbolja ili jedina alternativa, nego zaključuju da neuronske mreže mogu efikasno aproksimirati široku lepezu nelinearnosti.

Binner et al. (2004) uspoređuju prediktivne sposobnosti dvaju nelinearnih modela, vektorski autoregresijski model promjenjivog režima (engl. *regime switch VAR* - RS-VAR) i RNN, s linearnim VAR modelom. Prognozira se inflacija u UK koristeći mjesečne podatke od 1969. do 2003. godine. Rezultati pokazuju da RS-VAR i RNN imaju slične prediktivne sposobnosti u kratkom i dugom roku, a značajno su bolji od linearnog VAR modela.

Binner et al. (2005) uspoređuju ARIMA i VAR te FNN u prognoziranju inflacije. Koriste kvartalne desezonirane i logaritmirane podatke u periodu od 1980 Q1 do 2000 Q4 za euro zonu. Podaci su normalizirani u rasponu od -1 do 1. Varijable su: inflacija, monetarni agregati Euro M3 i Euro Divisia M3, BDP, BDP deflator te varijable oportunitetnog troška za monetarne agregate. Dio podataka od 1981 Q2 do 1998 Q2 je korišten za procjenu modela, a posljednjih 10 opažanja, tj. dio podataka od 1998 Q3 do 2000 Q4, za testiranje modela. Procijenjeni su ARIMA modeli varirajući p i q od 0 do 3 te dodatni model pri čemu su p i q jednaki 6. Procjena VAR modela počinje testiranjem kointegracije korištenjem Johansenovog pristupa.

Procijenjena su dva VECM (engl. *vector error correction model*) modela posebno za Euro M3 i Euro Divisia M3. FNN je procijenjena koristeći najbolji skup nezavisnih varijabli, koji sadržava novčanu masu do 4 pomaka i inflaciju s jednim pomakom te u drugim modelima iste varijable kao u VAR modelu. Prilikom definiranja broja skrivenih neurona procjenjuju 5 neuronskih mreža počevši od 1 skrivenog neurona do ukupnog broja nezavisnih varijabli u modelu što je u ovom slučaju 5. Najbolji rezultati su dobiveni postavljajući broj iteracija od 15000 do 20000 za Euro M3 te od 10000 do 15000 za Euro Divisia M3. Korištene su tangens-hiperbolna i linearna prijenosna funkcija, dok je stopa učenja postavljena na 0.01, a momentum na 0.9. Modeli su uspoređeni koristeći mjere RMSE, MAE i MAPE. Rezultati pokazuju da FNN daju bolje rezultate „*in-the-sample*“ te bolje „*out-of-sample*“ prognostičke pogreške. Ovaj rad daje detaljan uvid u arhitekturu neuronske mreže, međutim uspoređuju modele na temelju različitih nezavisnih varijabli što ekonometrijski nije opravdano. Naime, s obzirom da je odabrani model ARIMA(0,2,1) potrebno je umjesto FNN koristiti JNN kako bi modeli bili usporedivi te procijeniti dodatno model koji ne sadrži druge nezavisne varijable. Usporedba s VAR modelima je u tom slučaju prihvatljivija.

Teräsvirta et al. (2005) istražuju prediktivnu sposobnost AR, STAR, AR-NN i FNN modela za predviđanje 47 mjesečnih makroekonomskih varijabli, uključujući inflaciju, industrijsku proizvodnju, M1, tromjesečnu kamatnu stopu, izvoz, uvoz, nezaposlenost, za zemlje G7 na uzorku od siječnja 1960. do prosinca 2000. Modeli neuronske mreže procijenjeni su LM algoritmom primjenjujući različite pristupe u određivanju broja skrivenih neurona. Modeli se uspoređuju koristeći RMSE, MAE te DM test. Rezultati pokazuju da općenito nijedna metoda ne dominira drugom, te da se optimalna metoda razlikuje po državama, varijablama i horizontu predviđanja. Također, STAR ima bolju prediktivnu sposobnost od AR modela, dok su rezultati FNN modela različiti s obzirom na horizont predviđanja. U slučaju inflacije AR-NN model se pokazuje čak i inferiornim u odnosu na druge metode. Kako bi poboljšali performanse AR-NN modela, procjenjuju ponovno 3 različita modela, manji s jednim inputom i 3 skrivena neurona, srednji sa 6 pomaka zavisne varijable i 3 skrivena neurona, te veliki sa 6 pomaka zavisne varijable i 10 skrivenih neurona. Zaključuju da uključivanje linearne komponente u neuronsku mrežu, tj. procjena AR-NN modela poboljšava prediktivne sposobnosti modela. Također, odabir inputa i skrivenih neurona je ključan faktor, pri čemu najveća procijenjena neuronska mreža daje najlošije rezultate, dok najjednostavnija daje loše rezultate pri dugim vremenskim horizontima predviđanja. Konačno, kombinacija predviđanja različitim modelima poboljšava prediktivnu sposobnost. Zaključuju kako je potrebno, naročito neuronske mreže, modelirati s

dozom opreza zbog toga što se pokazalo da postoji rizik eksplozivnih modela koji naročito pri dužim vremenskih horizontima daju netočna predviđanja. Teräsvirta et al. (2005) su među prvim istraživačima koji posebnu pažnju pridaju odabiru optimalnog broja inputa i skrivenih neurona. Razlog tomu što neuronske mreže naspram drugih nelinearnih modela ne daju bolje rezultate za predviđanje inflacije, je potrebno dodatno istražiti, a što uključuje procjenu povratne neuronske mreže.

Binner et al. (2006) uspoređuju „*out-of-sample*“ performanse dvaju nelinearnih modela u predviđanju inflacije, RNN i Markovljev autoregresijski model promjenjivog režima (engl. *Markov-Switching autoregressive* - MS-AR), s AR modelom. RNN definiraju kao kombinaciju JNN i ENN. Uzorak kvartalnih podataka o BDP deflatoru izabran je u razdoblju od 1960 Q1 do 2003 Q1, pri čemu je posljednjih 100 opažanja ostavljeno za evaluaciju predviđanja. Rezultati pokazuju da oba nelinearna modela imaju statistički značajno bolje prediktivne sposobnosti od linearnog modela, dok se za dugoročnija predviđanja MS-AR model ističe kao prikladniji model. Također, izbor inputa je različit kod različitih modela, tj. različit je broj vremenskih pomaka.

Binner et al. (2007) istražuju različite monetarne agregate za predviđanje inflacije u SAD-u u periodu od siječnja 1960. do siječnja 2006. godine. Koriste RNN te druge modele umjetne inteligencije kao što su evolucijske strategije i kernel metode. Rezultate uspoređuju sa slučajnim hodom. RNN je kombinacija Elmanove i Jordanove neuronske mreže. Broj inputa, kao i broj skrivenih neurona varira znatno u odnosu na odabrani model te se često procjenjuje velik broj parametara. Pokazalo se da su najbolji rezultati dobiveni nelinearnim AR modelom na temelju kernel modela, te da monetarni agregati ne pridonose značajno poboljšanju prediktivnih sposobnosti modela za predviđanje inflacije. Međutim, ti rezultati ne mogu biti usporedivi zbog različitih metodologija i arhitektura pojedinih metoda.

Choudhary i Haider (2008) koriste mjesečne stope inflacije za 28 OECD zemalja temeljene na indeksu potrošačkih cijena u periodu od srpnja 1991. do lipnja 2008. Koriste se hibridna i ENN u predviđanju inflacije, te kombinacija dviju neuronskih mreža kako bi se povećala prediktivna sposobnost. Procjenjuju modele neuronskih mreža na temelju LM algoritma, s 12 skrivenih neurona te do 12 pomaka zavisne varijable, pri čemu za treniranje i testiranje koriste 80 podataka, a za predviđanje posljednjih 12 opažanja. Stopa učenja je 0.25, broj iteracija 1000 te ciljani RMSE 0.000005. Rezultati pokazuju da su neuronske mreže značajno bolje u

predviđanju od AR(1) modela u 45% zemalja, dok je AR(1) model značajno bolji u 21% zemalja. Međutim, arhitektura neuronskih mreža nije detaljno objašnjena, tj. način izbora skrivenih neurona i inputa u neuronskoj mreži.

Al-Maqaleh et al. (2016) predlažu modificiranu metodu neuronskih mreža, temeljenu na FNN s adaptivnim prijenosnim funkcijama i BP algoritmom s momentumom, za predviđanje indeksa potrošačkih cijena u Jemenu u periodu od siječnja 2005. do siječnja 2014. godine te uspoređuju rezultate s rezultatima Box-Jenkinsova pristupa. Inputi i outputi su transformirani u rasponu od -1 do 1. FNN sadrži 5 pomaka zavisne varijable, 5 skrivenih neurona te je stopa učenja 0.1. Modeli su uspoređeni pomoću MSE, MAE, RMSE, MAPE i R^2. Rezultati pokazuju da FNN imaju bolje prediktivne sposobnosti.

Pregled istraživanja pokazuje da postoji vrlo malo istraživanja koja koriste neuronske mreže u analizi vremenskih nizova općenito, a još manje onih koji ih koriste za predviđanje inflacije. Zhang (2007) zahtjeva koje informacije treba navesti u objavljenim istraživanjima o neuronskim mrežama: naziv i arhitektura neuronske mreže koji uključuju broj inputa, outputa i skrivenih neurona; podjela podataka na uzorke za treniranje, validaciju i testiranje; prethodna transformacija podataka; početne vrijednosti parametara neuronske mreže; stopa učenja; momentum; broj iteracija; kriterij zaustavljanja; algoritam učenja; kriterij izbora modela. Ako se koriste posebne procedure kao regularizacija, opadanje težina, čišćenje neurona, potrebno je opisati detaljno postupak. Također, sugerira da je za predviđanje vremenskih nizova potrebno koristiti stroži statistički test kao što je DM test kako bi se testirala jednakost u prediktivnoj sposobnosti između dva modela. Međutim, u empirijskim istraživanjima se neuronske mreže ne objašnjava detaljno, pri čemu se često ključni elementi arhitekture izostavljaju. Neuronske mreže se procjenjuju automatizmom korištenjem različitih programskih paketa s unaprijed zadanim postavkama. Također, uspoređuju se neuronske mreže s neusporedivim ekonometrijskim modelima. Često odabir inputa nije u skladu s ekonomskom teorijom te se broj skrivenih neurona određuje slučajnim odabirom, što nije ekonometrijski opravdano te može dovesti do problema predeterminiranosti modela.

Sljedeća poglavlja prikazuju način izbora inputa i neurona u skrivenom sloju, prijenosnih funkcija, funkcije cilja, algoritama učenja te način ubrzavanja konvergencije, tj. detaljno se prikazuje definiranje arhitekture neuronskih mreža, kako jednosmjernih, tako i povratnih.

2.5. Izbor neurona u skrivenom sloju

Potrebno se voditi načelom parsimonije, tj, štedljivosti prilikom odabira i inputa i skrivenih neurona. Inputi se određuju na temelju ekonomske teorije i/ili na temelju usporedivih ekonometrijskih modela (Balkin, 1997; Faraway i Chatfield, 1998; Täppinen, 1998; Gonzales, 2000; Moshiri i Cameron, 2000; Hwarng, 2001; Abid i Salah, 2002; Rech, 2002; McNelis i McAdam, 2004; Binner et al., 2005; Ghiassi et al., 2005; Aminian et al., 2006; Medeiros et al., 2006; Zhang i Kline, 2007; Teräsvirta et al., 2008; Bektipratiwi i Irawan, 2011; Mantri et al, 2012; Bildirici i Ersin, 2009; 2012; 2014; Arnerić et al., 2014; Arnerić i Poklepović, 2016; Chaudhuri i Ghosh, 2016). U nekim istraživanjima u analizi vremenskih nizova za predviđanje vrijednosti varijabli koriste se kao inputi zavisna varijabla s pomakom i druge egzogene varijable (Moshiri i Cameron, 2000; Binner et al., 2005; 2007; Aminian et al., 2006), neka istraživanja koriste samo egzogene varijable (Medeiros et al., 2006; Ortega, 2012; Chaudhuri i Ghosh, 2016; Wang et al., 2016), dok većina koristi zavisnu varijablu s različitim brojem pomaka u rasponu od 1 do 24 (Tang et al., 1991; Kuan i Liu, 1995; Balkin, 1997; Faraway i Chatfield, 1998; Moshiri i Cameron, 2000; Gonzales, 2000; Ho et al., 2002; Kim et al., 2004; Ghiassi et al., 2005; Gupta, 2005; Binner et al., 2006; Medeiros et al., 2006; Teräsvirta et al., 2005; 2008; Choudhary i Haider, 2008; Claveria i Torra, 2014; Al-Maqaleh et al., 2016). Pri tom, u nekim istraživanjima detaljno i teorijski objašnjavaju izbor inputa dok se u nekim inputi odabiru na slučajan način što ekonometrijski nije opravdano. Broj outputa se određuje također na temelju ekonomske teorije i/ili usporedivih ekonometrijskih modela pri čemu u najvećem dijelu istraživanja iznosi jedan, dok samo nekolicina istraživanja ima veći broj outputa koji se istovremeno procjenjuju (Abid i Ben Salah, 2002; Hamzaçebi, 2008; Dedi et al., 2011; Aljinović i Poklepović, 2013).

Odabir skrivenih neurona zahtjeva nešto drukčiji pristup. Naime, u konkretnom slučaju primjene je potrebno odrediti optimalan broj skrivenih slojeva, a onda i broj skrivenih neurona u svakom skrivenom sloju. Najčešće je najbolji model neuronske mreže ujedno i najjednostavniji model sa samo jednim skrivenim slojem. Ako model ne daje zadovoljavajuće performanse, tada se kompleksnost i fleksibilnost neuronske mreže povećati dodajući dodatne neurone u tom jednom skrivenom sloju. Međutim, dodavanje prevelikog broja skrivenih neurona dovodi i do kompleksnosti modela kao i povećanja broja parametara koje je potrebno procijeniti. Konkretno, u jednosmjernoj troslojnoj neuronskoj mreži broj parametara koje je

potrebno procijeniti iznosi $k = q(p+1)+q+1$, pri čemu je p broj inputa a q broj skrivenih neurona. To može dovesti do problema predeterminiranosti modela. Kako bi se osigurala dobra generalizacija neuronske mreže, osim odabiranja dovoljno velikog uzorka za treniranje te prikladnih inputa, potrebno je odrediti optimalan broj skrivenih neurona. Optimalan broj skrivenih neurona ovisi o konkretnom slučaju primjene, tj. o odabranom broju inputa, veličini uzorka za treniranje te o kompleksnosti funkcije koju je potrebno procijeniti.

Tablica 2.1. Broj parametara koji se procjenjuju u JNN mreži s obzirom na broj inputa i broj neurona u jednom skrivenom sloju

Broj inputa (*p*)	**Broj neurona u skrivenom sloju (*q*)**				
	1	**2**	**3**	**4**	**5**
1	5	9	13	17	21
2	6	11	16	21	26
3	7	13	19	25	31
4	8	15	22	29	36
5	9	17	25	33	41

Izvor: izradila autorica

Tablica 2.1. prikazuje kako broj parametara (k) varira s obzirom na (p) i (q) u Jordanovoj neuronskoj mreži. Broj parametara koji se procjenjuje u Jordanovoj neuronskoj mreži računa se prema formuli: $k = 1 + q(p+2) + q$. Također u Tablici 2.1. se može uočiti da povećavajući broj inputa i broj skrivenih neurona u neuronskoj mreži, broj parametara raste. Stoga je potrebno ograničiti broj inputa u neuronskoj mreži u skladu s ekonomskom teorijom, a uvažavajući načelo parsimonije odrediti optimalan broj skrivenih neurona u Jordanovoj neuronskoj mreži kako bi se riješio problem predeterminiranosti.

Optimalan broj skrivenih neurona se često određuje metodom pokušaja i pogreški bilo da se poče s većim brojem skrivenih neurona koji se postepeno uklanjaju ili s jednim skrivenim neuronom kojem se dodaju novi neuroni sve dok postoji poboljšanje u performansama neuronske mreže. Ipak, za određivanje broja neurona postoje radna pravila definirana u slučaju jednog skrivenog sloja kao npr. da bi broj skrivenih neurona q trebao biti oko $q = \frac{N}{10(m+p)}$ (prema Patterson, 1995), $q = \frac{N}{5(m+p)}$ (prema Moshiri i Cameron, 2000) ili općenitije $q = \frac{N\varepsilon}{m+p}$, pri čemu je N veličina uzorka za treniranje, p broj inputa, m broj outputa, a ε greška

koju je istraživač voljan tolerirati (prema Patterson, 1995). Također, se broj skrivenih neurona može odrediti prema $q = \sqrt{pm}$ (prema Moshiri i Cameron, 2000), dok Hwarng (2001) preporučuje da broj skrivenih neurona bude $q = \frac{p}{2}$ ili $q = \frac{3p}{4}$. Nažalost, ne postoji još uvijek jedinstveno pravilo za određivanje broja skrivenih neurona te najčešće ista pravila ne vrijede za male i srednje velike neuronske mreže. Na temelju nabrojenih radnih pravila koja ne uzimaju u obzir veličinu uzorka može se generalno zaključiti kako je poželjno da je broj neurona u skrivenom sloju manji ili jednak broju inputa, dok kod radnih pravila koja uzimaju u obzir veličinu uzorka, broj neurona u skrivenom sloju je približno jednak broju inputa. Ta se spoznaja može potvrditi u brojnim empirijskim istraživanjima. Također, ako se koriste dva skrivena sloja, broj skrivenih neurona u drugom skrivenom sloju bi trebao biti manji od broja neurona korištenog u prvom skrivenom sloju za otprilike pola.

U istraživanjima se često koristi samo jedan neuron u skrivenom sloju (Teräsvirta et al., 2008; Hamzaçebi, 2008; Arnerić et al., 2014; Arnerić i Poklepović, 2016), do 5 neurona koriste (Balkin, 1997; Täppinen, 1998; Gonzales, 2000; Qi, 2001; Rech, 2002; Kim et al., 2004; McNelis i McAdam, 2004; Gupta, 2005; Binner et al., 2005; Claveria i Torra, 2014; Al-Maqaleh et al., 2016), do 10 neurona koriste (Kuan i Liu, 1995; Gençay i Liu, 1997; Faraway i Chatfield, 1998; Moshiri et al., 1999; Moshiri i Cameron, 2000; Ho et al., 2002; Ghiassi et al., 2005; Binner et al., 2006; Zhang i Kline, 2007; Bildirici i Ersin, 2012), preko 10 skrivenih neurona koriste (Tang et al., 1991; Aminian et al., 2006; Choudhary i Haider, 2008; Ortega, 2012; Chaudhuri i Ghosh, 2016; Wang et al., 2016), neka istraživanja uopće ne daju informacije o broju skrivenih neurona (Hwarng, 2001; Binner et al., 2007), dok neka istraživanja koriste više skrivenih slojeva kao npr. 1, 2 i 3 skrivena sloja s do 5 skrivenih neurona (Abid i Salah, 2002). Većina istraživanja odabire broj skrivenih neurona na slučajan način, metodom pokušaja i pogreški, dok nekolicina primjenjuje neki statistički pristup u određivanju prikladnog broja skrivenih neurona (Tang et al., 1991; Kim et al., 2004; Binner et al., 2005; Teräsvirta et al., 2005; Medeiros et al., 2006).

2.6. Vrste prijenosnih funkcija

Osim izbora inputa i outputa, te izbora optimalnog broja neurona u jednom skrivenom sloju, važan je i izbor dviju vrsta prijenosnih funkcija (engl. *activation function*) $f(\cdot)$ i $g(\cdot)$.

Prijenosna funkcija $f(\cdot)$ je funkcija izlaznog sloja i najčešće je linearna, čime se vrijednosti outputa ne ograničavaju te mogu poprimiti bilo koju realnu vrijednost, dok je prijenosna funkcija skrivenog sloja $g(\cdot)$ nelinearna funkcija. Nelinearna funkcija $g(\cdot)$ može biti logistička ili tangens-hiperbolna prijenosna funkcija, jer one najbolje „oponašaju“ stvarne nelinearne pojave. Prethodno definirane prijenosne funkcije nisu slučajno odabrane. Naime, prikladne su za korištenje jer se lako računaju derivacije istih, što olakšava procjenu parametara. S obzirom da i BP algoritam i rekurzivni algoritmi zahtijevaju izračun derivacija funkcije cilja, kontinuirana i diferencijabilna prijenosna funkcija je nužna za procjenu parametara, tj. težina neuronske mreže (prema Patterson, 1995).

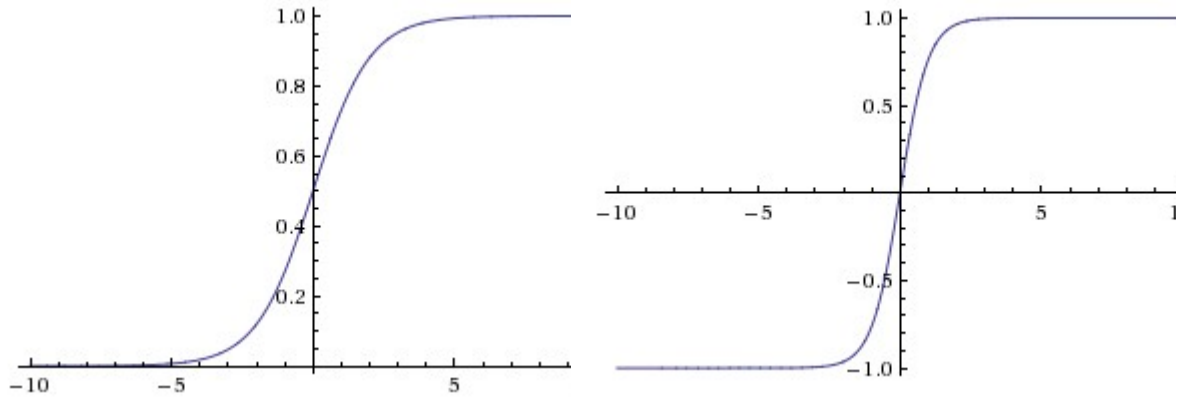
Jedna od najčešće korištenih prijenosnih funkcija koja zadovoljava ove zahtjeve je sigmoidna ili logistička prijenosna funkcija (Slika 2.12.a). Ova funkcija je definirana u skupu $\mathbf{R}$ te je ograničena između 0 i 1. To je monotono rastuća funkcija *S* oblika koja ima jednadžbu

$$f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}} \tag{2.135}$$

Derivacija funkcije je

$$f'(x) = f(x)\left(1 - f(x)\right) \tag{2.136}$$

Ima maksimum pri $x = 0$ s vrijednosti 0.25 u toj točci. Kako se *x* odmiče od nule, derivacija se približava nuli. Ova prijenosna funkcija se koristi ako je ciljna varijabla u rasponu od 0 do 1.



Slika 2.12. a) (lijevo) logistička i b) (desno) tangens-hiperbolna prijenosna funkcija
Izvor: http://cs231n.github.io/neural-networks-1/ [20.06.2017]

Druga često korištena prijenosna funkcija je tangens-hiperbolna (Slika 2.12.b). Ova funkcija ima oblik sličan logističkoj, također je monotono rastuća, ali se nalazi u intervalu između -1 i 1 te ima jednadžbu:

$$f(x) = thx = \frac{e^{-x} - e^{-x}}{e^{-x} + e^{-x}} \tag{2.137}$$

Derivacija funkcije je

$$f'(x) = \left(1 - \left(f(x)\right)^2\right) \tag{2.138}$$

Tangens-hiperbolna prijenosna funkcija se koristi ako je ciljna varijabla u rasponu od -1 do 1.

Postoje i druge prijenosne funkcije koje se mogu koristiti u neuronskim mrežama.

Linearna prijenosna funkcija je identiteta (engl. *identity*) koja se koristi ako se ciljna varijabla nalazi u intervalu $(-\infty, +\infty)$.

$$f(x) = x \tag{2.139}$$

Eksponencijalna prijenosna funkcija koja se koristi ako se ciljna varijabla nalazi u intervalu $(0, +\infty)$.

$$f(x) = e^x \tag{2.140}$$

Elliotova prijenosna funkcija koja se koristi ako se ciljna varijabla nalazi u intervalu $(-1,1)$.

$$f(x) = \frac{x}{1 + |x|} \tag{2.141}$$

Arkus tangens prijenosna funkcija koja se koristi ako se ciljna varijabla nalazi u intervalu $(-1,1)$.

$$f(x) = arctgx \tag{2.142}$$

Softmax prijenosna funkcija koja se koristi ako se ciljna varijabla nalazi u intervalu $(0,1)$ te najčešće za probleme klasifikacije.

$$f(x) = \frac{e^x}{\sum e^{x_i}} \tag{2.143}$$

Gaussova prijenosna funkcija koja se koristi ako se ciljna varijabla nalazi u intervalu $(0,1]$ te isključivo za RBF neuronsku mrežu.

$$f(x) = e^{-x^2} \tag{2.144}$$

Kosinus prijenosna funkcija koja se koristi ako se ciljna varijabla nalazi u intervalu $[0,1]$.

$$f(x) = cos\, x \tag{2.145}$$

Sinus prijenosna funkcija koja se koristi ako se ciljna varijabla nalazi u intervalu $[0,1]$.

$$f(x) = sin\, x \tag{2.146}$$

Stepenasta prijenosna funkcija je

$$f(x) = \begin{cases} 0 & kada\ je\ x \le \theta \\ 1 & kada\ je\ x > \theta \end{cases} \tag{2.147}$$

pri čemu je θ prag funkcije, $\theta \in \mathbb{R}$.

Većina istraživanja koja procjenjuju FNN i RNN koriste logističku i linearnu prijenosnu funkciju u skrivenom i izlaznom sloju (Kuan i Liu, 1995; Balkin, 1997; Gençay i Liu, 1997; Rech, 2002; Zhang i Kline, 2007; Hamzaçebi, 2008; Arnerić et al., 2014; Wang et al., 2016), dok neka koriste logističku u oba sloja (Tang et al., 1991; Moshiri et al., 1999; Qi, 2001; Hwarng, 2001; Kim et al., 2004; McNelis i McAdam, 2004; Teräsvirta et al., 2005; Medeiros et al., 2006; Teräsvirta et al., 2008). Tangens-hiperbolnu i linearnu redom koriste (Moshiri et al., 1999; Gonzales, 2000; Moshiri i Cameron, 2000; Binner et al., 2005; Aminian et al., 2006; Chaudhuri i Ghosh, 2016), dok samo tangens-hiperbolnu u oba sloja koriste (Binner et al., 2006; Choudhary i Haider, 2008; Ortega, 2012). Drugi kombiniraju tangens-hiperbolnu i logističku (Binner et al., 2007), a neki koriste linearne prijenosne funkcije u oba sloja (Hamzaçebi, 2008). Trigonometrijske funkcije koriste (Abid i Salah, 2002; Ghiassi et al., 2005), dok neki istraživači ne definiraju prijenosne funkcije uopće (Täppinen, 1998; Gupta, 2005; Claveria i Torra, 2014; Al-Maqaleh et al., 2016). Također, samo istraživanja koja koriste RBFN model koriste Gaussovu i linearnu prijenosnu funkciju (Moshiri et al., 1999).

2.7. Funkcija cilja

BP algoritam se temelji na gradijentnom spustu. Ovaj proces iterativno traži skup težina $\mathbf{W}^*$ koje minimiziraju funkciju greške E kroz sve parove uzorka za treniranje. Ovo je klasični tip problema optimizacije u kojem se funkcija cilja (ili funkcija greške) obično želi maksimizirati (minimizirati) s obzirom na skup parametara. U ovom slučaju su parametri mreže, koji optimiziraju (minimiziraju) funkciju greške E kroz skup uzoraka $\{\mathbf{x}^n, \mathbf{y}^n \mid n = 1,2,...,N\}$, vrijednosti težina $\mathbf{W}^*$. U BP algoritmu, minimizira se s obzirom na prosječnu kvadratnu pogrešku (engl. *mean square error* - MSE) kao funkciju cilja E. Umjesto ove ciljne funkcije može se koristiti bilo koja od brojnih prihvatljivih funkcija koje mjere približnu grešku neuronske mreže, te stoga opadaju kako opada razlika između ciljnog i izračunatog outputa. Može se npr. koristiti apsolutna greška (engl. *absolute error*), maksimalna greška (engl.

maximum error), prosječna greška (engl. *mean error*), medijalna greška (engl. *median error*), entropija (engl. *entropy*) ili druge funkcije cilja. Izbor funkcije cilja će ovisiti o načinu na koji se žele procijeniti performanse modela i stoga, o načinu kako trenirati neuronsku mrežu. Međutim, za BP algoritam je potrebno da je funkcija greške diferencijabilna i da teži nuli kako se razlike između ciljnih i izračunatih uzoraka ($\mathbf{y}^n - \hat{\mathbf{y}}^n$) smanjuju kroz čitavi uzorak za treniranje. MSE je najčešće korištena ciljna funkcija (Kuan i Liu, 1995, Balkin, 1997; Gençay i Liu, 1997; Gonzales, 2000; Moshiri i Cameron, 2000; Qi, 2001; Hwarng, 2001; Abid i Salah, 2002; Kim et al., 2004; McNelis i McAdam, 2004; Gupta, 2005; Teräsvirta et al., 2005; Binner et al., 2005; Binner et al., 2006; Aminian et al., 2006; Zhang i Kline, 2007; Binner et al., 2007; Choudhary i Haider, 2008; Ortega, 2012; Claveria i Torra, 2014; Chaudhuri i Ghosh, 2016; Al-Maqaleh et al., 2016). Ova funkcija je toliko popularna u primjeni zbog svojih statističkih svojstava i zbog toga što je razumljivija od drugih mjera. To je ne-negativna, diferencijabilna funkcija koja penalizira velike greške više nego male greške. Također, njena popularnost proizlazi iz sličnosti s metodom najmanjih kvadrata u regresijskoj analizi. Pretpostavljajući da je izabrana mjera za grešku dana jednadžbom (2.52) u potpoglavlju 2.3.1, potrebno je definirati na koji način trenirati neuronsku mrežu najefikasnije kako bi se pronašao globalni minimum.

Višeslojna jednosmjerna neuronska mreža s nelinearnim prijenosnim funkcijama ima MSE površinu greške (engl. *error surface*) E iznad cijelog Q-dimenzionalnog prostora težina $\mathbf{R}^Q$ koja nije općenito izglađena paraboloidna površina kao što je slučaj kod neuronske mreže s jednim slojem i linearnom prijenosnom funkcijom. Površina greške je kompleksna, iregularna te ima mnogo lokalnih i globalnih minimuma, što za posljedicu ima da nikad nije sigurno da je dostignut globalni minimum s BP algoritmom, za razliku od Delta pravila. Pronalazak globalnog minimuma na iregularnim površinama je teži, te može biti jako sporo. Također, pronalazak može podbaciti tako da stagnira na ravnim površinama ili zaglavi u lokalnom minimumu, što je i često slučaj. Na početku procesa učenja, traženje gradijentnog spusta počinje na mjestu s vrijednosti greške E određenom inicijalnom dodjelom težina $\mathbf{W}(0)$ i parom uzroka za treniranje. Za vrijeme treniranja, izračuni gradijentnog spusta postupno određuju kako se težine trebaju korigirati pri svakoj novoj lokaciji, za brže pomicanje u smjeru suprotnom smjera najvećeg uspona (engl. *steepest ascent*), tj. u smjeru najvećeg spusta (engl. *steepest descent*). Nakon što je postupna korekcija težina izvršena, lokacija se premješta na drugu lokaciju pri novoj E-vrijednosti na površini greški. Ovaj proces se ponavlja za svaki uzorak za treniranje n (ili svaku epohu), postepeno mijenjajući lokaciju na niže razine greške

sve dok se ne dostigne vrijednost praga greške ili sve dok se ne dostigne ukupan broj iteracija. Pomicanje niz površinu greški najčešće ne ide idealnom putanjom, te ovisi o izgledu površine kao i o stopi učenja η. Stoga je potrebno pronaći načine kako poboljšati brzinu konvergencije neuronske mreže.

Funkcija greške koju je potrebno izabrati ovisi o vrsti outputa, pri čemu se srednja kvadratna pogreška upotrebljava za većinu neuronskih mreža te za bilo koju vrstu ciljne varijable. Najčešće se koristi za numeričke varijable. Međutim, za probleme klasifikacije, pri čemu je zavisna varijabla nominalna, koristi se entropija (engl. *cross entropy error function*):

$$E^n = -\sum_{o=1}^{m} y_o^n \, ln\left(\frac{y_o^n}{\hat{y}_o^n}\right) \tag{2.148}$$

koja pretpostavlja da ciljna varijabla ima multinomijalnu distribuciju, za razliku od srednje kvadratne pogreške koja pretpostavlja da ciljna varijabla ima normalnu distribuciju.

2.8. Brzina konvergencije

Kako bi se poboljšala brzina konvergencije potrebno je razmotriti neke ključne faktore.

Inicijalizacija težina

Na početku procesa treniranja neuronske mreže, početne vrijednosti težina se odabiru, a izbor odabranih vrijednosti utječe na brzinu konvergencije. Odabir početnih vrijednosti $\mathbf{W}(0)$ u blizini $\mathbf{W}^*$ može rezultirati brzom konvergencijom, dok s druge strane, loš odabir početnih vrijednosti može rezultirati desecima tisuća iteracija prije dostizanja konvergencije te se čak može desiti da se konvergencija ne dostigne. Istraživanja su pokazala da se postavljanjem težina na male (ali ne premale) slučajne vrijednosti, npr. između -1 i 1 ili između -0.5 i 0.5, uspješno izbjegava moguće zaglavljivanje na početku procesa treniranja, te se konvergencija može ubrzati. Mali broj istraživanja definiran način postavljanja početnih vrijednosti parametara neuronskih mreža. Često se nekoliko početnih vrijednosti generira na slučajan način iz skupa N(0,1) te se odabire onaj skup koji daje minimalnu grešku (Kuan i Liu, 1995; Qi, 2001; McNelis i McAdam, 2004; Zhang i Kline, 2007), neki odabiru nasumično (Gençay i Liu, 1997; Moshiri i Cameron, 2000), ili nasumično iz intervala $(0,1)$ i $(-1,1)$ (Medeiros et al., 2006). Neki autori sve težine postavljaju na vrijednost 0.3 (Kim et al., 2004) dok se neki koriste već definiranim

metodama odabira kao što je Nguyen-Widrow metoda (Rech, 2002). Međutim, često način odabira početnih vrijednosti nije definiran (Tang et al., 1991; Täppinen, 1998; Gonzales, 2000; Hwarng, 2001; Abid i Salah, 2002; Gupta, 2005; Ghiassi et al., 2005; Teräsvirta et al., 2005; Choudhary i Haider, 2008; Teräsvirta et al., 2008; Ortega, 2012; Claveria i Torra, 2014; Wang et al., 2016). Također, u JNN je izrazito važno definirati početne vrijednosti težine kontekstne jedinice, pa u Balkin (1997) koristi vrijednosti 0.6 i 0.4 u prvom primjeru te 0.9 i 0.1 u drugom primjeru, Arnerić et al. (2014) koriste vrijednosti 0.1, 0.3, 0.5, 0.7 i 0.9 te zaključuju da je optimalno u konkretnom slučaju koristiti vrijednost od 0.9, dok Ho et al. (2002) koriste početne vrijednosti kontekstne jedinice od 0.3, 0.6 i 0.8.

Uvođenje šuma

Zaglavljivanje u lokalnom minimumu se često može izbjeći uvođenjem slučajnog šuma (engl. *random noise*) za vrijeme procesa učenja. Uvođenje slučajnog šuma je drugi način pomicanja lokacije funkcije greške čime se omogućava da algoritam izbjegne lokalni minimum i nastavi potragu za globalnim minimumom. Nasumičnost se može postići izravnim dodavanjem malih nasumičnih smetnji težinama kad konvergencija zaglavi, izravnim dodavanjem šuma u uzorak, odabir svakog uzorka nasumično ili nekim drugim stohastičkim procesom. Uvođenjem šuma za vrijeme procesa učenja može poboljšati sposobnost generalizacije, ali može također uzrokovati probleme, tj. može npr. promašiti minimum.

Utjecaj stope učenja

Stopa učenja η u generaliziranom Delta pravilu određuje veličinu korekcije težina pri svakoj iteraciji te stoga utječe na brzinu konvergencije. Također, loš izbor stope učenja može rezultirati tome da algoritam ne konvergira. Stopa učenja može biti konstantna kroz proces učenja ili se može mijenjati kroz vrijeme. Ako je odabrana stopa učenja prevelika za površinu greške, algoritam će oscilirati oko idealne putanje i konvergirati sporije ili čak divergirati. Suprotno, ako je odabrana vrijednost stope učenja premala, algoritam će napredovati malim koracima značajno povećavajući ukupno vrijeme konvergencije. Najbolji izbor stope učenja η ovisi o konkretnom problemu primjene, ali se najčešće ograničava na interval između 0 i 1. Mnogi istraživači ne daju nikakve informacije o stopi učenja (Kuan i Liu, 1995; Balkin, 1997; Gençay i Liu, 1997; Täppinen, 1998; Gonzales, 2000; Abid i Salah, 2002; Zhang, 2003;

McNelis i McAdam, 2004; Teräsvirta et al., 2005; Ghiassi et al., 2005; Aminian et al., 2006; Binner et al., 2006; Medeiros et al., 2006; Zhang i Kline, 2007; Teräsvirta et al., 2008; Ortega, 2012; Claveria i Torra, 2014; Chaudhuri i Ghosh, 2016) što nije primjereno s obzirom da brzina konvergencije kao i mogućnost divergencije algoritma učenja ovisi o ovom parametru. U istraživanjima neki koriste vrijednosti izrazito male vrijednosti kao 0.001 (Wang et al., 2016), 0.0054 (Binner et al., 2007), 0.01 (Moshiri et al., 1999; Moshiri i Cameron, 2000; Binner et al., 2005; Gupta, 2005; Wang et al., 2016), 0.02 (Wang et al., 2016), 0.03 (Wang et al., 2016) i 0.05 (Ho et al., 2002; Wang et al., 2016), dok rijetki koriste izrazito visoke vrijednosti kao 0.8 (Hwarng, 2001), 1 (Rech, 2002). Većina odabire vrijednosti 0.1 (Tang et al., 1991; Kim et al., 2004; Al-Maqaleh et al., 2016), 0.2 (Arnerić et al., 2014), 0.25 (Choudhary i Haider, 2008), 0.5 (Tang et al., 1991).

Dodavanje momentuma

Još jedan način poboljšavanja brzine konvergencije je dodavanje inercije ili momentuma u jednadžbu algoritma. To se može postići dodavanjem dijela (postotka) prethodne promjene težina sadašnjim promjenama težina. Na taj način se može izgladiti putanja sprječavajući ekstremne promjene u algoritmu zbog lokalnih anomalija. Često korišteno pravilo za korekciju koje uključuje momentum je

$$\Delta w_j\left(t+1\right) = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_j\left(t\right)} + \alpha \Delta w_j\left(t\right) \tag{2.149}$$

pri čemu je α koeficijent momentuma, a njegova vrijednost bi trebala biti veća od 0 i manja od 1. Ovaj član potiče pomak sljedećeg koraka u istom smjeru, čime sprečava oscilacije koje rezultiraju promjenom koeficijenta smjera površine greške. Slično kao i stopa učenja, momentum može biti konstantan ili se mijenjati kroz vrijeme, te nije dobro da je vrijednost parametra ni prevelika ni premala iz istih navedenih razloga. Također, vrijednost ovog parametra ovisi o konkretnom slučaju primjene. Stoga neki koriste niže vrijednosti kao 0.1 (Kim et al., 2004), ili 0.3 i 0.4 (Gupta et al., 2005), a neki vrijednost 0.9 (Binner et al., 2005).

Utjecaj prijenosne funkcije na brzinu konvergencije

Najčešće korištena prijenosna funkcija je logistička i iako je prihvatljiva s aspekta zahtjeva algoritma učenja za ograničenom i diferencijabilnom funkcijom te ima poželjna svojstva pri izračunu, no može stvoriti probleme za konvergenciju. Naime, u slučaju kada su vrijednosti

outputa mreže blizu 0 ili 1, derivacija logističke funkcije u algoritmu učenja $\hat{y}_o(1-\hat{y}_o)$ stvara jako malu vrijednost za promjenu težina. Posljedično outputi s velikim greškama ne će stvoriti velike korekcije težina čime se može usporiti konvergencija. Slično se može dogoditi kada težine postanu velike što također može dovesti do malih korekcija. Suprotno, tangens-hiperbolna prijenosna funkcija ima poželjnija svojstva s obzirom na brzinu konvergencije.

Utjecaj funkcije greške na konvergenciju

MSE funkcija greške nije nužno najbolji izbor kao mjera performansi za višeslojnu jednosmjernu neuronsku mrežu s obzirom da površina greške za MSE ima mnoge nepravilnosti koje čine konvergenciju otežanom. Mogući supstituti su bazirani na logaritamskoj funkciji greške, no oni su mogući kada su vrijednosti ciljnog i izračunatog outputa ograničeni na vrijednosti u intervalu između 0 i 1.

Standardizacija i pretprocesiranje

Na brzinu konvergencije i procjenu parametara značajno utječe standardizacija i pretprocesiranje. S obzirom na vrstu varijabli koje se koriste u modelima, a naročito u analizi vremenskih nizova, ponekad je potrebno prije same procjene parametara modela izvršiti pretprocesiranje. Naime, vremenski niz može sadržavati trend, cikličnu, sezonsku i iregularnu komponentu. Stoga, neki autori ističu važnost logaritmiranja varijabli u modelu (Balkin, 1997; Rech, 2002; Binner et al., 2005; Zhang, 2003; Ghiassi et al., 2005; Zhang i Kline, 2007) i množenja sa 100 kako bi se izbjegle greške zaokruživanja (Kuan i Liu, 1995), desezoniranja (Rech, 2002; McNelis i McAdam, 2004; Binner et al., 2005; Claveria i Torra, 2014) i deterendiranja (Rech, 2002; McNelis i McAdam, 2004; Zhang i Kline, 2007; Claveria i Torra, 2014). To je uobičajena praksa u procjeni svih ekonometrijskih modela. Također, u neuronskim mrežama se ističe važnost standardizacije vrijednosti inputa i/ili outputa s obzirom da doprinosi bržoj konvergenciji i stabilnosti procjenitelja (McNelis i McAdam, 2004; Gupta, 2005; Binner et al., 2005; Binner et al., 2006; Medeiros et al., 2006; Zhang i Kline, 2007; Binner et al., 2007; Claveria i Torra, 2014; Wang et al., 2016; Al-Maqaleh et al., 2016). No poneka istraživanja se ne osvrću na taj problem te ne daju informacije o standardizaciji varijabli u modelu (Tang et al., 1991; Balkin, 1997; Gençay i Liu, 1997; Täppinen, 1998; Moshiri et al., 1999; Gonzales, 2000; Moshiri i Cameron, 2000; Hwarng, 2001; Ho et al., 2002; Abid i Salah, 2002; Teräsvirta

et al., 2005; Teräsvirta et al., 2008; Choudhary i Haider, 2008; Ortega, 2012; Chaudhuri i Ghosh, 2016).

Podjela uzorka na treniranje/validaciju/testiranje

Kako bi se procijenili parametri modela neuronske mreže potrebno je podijeliti uzorak na dio za treniranje i validaciju u mreži (engl. *in-the-sample*) te na dio koji je u trenutku procjene parametara ostavljen sa strane, tj. uzorak za testiranje (engl. *out-of sample*) s ciljem procjene točnosti predviđanja modela neuronske mreže na novim podacima. U empirijskim istraživanjima nije definirana standardizirana metoda podjele uzorka na dio za treniranje, validaciju i testiranje. Najčešće se uzorak dijeli prema logičnim razdobljima na treniranje, validaciju i testiranje (Täppinen, 1998; Gonzales, 2000). Manji dio opažanja se ostavlja za fazu testiranja i usporedbu modela, dok je podjela uzorka na dio za treniranje i validaciju izrazito bitan za procjenu neuronskih mreža. Neki istraživači dijele uzorak u omjeru 80/20 (Moshiri et al., 1999), 90/10 (Binner et al., 2007); 70/15/15 (Chaudhuri i Ghosh, 2016), 75/25 (Wang et al., 2016), dok neki istražuju različite omjere 90/10, 80/20, 70/30, 60/40 i 50/50 te zaključuju da je najniža greška modela postignuta korištenjem omjera 70/30 (Arnerić et al., 2014), neki koriste omjer 100/0 (Kim et al., 2004) ili uopće ne definiraju postotak podjele uzorka na treniranje i validaciju (Tang et al., 1991; Kuan i Liu, 1995; Balkin, 1997; Gençay i Liu, 1997; Moshiri i Cameron, 2000; Hwarng, 2001; Ho et al., 2002; Abid i Salah, 2002; Rech, 2002; Zhang, 2003; McNelis i McAdam, 2004; Binner et al., 2005; Gupta, 2005; Ghiassi et al., 2005; Teräsvirta et al., 2005; Binner et al., 2006; Aminian et al., 2006; Medeiros et al., 2006; Zhang i Kline, 2007; Teräsvirta et al., 2008; Choudhary i Haider, 2008; Ortega, 2012; Claveria i Torra, 2014; Al-Maqaleh et al., 2016; Wang et al., 2016).

2.9. Ekonometrijski testovi i dijagnostička provjera modela neuronske mreže

U ovom poglavlju prvo će se opisati ekonometrijski testovi kojim se testiraju dvije osnovne pretpostavke od kojih se polazi pri modeliranju i prognoziranju vremenskih nizova. To su linearnost i normalnost. Naime, odnosi među varijablama često nisu linearni niti su same varijable linearne u vremenu. Rijedak je slučaj varijable koja sadrži deterministički trend kao jedinu linearnu komponentu. Vremenski nizovi često sadrže i druge determinističke komponente (sezonska i/ili ciklička) ili pak stohastičke. U tom slučaju pri modeliranju vremenskih nizova dolazi do pogreške specifikacije ekonometrijskog modela (engl.

specification error). Stoga, ako je pretpostavka linearnosti narušena u modelima koji to najčešće zahtijevaju dolazi do pogreške specifikacije.

Nadalje, ako je pretpostavka normalnosti zavisne varijable narušena (pogotovo na malim uzorcima) uobičajeni testovi značajnosti varijabli procijenjenog modela kao što su F i t nisu valjani. F i t su parametarski testovi. Kada se parametarski testovi ne mogu provesti opće je prihvaćeno pravilo da se koriste neparametarski testovi. Analogno proizlazi da je u tom slučaju bolje analizirati neparametarske modele u modeliranju i prognoziranju vremenskih nizova nego parametarske. Brojni su prijedlozi kojima se rješava problem pogrešne specifikacije zbog narušene pretpostavke linearnosti i problem nenormalnosti zavisne varijable odnosno reziduala procijenjenog modela. Sva predložena rješenja se temelje na određenoj transformaciji izvornih vrijednosti varijabli ili uvođenjem dodatnih varijabli u početni model što ima više nedostataka nego prednosti. Da bi se to izbjeglo predlaže se koristiti neparametarske modele koji su djelomično ili u potpunosti *assumption free*. U tom kontekstu će se koristiti neuronske mreže, kao što je već naglašeno.

U drugom dijelu ovog poglavlja će se definirati pokazatelji prikladnosti neuronskih mreža nakon postupka treniranja, tj. nakon što se procijeni matrica težina. Svi pokazatelji se jednostavno mogu izračunati u uzorku za treniranje i validaciju (*in the sample*), a samo neki van tog uzorka, tj. na uzorku za testiranje (*out of sample*). U većini empirijskih istraživanja vrlo rijetko se ispituje prikladnost neuronske mreže na novim podacima izvan uzorka za treniranje i validaciju. Zato je važno provesti dijagnostičku provjeru prikladnosti ne samo unutar uzorka već i izvan uzorka. Također, dijagnostička provjera podrazumijeva ne samo usporedbu pokazatelja prikladnosti jedne trenirane mreže unutar i izvan uzorka nego i usporedbu istih pokazatelja prikladnosti između više treniranih neuronskih mreža na istom uzorku. Jedino se tako može doći do zaključka koja arhitektura neuronske mreže je najprikladnija u kontekstu najveće prediktivne sposobnosti. U skladu s navedenim će se u potpoglavlju 2.9.2. opisati najčešće korišten statistički test kojim se uspoređuje prediktivna sposobnost dvaju modela neuronskih mreža.

2.9.1. Testovi nelinearnosti i normalnosti

Postoje brojni testovi normalnosti i nelinearnosti. U ovom dijelu će se spomenuti najčešće korišteni testovi (prema Lee et al., 1993; Vávra, 2013). U većini testova se prvo procjenjuje

AR(p) ili neki drugi linearni model, te se testira linearnost reziduala. Pomoću reziduala procijenjenog autoregresijskog modela AR(p) testira se nelinearnost jedne varijable tj. jednog vremenskog niza u kontekstu da sadašnje vrijednosti pojave ovise o svojim prethodnim vrijednostima. Drugim riječima, ako je y_t vektor promatranog vremenskog niza tada se matrica $X_t = \left(y_{t-1},...,y_{t-p}\right)^T$ koristi za objašnjavanje kretanja varijable y_t, pri čemu X_t može sadržavati i druge egzogene varijable. Prvi korak je da se procijeni linearni ekonometrijski model u matričnom obliku $\hat{y}_t = X_t^T \hat{\theta}$. Zbog pretpostavke linearnosti vektor procijenjenih parametara $\hat{\theta}$ se dobiva metodom najmanjih kvadrata $\hat{\theta} = \left(\mathbf{X}^T\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{y}$. Na temelju vektora procijenjenih parametara $\hat{\theta}$ računaju se reziduali početnog modela $\hat{e}_t = y_t - X_t^T\hat{\theta}$ te zbroj kvadrata rezidualnih odstupanja (engl. *residual sum of squares* - $SSR = \sum_{t=p+1}^{n} \hat{e}_t^2$), pri čemu je *n* veličina uzorka. Nakon što se izračunaju reziduali predloženo je više testova linearnosti, tj. nelinearnosti.

Ramsey (1969) predlaže RESET test (engl. *Regression Equation Specification Error Test*). Nakon početne procedure koristeći polinome vektora $\hat{y}_t$ formira alternativni model oblika $y_t = \tilde{X}_t^T\theta + a_2\hat{y}_t^2 + ... + a_k\hat{y}_t^k + v_t$, za $k \geq 2$.

Nultom hipotezom se pretpostavlja da su parametri alternativnog modela nula. Ako se nulta hipoteza odbacuje, tada je linearni model pogrešno specificiran. Ako su $\hat{e} = \left(\hat{e}_1,...,\hat{e}_n\right)^T$ reziduali početnog modela i $\hat{v} = \left(\hat{v}_1,...,\hat{v}_n\right)^T$ reziduali alternativnog (proširenog) modela, testovna veličina je $\hat{F} = \frac{\left(\hat{e}^T\hat{e} - \hat{v}^T\hat{v}\right)/\left(k-1\right)}{\hat{v}^T\hat{v}/\left(n-k\right)}$, koja je asimptotski distribuirana prema *F* distribuciji s brojem stupnjeva slobode $df_1 = k-1, df_2 = n-k$ kada je H_0 istinita (prema Lee et al., 1993). Međutim, RESET test se rijetko koristi jer se dodavanjem novih polinoma pojavljuje problem multikolinearnosti.

Keenan (1985) predlaže test kojim se testira imaju li kvadrirane procijenjene vrijednosti još dodatnih prognostičkih sposobnosti te tako direktno testira odstupanja od linearnosti. Nakon početne procedure regresira se $\hat{y}_t^2$ na X_t kako bi se dobili reziduali alternativnog modela v_t.

Konačno se računa $\hat{\eta}_t = \frac{\sum_{t=p+1}^{n} \hat{e}_t \hat{v}_t}{\sum_{t=p+1}^{n} \hat{v}_t^2}$ i testovna veličina $\hat{F} = \frac{(n-2p-2)\hat{\eta}_t^2}{SSR - \hat{\eta}_t^2}$ koja je asimptotski distribuirana prema *F* distribuciji s brojem stupnjeva slobode $df_1 = 1, df_2 = n-2p-2$ (prema Bisaglia i Gerolimetto, 2014). Odstupanje od linearnosti postoji ako se odbacuje nulta hipoteza kojom se pretpostavlja da procijenjeni parametri alternativnog modela nisu statistički značajni, tj. da su procijenjeni parametri približno nula.

Tsay (1986) polazi od slične forme kao i Keenan, ali testira mogućnost poboljšanja prognostičkih sposobnosti uključivanjem $p(p+1)/2$ vektorskih umnožaka komponenti X_t, oblika $y_{t-j}y_{t-k}, k \geq j, j,k = 1,...,p$. Tako se direktno testira odstupanja od linearnosti. Nakon početne procedure regresira se umnožak $y_{t-j}y_{t-k}, k \geq j, j,k = 1,...,p$ na X_t. Pripadajuća testovna vrijednost $\hat{F}$ je asimptotski distribuirana prema *F* distribuciji s brojem stupnjeva slobode $df_1 = m, df_2 = n-m-p-1$, pri čemu je $m = p(p-1)/2$ (prema Bisaglia i Gerolimetto, 2014). Odstupanje od linearnosti postoji ako se odbacuje nulta hipoteza kojom se pretpostavlja da članovi vektorskih umnožaka (članovi interakcije) nisu statistički značajni, tj. procijenjeni parametri uz te članove će biti približno nula.

Verzija LM testa, tj. testa Lagrangeova multiplikatora (engl. *Lagrange Multiplier*) je sličan RESET testu, a dobiva se regresiranjem $\hat{e}_t$ na $\tilde{X}_t$ i $\hat{y}_t^2,...,\hat{y}_t^k$, tj. formira se alternativni model oblika $\hat{e}_t = \tilde{X}_t^T \theta + a_2 \hat{y}_t^2 + ... + a_k \hat{y}_t^k + v_t$, za $k \geq 2$. Koeficijent determinacije procijenjenog modela R^2 množi se s pripadajućom veličinom uzorka *n*, pri čemu je nR^2 asimptotski distribuiran prema hi-kvadrat distribuciji s brojem stupnjeva slobode $df = k-1$. Nulta se hipoteza jednako definirao kao i kod RESET testa samo je razlika što testovna veličina nije *F* nego χ^2. Ako se odbacuje nulta hipoteza LM testa zaključuje se da postoji značajno odstupanje od linearnosti.

Brock–Dechert–Scheinkman test (BDS, Brock et al., 1996) testira pretpostavku linearnosti vremenskog niza u smislu da li je slučajna varijabla jednako i nezavisno distribuirana (engl. *identicaly and independently distributed* – i.i.d.). Za vremenski niz X_t, $t = 1,2,...,n$, i njegovu

m-povijest $X_t^m = \left(x_t, x_{t-1}, ..., x_{t-m+1}\right)$ testovna veličina se temelji na korelacijskom zbroju pri dimenziji *m*, definiranom kao

$$C_{m,T}\left(\varepsilon\right) = \frac{2}{T_m\left(T_m - 1\right)} \sum_{t<s} I_\varepsilon\left(X_t^m, X_s^m\right) \tag{2.150}$$

pri čemu je $T_m = T - m + 1$ te je $I_\varepsilon\left(X_t^m, X_s^m\right)$ indikator funkcija koja iznosi 1 ako je $\left\|X_t^m - X_s^m\right\| < \varepsilon$ i 0 inače, dok je $\|\cdot\|$ sup-norma. Stoga, $C_{m,T}\left(\varepsilon\right)$ računa broj *m*-povijesti koje leže unutar hiperkocke udaljenih vrijednost ε jedna od druge. Drugim riječima, korelacijski zbroj procjenjuje vjerojatnost da su dvije *m*-dimenzionalne točke unutar udaljenosti ε jedna od druge, tj. $P\left(\left|X_t - X_s\right| < \varepsilon, \left|X_{t-1} - X_{s-1}\right| < \varepsilon, ..., \left|X_{t-m+1} - X_{s-m+1}\right| < \varepsilon\right)$. Ako je X_t i.i.d., ova vjerojatnost bi u graničnom slučaju trebala biti jednaka

$$C_{1,T}\left(\varepsilon\right)^m = P\left(\left|X_t - X_s\right| < \varepsilon\right)^m \tag{2.151}$$

BDS testovna veličina je definirana kao

$$BDS_{m,\varepsilon} = \sqrt{T}\left(\frac{C_{m,T}\left(\varepsilon\right) - C_{1,T}\left(\varepsilon\right)^m}{s_{m,T}}\right) \tag{2.152}$$

pri čemu se standardna devijacija $s_{m,T}$ procjenjuje kao

$$s_{m,T} = 4\left[K^m + 2\left(\sum_{j=1}^{m-1} K^{m-j} C^{2j}\right) + \left(m-1\right)^2 C^{2m} - m^2 K C^{2m-2}\right] \tag{2.153}$$

te se veličine *C* i *K* konzistentno procjenjuju kao

$$C = \frac{1}{T_m^{\,2}} \sum_{i=1}^{T_m} \sum_{j=1}^{T_m} I_\varepsilon\left(X_i^m, X_j^m\right), \tag{2.154}$$

i

$$K = \frac{1}{T_m^{\,3}} \sum_{i=1}^{T_m} \sum_{j=1}^{T_m} \sum_{k=1}^{T_m} I_\varepsilon\left(X_i^m, X_j^m\right) I_\varepsilon\left(X_j^m, X_k^m\right). \tag{2.155}$$

BDS testovna veličina prema izrazu (2.152) slijedi jediničnu normalnu distribuciju (sa sredinom 0 i varijancom 1), što znači da se testiranje nulte hipoteze o jednako i nezavisno distribuiranoj slučajnoj varijabli provodi pomoću *z*-testa.

Jedan od razloga zašto varijable uzorka, pa time i reziduali, nisu jednako i nezavisno distribuirani s konstantnom varijancom je nelinearnost, a to je slučaj kada postoji značajna autokorelacija kvadrata reziduala ili autokorelacija apsolutnih vrijednosti reziduala.

McLeod-Li test (McLeod i Li, 1983) se temelji na testiranju autokorelacije kvadrata reziduala. Testovna veličina je Ljung-Box Q, definirana kao

$$Q(m) = n(n+2)\sum_{j=1}^{m}\frac{\hat{\rho}_j^2}{n-j} \xrightarrow{d} \chi^2(m) \tag{2.156}$$

pri čemu je n veličina uzorka, m je broj pomaka testa, a $\hat{\rho}_j^2$ je kvadrirana vrijednost autokorelacijskog koeficijenta s pomakom j. Neki autori preporučuju umjesto kvadrata reziduala korištenje autokorelacija baziranih na apsolutnim rezidualima. Ako se odbacuje nulta hipoteza zaključuje se da postoji značajno odstupanje od linearnosti.

Nadalje, jednosmjerne troslojne neuronske mreže same po sebi uključuju nelinearne komponente između inputa i outputa. Ipak, istovremenim uključivanjem linearne i nelinearne komponente u jednosmjernu neuronsku mrežu moguće je testirati nelinearnost nakon što se procijene parametri, tj. težine. Ako su težine iz skrivenog sloja, u kojem je sadržana nelinearna komponenta, jednake nuli tada se može zaključiti da ne postoji nelinearan oblik povezanosti između promatranih varijabli. Međutim ako su težine iz skrivenog sloja, u kojem je sadržana nelinearna komponenta, različite od nule tada postoji nelinearnost.

Jednosmjerna troslojna neuronska mreža s linearnom komponentom je proširena mreža u odnosu na (2.79) definirana kao:

$$\hat{y}_t = f\left(\phi_{co} + \sum_{i=1}^{p}\phi_{io}x_{t,i} + \sum_{h=1}^{q}\phi_{ho}g\left(\phi_{ch} + \sum_{i=1}^{p}\phi_{ih}x_{t,i}\right)\right) + \varepsilon_t \tag{2.157}$$

U jednadžbi (2.157) linearnu komponentu čini zbroj $\sum_{i=1}^{p}\phi_{io}x_{t,i}$, ako je prijenosna funkcija izlaznog sloja f linearna. U slučaju da ne postoji nelinearna veza između inputa i outputa, tada bi parametri ϕ_{ho} za sve neurone u jednom skrivenom sloju trebali biti jednaki nuli. Nulta hipoteza testa je $H_0: \phi_{ho1} = \phi_{ho2} = ... = \phi_{hoq} = 0$. Vrijednosti težina koje povezuju inpute i neurone u skrivenom sloju ϕ_{ih} su unaprijed odabrani, neovisno o inputima za zadani broj skrivenih neurona q i zadane prijenosnu funkciju g. Testovna veličina White NN testa (1989) je nR^2 koja ima χ^2 distribuciju s $df = q$ stupnjeva slobode. Pri tom je R^2 koeficijent determinacije dobiven regresirajući $\hat{\varepsilon}_t$, tj. reziduale, procijenjene metodom najmanjih kvadrata

iz linearne regresijske jednadžbe, na regresorske varijable koje uključuju matricu inputa i izračunate outpute iz skrivenog sloja. Teräsvirta et al. (1993) zamjenjuju nelinearnu komponentu jednadžbe (2.157), tj. zbroj $\sum_{h=1}^{q}\phi_{ho}g\left(\phi_{ch}+\sum_{i=1}^{p}\phi_{ih}x_{t,i}\right)$ s aproksimacijom temeljenom na Taylorovoj ekspanziji te daju alternativni LM test (prema Bisaglia i Gerolimetto, 2014). Ako se nulta hipoteza može odbaciti tada se zaključuje da postoji nelinearnost. Odbacivanjem nulte hipoteze se donosi zaključak o nužnosti primjene neuronskih mreža općenito.

Test normalnosti distribucije koji se koristi u empirijskom istraživanju je često korišteni Jarque–Bera (JB) test. JB testovna veličina je $JB=\frac{n-k+1}{6}\left(\alpha_3^2+\frac{1}{4}\left(\alpha_4-3\right)^2\right)$, pri čemu je n broj opažanja, k je broj regresora, α_3 je asimetrija, a α_4 zaobljenost distribucije. Ako su podaci normalno distribuirani, JB testovna veličina asimptotski ima χ^2 distribuciju s 2 stupnja slobode. Nulta hipoteza pretpostavlja normalnost distribucije, tj. da asimetrija iznosi nula i da zaobljenost iznosi 3. Sva odstupanja od ovih vrijednosti povećavaju JB testovnu veličinu. Ako se nulta hipoteza odbacuje, tada se može zaključiti da podaci nisu normalno distribuirani.

2.9.2. Pokazatelji prikladnosti neuronske mreže

Nakon što se procijeni više modela neuronskih mreža s različitim brojem neurona u jednom skrivenom sloju potrebno je izabrati prikladan model. Najčešće korištena mjera prikladnosti je prosječna kvadratna pogreška (engl. *Mean Squared Error* - MSE) koja mjeri prosječna kvadratna odstupanja stvarnih od očekivanih i/ili predviđenih vrijednosti. U ovom slučaju se greške suprotnog smjera ne poništavaju te stoga MSE daje dobre podatke o vrijednosti greške. Ova mjera penalizira ekstremne greške, tj. velike greške su „skuplje“ od malih greški. MSE ne daje smjer greške, te je osjetljiva na skalu mjerenja i transformaciju podataka. Računa se kao:

$$MSE=\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}e_t^2 \tag{2.158}$$

Također se mogu koristiti i druge mjere prikladnosti neuronskih mreža kao što su: koeficijent determinacije (Aminian et al., 2006; Teräsvirta et al., 2008; Mantri et al., 2012; Chaudhuri i Ghosh, 2016; Al-Maqaleh et al., 2016), prosječna pogreška (RMSE), prosječna apsolutna pogreška (MAE), prosječna apsolutna postotna pogreška (MAPE) i druge, kako bi se

uspoređivali različiti modeli (Qi i Zhang, 2001). Naime, svaka pojedina mjere prikladnosti ima svoja jedinstvena svojstva te je stoga potrebno u empirijskim istraživanjima koristiti više od jedne mjere. Najčešće korištena mjera za usporedbu modela je upravo prosječna kvadratna pogreška ili njezin drugi korijen, tj. MSE ili RMSE (Kuan i Liu, 1995; Balkin, 1997; Gençay i Liu, 1997; Moshiri et al., 1999; Gonzales, 2000; Moshiri i Cameron, 2000; Hwarng, 2001; Abid i Salah, 2002; Rech, 2002; Zhang, 2003; McNelis i McAdam, 2004; Ghiassi et al., 2005; Gupta, 2005; Teräsvirta et al., 2005; Binner et al., 2005; Binner et al., 2006; Medeiros et al., 2006; Binner et al., 2007; Zhang i Kline, 2007; Choudhary i Haider, 2008; Ortega, 2012; Bildirici i Ersin, 2012; Bildirici i Ersin, 2014; Claveria i Torra, 2014; Arnerić et al., 2014; Chaudhuri i Ghosh, 2016; Al-Maqaleh et al., 2016; Wang et al., 2016).

Prosječna pogreška (engl. *Root Mean Squared Error* - RMSE) ima ista svojstva kao i MSE te se računa kao:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} e_t^2} \tag{2.159}$$

Prosječna apsolutna pogreška (engl. *Mean Absolute Error* – MAE ili *Mean Absolute Deviation* - MAD) mjeri prosječna apsolutna odstupanja stvarnih od očekivanih i/ili predviđenih vrijednosti. Pokazuje magnitudu ukupne greške, pri čemu se efekti pozitivnih i negativnih greški ne poništavaju, pa zbog toga ne daje podatke o smjeru greški. Ovisi o skali mjerenja te transformaciji podataka, te ekstremne greške nisu penalizirane.

$$MAE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} |e_t| \tag{2.160}$$

Često se koristi u empirijskim istraživanjima kao MAD (Ghiassi et al., 2005; Al-Maqaleh et al., 2016) ili MAE (Moshiri i Cameron, 2000; Gonzales, 2000; Hwarng, 2001; Rech, 2002; Binner et al., 2005; Medeiros et al., 2006; Zhang i Kline, 2007; Bildirici i Ersin, 2014; Al-Maqaleh et al., 2016; Wang et al., 2016).

Prosječna apsolutna postotna pogreška (engl. *Mean Absolute Percentage Error* - MAPE) mjeri postotak prosječnih apsolutnih greški. Često se koristi u istraživanjima (Zhang i Kline, 2007; Choudhary i Haider, 2008; Al-Maqaleh et al., 2016; Wang et al., 2016). Ne ovisi o skali mjerenja, ali ovisi o transformaciji podataka. Ne pokazuje smjer greške niti penalizira ekstremna odstupanja. Također, greške suprotnog smjera se ne poništavaju.

$$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \left|\frac{e_t}{y_t}\right| \cdot 100 \tag{2.161}$$

Prosječna postotna pogreška (engl. *Mean Percentage Error* - MPE) predstavlja postotnu prosječnu pogrešku. Ima slična svojstva kao i MAPE, samo što pokazuje smjer greške, greške suprotnog smjera utječu jedna na drugu te se poništavaju. Također, kao i MFE, vrijednost oko 0 ne znači da je model savršen.

$$MPE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left(\frac{e_t}{y_t}\right)\cdot 100 \tag{2.162}$$

Normalizirana prosječna kvadratna pogreška (engl. *Normalized Mean Squared Error* - NMSE) je dobivena dijeleći MSE s varijancom, tj. odstupanjem stvarnih od prosječnih vrijednosti. Stoga ima ista svojstva kao i MSE. To je balansirana mjera koja je vrlo efikasna u procjeni prediktivnih sposobnosti modela.

$$NMSE = \frac{1}{\sigma^2 n}\sum_{t=1}^{n} e_t^2 \tag{2.163}$$

Theil U-test je normalizirana mjera ukupne pogreške predviđanja. Ima vrijednosti u intervalu [0,1], pri čemu U=0 znači savršen model. Na ovu mjeru utječe skala mjerenja i transformacija podataka. Koristi se npr. u istaživanju Chaudhuri i Ghosh (2016).

$$U = \frac{\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} e_t^2}}{\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \hat{y}_t^2}\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} y_t^2}} \tag{2.164}$$

Točnost smjera (engl. *Direction Accuracy* - DA)

$$DA = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} a_t \;, a_t = \begin{cases} 1 & , ako\ \left(y_{t+1} - y_t\right)\left(\hat{y}_{t+1} - y_t\right) > 0, \\ 0 & , inače. \end{cases} \tag{2.165}$$

Predznak (engl. *Sign* – S) se koristi u istraživanjima McNelis i McAdam (2004), Bektipratiwi i Irawan (2011), Ortega (2012) između ostalih, a računa se prema:

$$S = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} z_t \;, z_t = \begin{cases} 1 & , ako\ y_{t+1}\cdot\hat{y}_{t+1} > 0, \\ 0 & , inače. \end{cases} \tag{2.166}$$

Međutim, nijedna od ovih pokazatelja prikladnosti ne uzimaju u obzir načelo parsimonije, tj. štedljivosti prilikom izbora neuronske mreže. Kako bi se odabrao prikladan model neuronske mreže potrebno je koristiti pokazatelje prikladnosti uzimajući u obzir odnos broja parametara (k), srednje kvadratne pogreške (engl. *mean square error – MSE,* tj. $\hat{\sigma}^2$) i veličine uzorka (n). Pokazatelji prikladnosti koji u obzir uzimaju odnos ovih veličina u literaturi su poznati kao informacijski kriteriji (Murata et al, 1994). Rješavajući problem predeterminiranosti u skladu s načelom parsimonije odabire se model čije su vrijednosti informacijskih kriterija najmanje.

Najčešće korišteni informacijski kriteriji su (Zhang i Kline, 2007; Bildirici i Ersin, 2012; Arnerić et al., 2014):

Akaikeov informacijski kriterij (engl. *Akaike Information Criterion* - AIC)

$$AIC = n ln\left(\hat{\sigma}^2\right) + 2k \tag{2.167}$$

pri čemu je k broj parametara: $k = 1 + q(p+2) + q$ u Jordanovoj neuronskoj mreži, a $k = q(p+1) + q + 1$ u troslojnoj jednosmjernoj neuronskoj mreži, p je broj nezavisnih varijabli (broj inputa), a q broj neurona u skrivenom sloju podrazumijevajući jedan skriveni sloj u neuronskoj mreži.

Schwarzov informacijski kriterij (engl. *Schwarz Information Criterion* - SIC)

$$SIC = n ln\left(\hat{\sigma}^2\right) + k\, ln\, n \tag{2.168}$$

Hannan–Quinn informacijski kriterij (engl. *Hannan–Quinn Information Criterion* - HQIC)

$$HQIC = n ln\left(\hat{\sigma}^2\right) + 2k\, ln\, n \tag{2.169}$$

Konačna prognostička pogreška (engl. *Final Prediction Error* - FPE)

$$FPE = \hat{\sigma}^2 \left(\frac{1 + k/n}{1 - k/n} \right) \tag{2.170}$$

Najmanja opisana dužina (engl. *Minimum Description Length* - MDL)

$$MDL = \hat{\sigma}^2 \left(1 + \frac{k}{n} \ln n \right) \tag{2.171}$$

Prediktivna stohastička složenost (engl. *Predictive Stohastic Complexity* - PSC)

$$PSC = \frac{1}{n-k} \hat{\sigma}^2 \tag{2.172}$$

Qi i Zhang (2001) sugeriraju da kriteriji za odabir modela unutar uzorka (*in-the-sample*) ne mogu biti pouzdan vodič za utvrđivanje prikladnosti izvan uzorka, tj. „*out-of-sample*“ performanse modela. Stoga se osim odabranih pokazatelja prikladnosti koji se mogu izračunati unutar uzorka (*in-the-sample*) i izvan uzorka (*out-of-sample*) u ovom radu koristi i pokazatelj prikladnosti kojim se testira jednakost u prediktivnoj sposobnosti između dva modela, tj. koji se može izračunati samo izvan uzorka.

Diebold i Mariano test - DM (Mariano i Preve, 2012) koristi se kako bi se testirala jednakost u prediktivnoj sposobnosti između dva modela (Kuan i Liu, 1995; Gonzales, 2000; Rech, 2002; McNelis i McAdam, 2004; Teräsvirta et al., 2005; Binner et al., 2006; Medeiros et al., 2006; Binner et al., 2007; Bildirici i Ersin, 2014; Claveria i Torra, 2014), a testovna veličina je:

$$DM = \frac{\bar{d}}{\sqrt{\hat{w}/T}} \tag{2.173}$$

pri čemu d_t može biti niz razlika između kvadrata reziduala dvaju modela koji se uspoređuju ili niz razlika između apsolutnih vrijednosti reziduala. Time se postiže nenegativnost niza d_t. Ako je niz d_t kovarijančno stacionaran tada je očekivana vrijednost tog niza jednaka nuli, tj. pod pretpostavkom da je nulta hipoteza istinita vrijedi da je $E(d_t) = 0$. Izračunavanje DM testovne veličine zahtjeva da se prosječna vrijednost $\bar{d}$ podijeli s $\sqrt{\hat{w}/T}$. Tako dobivena testovna veličina asimptotski se približava jediničnoj normalnoj distribuciji N(0,1). Pri tome je $\hat{w}$ konstanta koja predočuje gustoću spektra pri nultoj frekvenciji.

3. TEORIJSKI KONCEPTI MJERENJA OČEKIVANE INFLACIJE

Literatura koja se bavi mjerenjem očekivane inflacije je mnogobrojna i često kontroverzna, a samo definiranje inflacije je raznovrsno. Opće prihvaćena definicija je da inflacija predstavlja povećanje opće razine cijena roba i usluga. Posljedično, za jednu kunu može se kupiti manje, tj. jedna kuna danas vrijedi manje nego jučer.

Prema intenzitetu inflacija se obično dijeli na blagu ili puzeću (stopa inflacije do 5%), umjerenu (stopa inflacije između 5% i 10%), jaku ili galopirajuću (stopa inflacije iznad 10% godišnje) i hiperinflaciju (stopa inflacije iznad 50%). Blaga do umjerena inflacija prisutna je u većini svjetskih gospodarstava te se smatra poželjnom. Stabilna inflacija potiče investicije u produktivne i dugoročne projekte, umjesto štednje i pretvaranje novca u nekretnine ili drugi oblik trajnih potrošnih dobara. Stoga se umjerena, stabilna i očekivana inflacija smatra stimulativnom kako za agregatnu ponudu tako i za agregatnu potražnju. Međutim, postoje troškovi inflacije posebno u uvjetima kada je ona visoka ili neočekivana. Visoka stopa inflacije smanjuje međunarodnu konkurentnost, što dovodi do pada izvoza. Investicije opadaju zbog povećanog rizika i neizvjesnosti o budućim prihodima i rashodima, što može dovesti do nižih stopa gospodarskog rasta. Štoviše, nakon perioda neodrživog visokog inflatornog rasta gospodarstva slijedi najčešće period recesije, dok stabilna i niska inflacija omogućava dugi period gospodarskog rasta. Pojedinci i poduzeća u uvjetima visoke inflacije troše značajan dio raspoloživog vremena i resursa na to da se zaštite od troškova visoke inflacije. Visoka inflacija stvara troškove menija (engl. *menu costs*) zbog kontinuirane i učestale promjene prodajnih cijena te troškove potplata (engl. *shoe leather costs*) pri čemu ekonomski subjekti kako bi uštedjeli na gubitku kamate u banci drže manje gotovine, sve češće odlaze u banku i vrše više transakcija s ciljem očuvanja realne vrijednosti novca. Dolazi do distorzije poreznog sustava jer se povećava iznos poreza koji pojedinac treba platiti, zbog toga što povećanjem plaća prelazi u gornji porezni razred. Istovremeno kod nekih indirektnih poreza koji su određeni u fiksnom iznosu državni proračun dobiva manje u realnim terminima. Također dolazi do redistribucije dohodaka, pri čemu zajmoprimci u načelu profitiraju na račun štediša. Konačno, visoki su troškovi smanjenja inflacije koji zbog većih kamatnih stopa smanjuju potrošnju i investicije. Smanjenje agregatne potražnje dovodi do pada gospodarskog rasta i nezaposlenosti (Vujčić, 1999). Stoga visoka inflacija dovodi do teških društvenih i socijalnih poremećaja. Međutim i deflacija, definirana kao kontinuirano smanjenje razine cijena, ima troškove za gospodarstvo. Naime, u periodima deflacije se odgađa potrošnja zbog očekivanja još nižih cijena u budućnosti,

što utječe na pad agregatne potražnje. Poduzeća ne mogu prodati svoje proizvode, ostvariti profite i otplatiti dugovanja te su stoga prisiljeni smanjiti proizvodnju i broj zaposlenih, što utječe na daljnji pad agregatne potražnje i još niže cijene. Također, za razliku od visoke inflacije kada zajmoprimci profitiraju od pada realne vrijednosti duga, deflacijom se povećava realna vrijednost duga što može utjecati na nemogućnost otplate.

U literaturi postoje oprečna mišljenja o utjecaju blage i umjerene inflacije na gospodarski rast. S jedne strane se ističe da inflacija utječe na gospodarski rast, pri čemu su argumenti visoka koreliranost stopa rasta cijena i gospodarskog rasta, povećano konvertiranje gotovine u nekretnine ili drugi oblik trajnih potrošnih dobara čime se stimulira proizvodnja, povećanje zaposlenosti i drugo. S druge strane se argumentira da je stabilna vrijednost novca povoljnija za gospodarski rast jer inflacija smanjuje akumulaciju kapitala namijenjenog za investicije jer smanjuje štednju i povećava odljev kapitala u inozemstvo. Međutim, u periodima visoke inflacije priljev kapitala iz inozemstva se smanjuje, dolazi do deformacija na tržištima, proizvodna aktivnost je smanjena, a stopa rasta gospodarstva nužno opada.

Nameće se pitanje mjerenja inflacije. Najčešće korišten pristup mjerenju inflacije je pomoću indeksa potrošačkih cijena. Indeks potrošačkih cijena se izračunava korištenjem formule Laspeyres-ovog tipa, tj. kao aritmetička sredina individualnih indeksa cijena odabranih proizvoda i usluga. Pri tom se kao ponderi koriste udjeli važnosti odabranih proizvoda i usluga u ukupnoj potrošnji domaćinstava. Naime, sva roba i usluge koje koriste kućanstva tijekom godine sadržani su u košarici proizvoda, pri čemu svaki proizvod u toj košarici ima cijenu koja se s vremenom mijenja. Godišnja stopa inflacije je promjena cijena ukupne košarice u promatranom mjesecu u odnosu na isti mjesec prethodne godine. Tako Eurostat (Statistički ured Europske Unije) svaki mjesec izračunava indeks potrošačkih cijena u europodručju. Harmonizirani indeks potrošačkih cijena (engl. *Harmonised Indices of Consumer Prices* - HICP) obuhvaća gotovo 700 vrsta robe i usluga, a odražava prosječnu potrošnju kućanstava u euro zoni. Drugi način mjerenja inflacije je pomoću omjera nominalnog i realnog BDP-a, tj. pomoću takozvanog BDP deflatora. Može se koristiti i indeks proizvođačkih cijena koji mjeri razinu cijena u veleprodaji ili proizvodnji. Mjerenje inflacije pomoću indeksa cijena ima i svoje nedostatke zbog činjenice da kućanstva smanjuju potrošnju onih roba i usluga koje su postale relativno skuplje, te ih supstituiraju relativno jeftinijim robama i uslugama. Također, nova roba i nove usluge koji poboljšavaju standard kućanstva ne ulaze u izračun potrošačkih cijena. Unatoč tim nedostacima, indeks potrošačkih cijena je najčešći pristup mjerenju inflacije.

Glavni cilj Europskog sustava središnjih banaka (ESSB), određen u članku 127. stavku 1 Ugovora o funkcioniranju Europske unije, je održati stabilnost cijena. Stabilnost cijena pri Europskoj središnjoj banci (engl. *European Central Bank* - ECB) definira se kao stopa inflacije (godišnje povećanje harmoniziranog indeksa potrošačkih cijena za europodručje) koja je ispod, ali blizu 2%, a koju je potrebno ostvariti u srednjoročnom razdoblju. Prema tome ECB je „konzervativna" središnja banka temeljena na njemačkom modelu središnjeg bankarstva kojeg karakterizira cjenovna stabilnost kao primarni cilj središnje banke, a ukoliko provodi i druge ciljeve, to je uvjetovano neugrožavanjem temeljnog cilja. Karakterizira ju i politička neovisnost od vlade, pri čemu odluke o promjeni kamatnih stopa donosi središnja banka bez uplitanja političkih autoriteta. Dakle, niska i stabilna inflacija, tj. ispod, ali blizu 2%, je osnovni cilj monetarne politike ECB-a sukladno Greenspan-ovoj definiciji stabilnosti cijena jer se smatra da je inflacija do 2% nezamjetljiva i ne stvara inflacijska očekivanja. Konceptualno se oslanja na Friedmanovo poimanje optimale stope inflacije od 0% pri kojoj postoji maksimalna korisnost držanja novca. S druge strane, konvencionalne mjere inflacije ne uzimaju u obzir poboljšanje kvalitete proizvoda, tj. zbog brzih tehnoloških promjena stvarna inflacija je precijenjena za 0.5% do 1.5% godišnje, pa je niska i pozitivna inflacija u stvari inflacija od 0%. Međutim, niska inflacija oko 2-3% je zapravo dobra za gospodarstvo jer dozvoljava fleksibilnije korigiranje realnih plaća (De Grauwe, 2007). Teorijski smisao niske i stabilne inflacije od 2% vezan je za klasičnu dihotomiju, odnosno teorijski uvid da u srednjem i dugom roku količina novca, a time i monetarna politika, djeluje prvenstveno na nominalne varijable (razinu cijena), ali ne i na realne varijable (npr. zaposlenost) (Hein, 2017). Stabilnost cijena, međutim, nije samo glavni cilj monetarne politike ECB-a već i cilj Europske unije (EU) u cjelini. Štoviše, Europska unija ima više ciljeva (članak 3. Ugovora o Europskoj uniji): održiv razvoj Europe koji se temelji na uravnoteženom gospodarskom rastu i stabilnosti cijena, visoko konkurentnom socijalnom tržišnom gospodarstvu, s ciljem pune zaposlenosti i društvenog napretka. Ovim Ugovorima se jasno iskazuje da je stabilnost cijena najvažniji doprinos monetarne politike ostvarivanju povoljnoga gospodarskog okružja i visoke razine zaposlenosti (ECB, 2011).

3.1. Adaptivna i racionalna inflatorna očekivanja

Ekonomska aktivnost danas ovisi o očekivanim ekonomskim uvjetima u budućnosti (Bernake, 2007). Pad očekivane buduće stope rasta gospodarstva će smanjiti sklonost potrošnji i investicijama smanjivanjem očekivanih budućih prihoda kućanstava i poduzeća. To će utjecati

na smanjenje agregatne potražnje, uzrokujući trenutačan pad tekućeg outputa (Sørensen i Whitta-Jacobsen, 2010). S aspekta ponašanja potrošača, oni će, ako očekuju da će cijene rasti u idućem periodu, povećati svoju trenutnu potrošnju, i obrnuto. Ukoliko kritična masa potrošača dijeli isto mišljenje da će, npr. cijene rasti, oni će povećanjem agregatne potražnje izazvati inflatorne pritiske. Ako poduzeća očekuju rast budućih cijena, oni će također povećati cijene svojih proizvoda i usluga (Sorić, 2012). Također, promjena u očekivanoj stopi inflacije može utjecati na pomak krivulje agregatne ponude preko formiranja nominalnih plaća pregovorima radnika i poduzeća (Sørensen i Whitta-Jacobsen, 2010).

Očekivana inflacija je važan parametar u mnogim ekonomskim zakonitostima kao npr. u Philipsovoj krivulji, Fisherovoj jednadžbi ili Taylorovom pravilu. U tom kontekstu očekivana inflacija služi da bi se takve zakonitosti mogle empirijski potvrditi ili opovrgnuti. Osim toga, danas su inflatorna očekivanja jako važan indikator za utvrđivanje kamatnih stopa, nezaposlenosti i slično. M. Friedman i E. Phelps kritizirali su teorijske osnove Phillipsove krivulje (PC) prema kojoj postoji negativna korelacija (engl. *trade-off*) između inflacije i nezaposlenosti, temeljeći kritiku na tome što Phillipsova krivulja izostavlja inflatorna očekivanja (Krueger, 2009). Naime, Phelpsova krivulja je u dugom roku, za razliku od Phillipsove, okomita što znači da u dugom roku aktivna monetarna politika ne će dovesti do smanjenja nezaposlenosti već do povećanja cijena (Palley, 2017). Također, svako smanjivanje stope nezaposlenosti ispod prirodne stope nezaposlenosti će biti inflatorno. Ovi odnosi između inflacije i nezaposlenosti u kratkom i dugom roku se mogu prikazati jednom Phillipsovom krivuljom proširenom inflacijskim očekivanjima. Radovi Friedmana i Phelpsa su prvi primjeri eksplicitnog uključivanja očekivanja u makroekonomske modele. Naime, pretpostavlja se da nivo očekivane inflacije utječe na stopu nezaposlenosti i to je razlog zbog čega se u novu keynezijansku Phillipsovu krivulju (NKPC) za objašnjavanje dinamike stope inflacije stavlja naglasak na očekivanje stope inflacije u budućnosti (Krznar, 2011). Osim toga, Fisher pretpostavlja statistički značajan dugoročni odnos između inflacije i nominalnih kamatnih stopa, međutim originalna jednadžba je kroz vrijeme modificirana uključujući očekivanu inflaciju i rizik inflacije (Škrabić Perić et al., 2013). Taylorovo pravilo, kao korisno mjerilo za procjenu monetarne politike središnje banke, je također od prvotnog definiranja često bilo modificirano. Tako Clarida et al. (2000) definiraju nominalnu kamatnu stopu kao funkciju jaza između očekivane i ciljne inflacije te očekivanog i ciljnog outputa. Iz svega navedenog, može se zaključiti da je očekivana stopa inflacije važna determinanta tekuće ekonomske aktivnosti koja se treba uzeti u obzir u formiranju makroekonomskih modela.

Tradicionalni makroekonomski modeli često pretpostavljaju da očekivane buduće vrijednosti makroekonomskih varijabli ovise samo o povijesnim vrijednostima tih varijabli. Formiranje inflacijskih očekivanja je adaptivno ili unazadno (engl. *backward-looking expectation*), u smislu da nisu sve informacije dostupne ekonomskim agentima za vrijeme formiranja očekivanja cijena. Ova pretpostavka o tzv. gledanju unatrag može vrijediti u mirnim vremenima kada ekonomija nije pogođena značajnim šokovima (Sørensen i Whitta-Jacobsen, 2010). Model **adaptivnih inflacijskih očekivanja** objašnjava pogrešku u predviđanju inflacije u tekućem periodu pogreškom predviđanja inflacije u prethodnom periodu:

$$\pi_t^e - \pi_{t-1}^e = \lambda\left(\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^e\right), 0 < \lambda < 1 \tag{3.1}$$

pri čemu je λ parametar korekcije, tj. težina. Može se uočiti da je pogreška u predviđanju inflacije proporcionalna pogreški u predviđanju inflacije iz prethodnog perioda, a faktor proporcionalnosti, λ, pokazuje za koji postotak se pogreška predviđanja iz prethodnog razdoblja treba korigirati da bi se dobilo predviđanje inflacije u tekućem razdoblju. Tako ovaj model pokazuje kako subjekt uči na vlastitim pogreškama, međutim pokazuje i da će stopa inflacije u tekućem razdoblju biti točno predviđena samo ako je predviđanje bilo točno i u prethodnom razdoblju. Ovaj model može se zapisati i kao

$$\pi_t^e = \pi_{t-1}^e + \lambda\left(\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^e\right) \tag{3.2}$$

pa je stopa očekivane inflacije u razdoblju *t* jednaka očekivanoj stopi inflacije iz *t*-1 korigiranoj za pogrešku predviđanja, tj. postotak razlike između stvarne i očekivane inflacije u razdoblju *t*-1. Taj izraz se može zapisati i kao

$$\pi_t^e = \lambda \cdot \pi_{t-1} + \left(1-\lambda\right) \cdot \pi_{t-1}^e \tag{3.3}$$

tj. očekivana stopa inflacije u vremenu *t* jednaka je ponderiranom prosjeku stvarne i očekivane stope inflacije u prethodnom periodu. Također, model adaptivnih inflacijskih očekivanja daje odgovor na pitanje o načinu formiranja inflacijskih očekivanja, tj. inflacijska očekivanja u vremenu *t* su jednaka ponderiranom prosjeku stopa inflacije iz proteklih razdoblja *t*-1, …, *t-n.* Naime, ako model (3.3) zapišemo za razdoblje *t*-1 dobije se

$$\pi_{t-1}^e = \lambda \cdot \pi_{t-2} + \left(1-\lambda\right) \cdot \pi_{t-2}^e \tag{3.4}$$

Analogno tome, stopu očekivane inflacije u nekom razdoblju iz prošlosti možemo izraziti kao ponderirani prosjek stope stvarne i očekivane inflacije iz njemu prethodnog razdoblja. Sukcesivnim uvrštavanjem se dobije

$$\pi_t^e = \lambda \cdot \pi_{t-1} + \lambda\left(1-\lambda\right) \cdot \pi_{t-2} + \lambda\left(1-\lambda\right)^2 \cdot \pi_{t-3} + \ldots + \lambda\left(1-\lambda\right)^{n-1} \cdot \pi_{t-n} + \left(1-\lambda\right)^n \cdot \pi_{t-n}^e \tag{3.5}$$

S obzirom da je $0<\lambda<1$, tj. $0<1-\lambda<1$, pa izraz $(1-\lambda)^n$ postaje sve manji što *n* postaje veći te se približava nuli kada $n\to\infty$. To znači da na inflacijska očekivanja više utječu svježija iskustva s obzirom da intenzitet pamćenja opada s vremenom. Ako $n\to\infty$ tada se jednadžba (3.5) može zapisati kao:

$$\pi_t^e = \lambda\sum_{i=1}^{n}(1-\lambda)^{i-1}\pi_{t-i} \tag{3.6}$$

Prema jednadžbi (3.6) stopa očekivane inflacije ovisi o pogreškama u predviđanju inflacije iz prošlosti, pa postoji opasnost da neki subjekti u procjeni inflacije rade sustavne pogreške, bilo da se radi o podcjenjivanju ili precjenjivanju inflacije. Upravo to je temeljna kritika modela adaptivnih očekivanja (prema Babić, 2003). Ta činjenica je dovela do promjene paradigme u smjeru makroekonomije racionalnih očekivanja.

Također, ako je gospodarstvo pogođeno šokom, ne čini se racionalnim pretpostaviti da će ljudi očekivati buduće gospodarsko okruženje isto kao i ovogodišnje. Umjesto toga, racionalna kućanstva i poduzeća će koristiti sve relevantne i dostupne informacije u formiranju očekivanja o budućem stanju gospodarstva (hipoteza racionalnih očekivanja). Ovu ideju o tzv. gledanju unaprijed (engl. *forward looking expectations*) je uveo John Muth 1961. godine (Sørensen i Whitta-Jacobsen, 2010). Među makroekonomistima 1970-ih dominira revolucionarna ideja ekonomista tzv. **racionalnih očekivanja** (engl. *rational expectations* - RE). Predstavnici škole racionalnih očekivanja argumentiraju da ljudi ne rade konzistentno iste greške predviđanja kao što je sugerirano u ideji adaptivnih (ili unazadnih) očekivanja. Naime, ako neki subjekt ima neke informacije o inflaciji koje se ne sastoje samo od niza promatranja iz prošlosti, tada bi upotreba adaptivnih inflacijskih očekivanja u predviđanju kretanja stope inflacije bilo neracionalno, s obzirom da ne bi upotrebljavao sve dostupne informacije. Stoga, ekonomski agenti formiraju svoja makroekonomska očekivanja racionalno temeljeći svoje odluke na svim, prošlim i sadašnjim, dostupnim relevantnim informacijama, a ne samo na prošlim informacijama kao u slučaju adaptivnih cjenovnih očekivanja (Babić, 2003; Evans i Honkapohja, 2009). Prema tradicionalnom monetarnom pristupu iz 1960-ih, greške u cjenovnim očekivanjima su bile korelirane jedne s drugima, dok su pri racionalnim očekivanjima greške slučajne ili nezavisne jedna o drugoj. Najvažniji skup informacija, koji model adaptivnih očekivanja ne koristi u svojim predviđanjima kretanja inflacije, je skup informacija koji daje ekonomska teorija. S obzirom da model racionalnih očekivanja koristi i ove informacije, predviđanja inflacije temeljena na ovom modelu su jednaka onima koji rezultiraju iz relevantne ekonomske teorije. Na takav način se u modelu racionalnih očekivanja

eliminira mogućnost sustavne pogreške, a predviđanja temeljena na modelu racionalnih očekivanja su nepristrana. Zato se model adaptivnih očekivanja treba korigirati kako bi uključio sve relevantne informacije pa je očekivana stopa inflacije jednaka stopi stvarne inflacije uz uvjet da se u predviđanju iskoriste sve relevantne informacije, tj.:

$$\pi_t^e = E\left[\pi_t \mid I_{t-1}\right] \tag{3.7}$$

pri čemu $E\left[\pi_t \mid I_{t-1}\right]$ predstavlja uvjetno očekivanje, tj. očekivanu vrijednost stvarne stope inflacije π_t uz uvjet da su iskorištene sve relevantne informacije I_{t-1} kojima se raspolagalo na kraju razdoblja *t*-1. Razlika između stope stvarne i očekivane inflacije je stohastička varijabla koja je normalno distribuirana oko nule. Stoga je očekivana vrijednost te varijable jednaka nuli, pa je stopa očekivane inflacije jednaka stopi stvarne inflacije.

Model racionalnih očekivanja se temelji na pretpostavkama da svaki subjekt zna specifikaciju varijabli u modelu, da svaki subjekt zna distribuciju vjerojatnosti stohastičke varijable te da svaki subjekt koristi sve relevantne informacije na kraju razdoblja *t*-1 kod predviđanja promjena stope inflacije.

Pristup racionalnih očekivanja generirao je vertikalnu Phillipsovu krivulju u kratkom i dugom roku. Naime, ako monetarni autoritet objavi monetarno povećanje unaprijed, ljudi očekuju da će cijene rasti. U ovom slučaju, prema monetaristima, ovo potpuno očekivano djelovanje monetarne politike ne može imati nikakve realne efekte, čak ni u kratkom roku. Stoga, središnja banka može utjecati na realni output i zaposlenost samo kreiranjem neočekivanog porasta cijena. U suprotnom, unaprijedno podešavanje očekivanja ekonomskih agenata će osigurati da prethodno najavljena monetarna politika ne uspije. Slično, ako kreator politike objavi dezinflacijsku politiku unaprijed, ova politika ne može smanjiti cijene ako ljudi ne vjeruju da će vlada to stvarno i učiniti. Prema tome, u novoj klasičnoj teoriji, očekivanja o cijenama su blisko povezane s važnošću kredibiliteta i reputacije nositelja vlasti za uspješno provođenje dezinflacijske politike u gospodarstvu. Očekivanja su ključna u inflacijskom procesu, pri čemu se očekivanjima upravlja kroz pravilo monetarne politike.

Prema Mishkinu (2011) postoji devet principa koji vode monetarnu politiku većine središnjih banaka: inflacija je uvijek i svugdje monetarni fenomen, cjenovna stabilnost ima važne dobrobiti, ne postoji dugoročna pozitivna povezanosti između inflacije i BDP-a, očekivanja igraju ključnu ulogu u definiranju inflacije i u transmisiji monetarne politike, realne kamatne

stope moraju rasti s višom inflacijom uz objašnjenje da stabilizacijska monetarna politika mora povećati nominalnu kamatnu stopu više od porasta inflacije (Taylorovo pravilo), monetarna politika se susreće s problemom vremenske nekonzistentnosti, nezavisnost središnje banke pomaže efikasnosti monetarne politike, privrženost jakom nominalnom sidru je izrazito bitno za dobre ishode monetarne politike, financijske frikcije igraju važnu ulogu u poslovnim ciklusima. Prvih osam principa su elementi koji su poznati pod nazivom nova neoklasična sinteza te su prihvaćeni od strane većine znanstvenika i središnjih banaka, dok zadnji princip, koji uključuje financijske frikcije, nije eksplicitno bio dio modela korištenih za analizu politika središnjih banaka. Globalna financijska kriza 2007-2009 je pokazala, međutim, da se financijske frikcije trebaju uključiti u makroekonomske analize te da ih se ne smije ignorirati kao što je bio slučaj prije krize. Također, Leahy (2013) predstavlja važnost očekivanja u posljednjoj krizi. Tvrdi da je kriza prisilila makroekonomiste na sagledavanje očekivanja i načina formiranja očekivanja. S nominalnim kamatnim stopama na nultoj granici, konvencionalna monetarna politika se ne može više voditi kroz tekuće aktivnosti klasičnim instrumentima. Umjesto toga, očekivanja o budućoj politici igraju središnju ulogu.

Glavni cilj velikog broja središnjih banki je održavanje stabilnosti cijena, a sposobnost središnje banke da kontrolira inflaciju ovisi o njenoj sposobnosti da kontrolira inflacijska očekivanja ekonomskih subjekata. Ako ekonomski subjekti počnu vjerovati da će u sljedećem periodu doći do rasta stope inflacije, oni će promijeniti svoje ponašanje u tekućem periodu što će rezultirati rastom inflacije u tekućem periodu bez obzira na to što nije bilo ekspanzivnog djelovanja monetarne politike. Problem vremenske nekonzistentnosti ograničava nositelje ekonomske politike da formiraju i kontroliraju inflacijska očekivanja ekonomskih subjekata, a kod monetarne politike se očituje u postojanju motiva nositelja vlasti da, radi zadovoljavanja kratkoročnih političkih ciljeva, iznenadnim mjerama ekspanzivne monetarne politike stimuliraju kratkoročni rast BDP-a nauštrb više stope inflacije. Uspostavom pravila za primjenu mjera monetarne politike (engl. *monetary policy rules*), moguće je riješiti problem vremenske nekonzistentnosti. Naime, vođenje monetarne politike pomoću pravila onemogućava iskorištavanje postojanje pozitivne kratkoročne veze između inflacije i BDP-a (engl. *trade-off*) te omogućava ekonomskim subjektima da razumijevanjem pravila za vođenje monetarne politike formiraju očekivanja o ponašanju monetarne politike i veličini buduće inflacije. Samu primjenu pravila u praksi onemogućavaju dva osnovna problema. Prvi problem je taj što u praksi nije moguće formulirati pravilo koje daje precizne upute za primjenu mjera monetarne politike u svim ekonomskim situacijama, a koje je dovoljno jednostavno da ih ekonomski

subjekti razumiju i po njima racionalno formiraju očekivanja. Drugi problem je što pravila nisu nepromjenjiva, tj. nositelji vlasti mogu jednom donesena pravila promijeniti ili ukinuti te iskoristiti postojanje pozitivne kratkoročne veze između inflacije i BDP-a radi ostvarivanja kratkoročnih političkih ciljeva.

S obzirom na nemogućnost doslovne primjene pravila za vođenje monetarne politike, došlo je potrebe formuliranja institucionalnog okvira za vođenje monetarne politike, a koji je poznat pod nazivom neovisnost središnje banke. Prepuštanjem vođenja monetarne politike neovisnoj središnjoj banci ostavlja se dovoljno prostora za diskrecijsko djelovanje monetarne politike, ako je potrebno, a smanjuje se vjerojatnost iskorištavanja pozitivne kratkoročne veze između inflacije i BDP-a, čime se ublažava ili čak rješava problem vremenske nekonzistentnosti. Ponašanje središnje banke treba biti vođeno principima odgovornosti, transparentnosti i komunikacije (Sørensen i Whitta-Jacobsen, 2010; Svensson, 2010). Stoga je potrebno da upravljačko tijelo odgovara za rezultate rada središnje banke, da njeno funkcioniranje bude transparentno, te da postoji redovito izvještavanje javnosti o poslovanju središnje banke, sveukupnim ciljevima, strategiji i budućem smjeru monetarne politike, trenutačnoj ekonomskoj situaciji i očekivanim trendovima, razlozima donošenja određenih mjera i načinima njihovog djelovanja. Tako će mjere središnje banke pomoći u održavanju stabilnosti cijena kako bi se inflacijska očekivanja držala pod kontrolom (prema Čorić i Malešević Perović, 2013).

Nakon uspostave institucionalnog okvira za vođenje monetarne politike, potrebno je definirati način vođenja monetarne politike s ciljem ostvarivanja stabilnosti cijena. Kako bi kontrolirala inflacijska očekivanja, i time povećala sposobnost kontrole inflacije, središnja banka mora svojim djelovanjem uvjeriti ekonomske subjekte u predanost i sposobnost ostvarenja stabilnosti cijena. Strategijom monetarne politike se definira pristup za dostizanje primarnog cilja, a sastoji se od definiranja instrumenata, kratkoročnih ciljeva, intermedijarnih ciljeva i konačnog cilja. Krajnji cilj monetarne politike većine središnjih banaka je stabilnost cijena (iako konačni cilj može biti zaposlenost, gospodarski rast, financijska stabilnost i sl.), na koji središnja banka utječe indirektno i s vremenskim pomakom. Stoga središnja banka odabire intermedijarni cilj (monetarni agregat, tržišnu kamatnu stopu, devizni tečaj, očekivanu inflaciju ili druge varijable). Javno iskazivanje intermedijarnih ciljeva dolazi do izražaja kod monetarnih strategija koje se oslanjaju na korištenje eksplicitnih nominalnih sidara kao nominalnih varijabli kojima se sidre inflacijska očekivanja javnosti i promoviraju niske stope inflacije (Ivanov, 2012). Upotreba intermedijarnih ciljeva (sidara) omogućuje provjeru zbivaju li se

promjene instrumenata u smjeru ostvarivanja krajnjeg cilja, odnosno ako je intermedijarni cilj dostignut, velika je vjerojatnost da će se i konačan cilj kretati na predviđenoj razini. Instrumenti monetarne politike su operacije na otvorenom tržištu, stalno raspoložive mogućnosti, držanje minimalnih obveznih pričuva te nekonvencionalne mjere kao što su npr. pružanje smjernica buduće politike i programi kupnje vrijednosnih papira. Korištenjem različitih instrumenata monetarne politike središnja banka djeluje na kretanje kratkoročnih kamatnih stopa na međubankovnom tržištu. Kratkoročni kamatnjaci se pri tome javljaju kao glavni operativni cilj monetarne politike uz npr. viškove likvidnosti banaka i ukupni promarni novac. Transmisijski mehanizam monetarne politike od promjene referentnih kamatnih stopa do cijena je detaljnije opisan u četvrtom poglavlju.

Ako središnja banka samo svojom reputacijom, koja se temelji na dugogodišnjoj predanosti i uspješnosti u držanju inflacije pod kontrolom, vodi monetarnu politiku, to se naziva monetarnom politikom s implicitnim, ali ne i eksplicitnim nominalnim sidrom (engl. *nominal anchor*). Međutim, unatoč uspješnosti nekih središnjih banaka da samo reputacijom kontroliraju inflaciju, većina znanstvene literature se zalaže za eksplicitno definiranje nominalnog sidra.

Eksplicitno definiranje nominalnog sidra omogućava središnjoj banci preciznu signalizaciju svojih namjera ekonomskim subjektima, kako bi čvršće i preciznije kontrolirala njihova inflacijska očekivanja, dok ekonomskim subjektima omogućava da preciznije tumače mjere poduzete od strane središnje banke s ciljem procjene drži li se središnja banka cilja ostvarivanja stabilnosti cijena. Nominalno sidro predstavlja nominalnu varijablu koja precizno definira što točno predanost središnje banke ostvarivanju zadaće stabilnosti cijena znači. Postoje tri vrste eksplicitno definiranog nominalnog sidra: devizni tečaj, monetarni agregat i stopa inflacije (Mishkin, 1999).

Održavanje fiksnog deviznog tečaja (engl. *exchange-rate targeting*) prema valuti neke velike ekonomije s niskom stopom inflacije znači da središnja banka svojim mjerama osigurava da se vrijednost domaće valute u odnosu na vrijednost valute izabrane zemlje ne mijenja. Tako središnja banka šalje signal ekonomskim subjektima kako u budućnosti mogu očekivati da će domaća stopa inflacije biti jednaka stopi inflacije izabrane zemlje, uz precizno definiranu numeričku vrijednost deviznog tečaja. Prednost ove vrste nominalnog sidra je u brzoj dostupnosti podataka o kretanju deviznog tečaja što omogućava brzu signalizaciju namjera

središnje banke da drži inflaciju po kontrolom. Nedostatak se ogleda u gubitku monetarne samostalnosti središnje banke s obzirom da postaje prisiljena slijediti monetarnu politiku odabrane zemlje kako bi održala fiksni devizni tečaj.

Ako se određivanjem i kontroliranjem brzine rasta, tj. veličine užih ili širih monetarnih agregata određuje i kontrolira stopa inflacije, tada se radi o nominalnom sidru ciljanja monetarnog agregata (engl. *monetary targeting*). Naime, stopa rasta monetarnog agregata do 4.5% odgovara srednjoročnom rastu inflacije do 2%, Stoga ova referentna stopa rasta monetarnog agregata signalizira kakvu monetarnu politiku provodi središnja banka. Prednost ciljanja monetarnog agregata je u mogućnosti samostalnog vođenja monetarne politike, kao i u dostupnosti podataka što pomaže relativno brzom signaliziranju. Međutim, monetarni agregat može biti adekvatno nominalno sidro samo ako je središnja banka sposobna precizno kontrolirati veličinu monetarnog agregata i ako je veza između ponude i potražnje za novcem stabilna, što je upravo i argument protiv ciljanja monetarnog agregata. Naime, monetarni agregat M3 se pokazao kao nestabilan i slab indikator inflatornih tendencija (De Grauwe, 2007).

S obzirom na navedene nedostatke između ostalog, proizašao je pokušaj primjene same stope inflacije kao nominalnog sidra (engl. *inflation targeting*), koja je ušla u praktičnu uporabu 1990. godine kao eksplicitno nominalno sidro u Novom Zelandu, a čiji je konceptualni začetnik Svensson (1996; 1999). U 2012. godini pa do danas, 27 zemalja koristi strategiju ciljanja inflacije, među kojima su polovica zemlje u razvoju (Hammond, 2012). Također, neke središnje banke u razvijenim zemljama, uključujući ECB, Federalne rezerve SAD-a (FED), te Središnje banke Japana i Švicarske, su usvojile mnoge glavne elemente ciljanja inflacije te koriste fleksibilno ciljanje inflacije, a nekoliko ostalih je u procesu ka tome (Roger, 2010; Svensson, 2010). Osnovna karakteristika vođenja monetarne politike pomoću ciljanja stope inflacije predstavlja javno obznanjivanje stope inflacije koju središnja banka želi i namjerava održavati u gospodarstvu. Kod strategije ciljanja inflacije, nastoji se upravljati percepcijom očekivane inflacije, čime je prognozirana ciljana inflacija intermedijarni cilj središnje banke. U ovoj strategiji odluke središnje banke određene su očekivanom budućom inflacijom. Preduvjeti za uspješno usvajanje ciljanja inflacije u nekoj zemlji su: cjenovna stabilnost treba biti priznata kao glavni cilj monetarne politike, treba postojati javna objava kvantitativnog cilja inflacije, monetarna politika mora biti temeljena na širokom skupu informacija koje uključuju predviđanje inflacije, središnja banka mora biti nezavisna u izboru načina i mjera za ostvarenje ciljeva, mora imati efikasan instrument monetarne politike te nezavisnost središnje banke mora

biti popraćeno s povećanom odgovornosti, transparentnosti i komunikacijom s javnosti. Osim toga središnja banka mora odabrati relevantni cjenovni indeks kao mjeru ciljanja inflacije, specificirati cilj kao točku, kao interval ili kao srednjoročni prosjek, te definirati vremenski horizont dostizanja cilja (Blejer et al., 1999; Mishkin, 2011; Hammond, 2012).

Stabilnost cijena pri ECB-u definira se kao stopa inflacije (godišnje povećanje harmoniziranog indeksa potrošačkih cijena za europodručje) koja je ispod, ali blizu 2%, koju je potrebno ostvariti u srednjoročnom razdoblju. Na sličan način i druge središnje banke kvantitativno određuju relevantni cjenovni indeks, cilj te vremenski horizont. Preuzimanjem obveze održavanja ciljne stope inflacije središnja banka daje ekonomskim subjektima preciznu numeričku vrijednost na temelju koje mogu procjenjivati provodi li središnja banka monetarnu politiku i kakvu. Prednost ciljanja inflacije je uz mogućnost samostalnog vođenja monetarne politike i u tome što ciljana stopa inflacije ujedno predstavlja i glavni cilj monetarne politike. Naime, ostvarivanje preuzete obveze održavanja vrijednosti ciljne varijable, u ovom slučaju stope inflacije, znači ujedno i ostvarivanje stabilnosti cijena. To u slučaju korištenja deviznog tečaja i monetarnih agregata kao nominalnog sidra nije eksplicitno rečeno i jasno pa može biti nerazumljivo od strane javnosti i netransparentno. Također, kod ciljanja deviznog tečaja i novčane mase nominalno sidro predstavlja posredan cilj (engl. *intermediate target*) čijim ostvarivanjem središnja banka želi ostvariti glavni cilj, a to je stabilnost cijena. Međutim, središnja banka može uspjeti u ostvarenju intermedijarnog cilja u određenom vremenskom periodu, a da to ne dovede, zbog različitih ekonomskih okolnosti, do ostvarenja stabilnosti cijena. Ciljanjem inflacije se to izbjegava, što dugoročno može rezultirati boljom kontrolom inflacije te preciznijom kontrolom inflacijskih očekivanja. Nedostatak korištenja stope inflacije kao nominalnog sidra je u relativno otežanoj transparentnosti i komunikaciji središnje banke. Naime, mjerama monetarne politike kod ciljanja inflacije je, za razliku od ciljanja deviznog tečaja i monetarnog agregata, u prosjeku potrebno više vremena da počnu djelovati na razinu cijena u gospodarstvu, podaci o stopi inflacije u gospodarstvu nisu relativno brzo dostupni pa je potrebno uložiti puno više napora u komunikaciju s ekonomskim subjektima (prema Čorić i Malešević-Perović, 2013). Prednost ciljanja inflacije je u tome što se mogu kombinirati elementi pravila i diskrecije u provođenju monetarne politike (Hammond, 2012). Naime, danas sve središnje banke koje primjenjuju ciljanje stope inflacije provode tzv. fleksibilno ciljanje inflacije (engl. *flexible inflation targeting*) tako što svojim mjerama nastoje umanjiti kratkoročne fluktuacije BDP-a pazeći da srednjoročno održavaju stopu inflacije na ciljanoj razini (Svensson, 2010; Mishkin, 2011). Pokazalo se da ciljanje inflacije implicira ciljanje

predviđanja o inflaciji pri čemu predviđanje središnje banke o inflaciji postaje intermedijarni cilj koji je najviše koreliran s ciljem, lakše ga je kontrolirati nego sami cilj, transparentan je i lakše primijećen (Svensson, 1996; 2010).

Uvođenje ciljanja inflacije dovodi do stabilnosti financijskog sustava zemlje, do umjerenih stopa inflacije i smanjenja volatilnosti inflacije i outputa (Svensson, 2010; Hammond, 2012). Međutim, počevši s financijskom krizom 2007. godine, središnje banke koje ciljaju inflaciju, i općenito svi kreatori monetarnih politika, su se susreli s do sad neviđenim izazovima. Naime, pred središnje banke je postavljen izazov kako kombinirati financijsku stabilnost sa stabilnosti cijena, s obzirom da se pokazalo da niska i stabilna inflacija ne garantira financijsku stabilnost. Naročito se postavlja pitanje uključivanja cijena imovina u monetarnu politiku, s obzirom na rizike koje mogu izazvati. Međutim, ne postoji konsenzus oko toga da li se monetarna politika treba uplitati u „puknuće balona“ ili treba reagirati nakon „puknuća“ (engl. *leaning versus cleaning*) (Mishkin, 2011; Hammond, 2012). Osim toga, tradicionalni instrument monetarne politike je kamatna stopa, a od 2009. godine je većina središnjih banaka smanjila kamatne stope blizu nule. Naravno kamatne stope ne mogu biti negativne, pa daljnje spuštanje kamatnih stopa nije moguće. Kako bi se smanjila kontrakcija gospodarstva i dostigla ciljna inflacija, središnje banke su nastavile s ekspanzivnom monetarnom politikom kroz nekonvencionalne mjere: kroz provizije likvidnosti čime se povećalo kreditiranje banaka i drugih financijskih institucija, kroz kupnju imovine, tj. javnih i privatnih vrijednosnih papira, kroz kvantitativno popuštanje u kojem središnje banke povećavaju svoje bilance i kroz upravljanje očekivanjima tako da su se središnje banke obvezale držati kamatne stope niskima na duži vremenski period (Mishkin, 2011). U situaciji niskog ciljanja inflacije provođenje politike kamatnih stopa je otežano. Međutim, upravo predviđanje inflacije daje smjernice u kolikoj mjeri je potrebno provoditi nekonvencionalne mjere monetarne politike.

3.2. Pregled dosadašnjih metoda i modela u mjerenju očekivane inflacije

Odluke središnje banke kod strategije ciljanja inflacije određene su očekivanom budućom inflacijom, stoga je predviđanje inflacije ključno u procesu donošenja monetarnih politika. S obzirom na vremenski odmak djelovanja monetarne politike, važno je pravovremeno procijeniti i interpretirati varijable koje utječu na inflaciju. Zbog toga kratkoročna predviđanja inflacije služe kao vrlo bitan input u procesu donošenja odluka monetarne politike. Ciljanje inflacije

zahtjeva jak tehnički kapacitet središnje banke u modeliranju, razumijevanju transmisijskog mehanizma te predviđanja inflacije i outputa.

Većina središnjih banaka, koje koriste ciljanje inflacije, upotrebljavaju skup modela koji uključuju statističke i ekonometrijske modele vremenskih nizova za predviđanje te strukturne, makroekonomske i DSGE (engl. *dynamic stochastic general equilibrium*) modele. Neki modeli su više teorijski, dok su drugi vođeni podacima. Neki su bolji za kratkoročna, dok su drugi bolji za dugoročna predviđanja. Također, svugdje se koristi i osobna prosudba eksperata. Predviđanja na temelju vremenskih nizova se koriste za mjesečne do šestomjesečne prognoze, dok se manji ekonometrijski modeli, kao što su VAR ili VECM modeli, koriste za predviđanja do jedne godine. Koriste se i mali strukturni modeli, tipično od četiri do šest jednadžbi, a u posljednjim godinama su središnje banke dodale i DSGE modele koji imaju najčvršću teorijsku podlogu, no odlikuje ih kompleksnost. Sve središnje banke koje ciljaju inflaciju objavljuju predviđanja o inflaciji najčešće kvartalno, a neke i predviđanja o BDP-u i kamatnoj stopi (Hammond, 2012).

U FED-u zaposlenici koriste razne modele u prognoziranju inflacije i drugih makroekonomskih varijabli. Prognoziranje ovisi prvenstveno o vremenskom horizontu. Za kratkoročno prognoziranje (npr. za idući kvartal ili dva) koristi se tzv. „*bottom-up*“ pristup koji je usmjeren na procjenu i prognoziranje kretanja cijena različitih kategorija roba i usluga koji čine agregirani cjenovni indeks koji treba prognozirati. Upotrebljavaju se različiti modeli analize vremenskih nizova i specijalizirana znanja o tome kako su različiti indeksi konstruirani. Točna predviđanja kratkoročne inflacije su bitna za dugoročna predviđanja. Kako bi se procijenila inflacija na duži rok koriste se razni modeli. Većina tih modela temelje se na verzijama NKPC koja povezuje inflaciju s inflacijskim očekivanjima, gospodarskim rastom/padom i šokovima ponude.

Upravno vijeće ECB-a složilo se 13. listopada 1998. oko glavnih elemenata svoje strategije monetarne politike, a to su: kvantitativna definicija stabilnosti cijena, važna uloga nadzora rasta novčane mase koju predstavlja monetarni agregat i široka procjena mogućeg kretanja cijena. Europska središnja banka se odlučila za monetarnu strategiju koja se temelji na dvama stupovima: ekonomskoj i monetarnoj analizi. Naime, sukladno monetarističkom modelu vođenja monetarne politike preuzetom od Bundesbanke, do 2003. godine ECB cilja monetarni agregat pri čemu je monetarna analiza prvi stup, a ekonomska analiza drugi stup. Ocjenom

strategije monetarne politike iz 8. svibnja 2003. godine ECB mijenja uloge ekonomske i monetarne analize te korigira svoju strategiju prema kojoj *de facto* prvi stup strategije monetarne politike ECB-a postaje ekonomska analiza. Ona je usredotočena prvenstveno na procjenu aktualnih ekonomskih i financijskih kretanja te s time povezanih kratkoročnih i srednjoročnih rizika za stabilnost cijena. Među ekonomske i financijske varijable koje se analiziraju uvrštavaju se npr. razvoj cjelokupne proizvodnje, agregatna potražnja i njezini sastavni dijelovi, fiskalna politika, uvjeti na tržištu rada i kapitala, široki raspon pokazatelja cijena i troškova, razvoj deviznog tečaja, financijskih tržišta, svjetskog gospodarstva i platne bilance, te pozicije bilance stanja različitih sektora u euro zoni. Drugi stup strategije monetarne politike ECB-a *de facto* nakon 2003. godine postaje monetarna analiza kao dodatna provjera srednjoročnih rizika cjenovne stabilnosti proizašlih iz ekonomske analize. Monetarna analiza se temelji na odnosu između monetarnog rasta i inflacije u srednjoročnom i dugoročnom razdoblju te koristi činjenicu da monetarni trendovi upravljaju inflacijskim trendovima. Sastoji se od detaljne analize monetarnih i kreditnih kretanja u cilju procjene njihova utjecaja na inflaciju i gospodarski rast u budućnosti. Stoga, iako je naglasak na novcu u formulaciji ECB-ovih politika umanjen, i dalje ima privilegirani položaj (De Grauwe, 2007; ECB, 2011).

Izrada makroekonomskih projekcija stručnjaka Eurosustava ima važnu ulogu u ekonomskoj analizi. U tom smislu dugoročna inflacijska očekivanja trebaju biti čvrsto „usidrena“, tj. ona bi trebala fluktuirati usko oko 2%, s obzirom na važnost kredibiliteta Eurosustava. Suprotno tome, nemoguće je savršeno stabilizirati kratkoročna očekivanja, s obzirom da se ona mogu mijenjati kao odgovor na neočekivane događaje, ciklične fluktuacije i mjere monetarne politike. Stoga su predviđanja kretanja kratkoročnih inflacijskih očekivanja ključna za vođenje monetarne politike. Kratkoročne procjene inflacije ovise u značajnoj mjeri i o procjeni eksperata kako bi se zahvatili elementi koje je teško uvrstiti u ekonometrijske modele. Pri ECB-u, postoji nekoliko alata za kratkoročno prognoziranje inflacije koji uzimaju u obzir maksimalan mogući skup informacija o inflaciji u svakom vremenskom periodu te koji trebaju dati dobru interpretaciju kratkoročnih fluktuacija inflacije, uključujući razvoj individualnih komponenti HICP indeksa te predviđanje cijena roba. ECB (2013b) ističe važnost cijena roba u procjeni inflacije posebno zbog njihove povećane volatilnosti u prošlom desetljeću, a koje ovise o različitim faktorima ponude i potražnje u svjetskom gospodarstvu. Povećanja cijena roba imaju kako direktne tako i indirektne efekte na inflaciju, ali hoće li ta promjena utjecati na inflacijska očekivanja ovisi o tome radi li se o kratkoročnim ili dugoročnim šokovima. Kratkoročno predviđanje inflacije mora uzeti u obzir veliki skup determinanti inflacije te interakcija kako bi

se zahvatila dinamika kretanja cijena. Različiti strukturni makroekonomski modeli, kao i modeli vremenskih nizova se koriste kako bi se pribavila analitička podrška za predviđanje makroekonomskih varijabli, pa tako i inflacije (ECB, 2010). Modeli se razlikuju u veličini, svrsi, stupnju temeljnih mikrofundamenata, te u tretiranju financijskog sektora i unaprijednih očekivanja (ECB, 2001). Pregled modela korištenih od strane središnjih banaka za predviđanje inflacije u euro zoni detaljno objašnjavaju Fagan i Morgan (2005) uključujući varijable i indikatore. Bez obzira radi li se o jednoj jednadžbi ili sustavu više jednadžbi koji se koristi u procjeni očekivane inflacije, pristup koji koristi ECB je parametarski te se uglavnom oslanja na VAR metodologiju. Modeli koji se koriste uključuju ECB-ov area-wide model (AWM) i državne modele konstruirane od strane ECB-a i nacionalnih središnjih banki (engl. *national central banks* - NCB), a koji uključuju multy country model (MCM) Europskog sustava središnjih banki (ESCB). Neke nacionalne središnje banke koriste strukturnu jednadžbu Phillipsove krivulje, dok neke koriste razvijene kompozitne indikatore. Iako je Eurosustav postigao najveću relativnu preciznost u predviđanju inflacije u odnosu na ostala predviđanja, imali su tendenciju podcjenjivanja inflacije u periodu prije krize te precjenjivanja inflacije u vrijeme krize (ECB, 2013a).

S ekonometrijskog stajališta, modeli koji se najčešće koriste u istraživanjima za procjenu očekivane inflacije su linearni ARIMA modeli (Benalal et al., 2004; Pufnik i Kunovac, 2005; Patra i Ray, 2010), linearni vektorski autoregresijski model (VAR) i linearni vektorski model korekcije pogreške (VEC) (Wehinger, 2000; Laryea i Sumalia, 2001, Golinelli i Orsi, 2002; Benalal et al., 2004; Vizek i Broz, 2007; Malešević Perović, 2009; Ueda, 2009; ECB, 2010), a rijetka uzimaju u obzir nelinearne modele vremenskih nizova (Guerrero i Million, 2004; Aguiar i Martins, 2005; Kavkler i Böhm, 2005; Binner et al., 2006; Musso et al., 2009; Andersson et al., 2009; Lolić i Sorić, 2015). Linearni modeli su limitirani u prisutnosti nelinearnosti, što uzrokuje da su predviđanja i drugi zaključci koji se mogu izvesti iz takvih modela pogrešni. Mishkin (2011) i Leahy (2013) ističu važnost nelinearnosti u makroekonomskim modelima u posljednjoj krizi. U današnje vrijeme efekti nelinearnosti su često prisutni, a ogledaju se npr. kroz nulte kamatne stope (nominalna kamatna stopa može rasti, ali ne može padati više iz praktičnih razloga). Lolić i Sorić (2015) daju pregled radova u Hrvatskoj i svijetu koji ukazuju na nelinearnosti u inflacijskom procesu. Međutim nelinearni modeli zahtijevaju da se unaprijed definira nelinearni funkcionalni oblik, kojih može biti beskonačno puno. Iz navedenog razloga, kao i zbog prije navedenih nedostataka linearnih i nelinearnih modela, upotrebljavaju se neuronske mreže u modeliranju i prognoziranju očekivane inflacije.

Osim oslanjanja na povijesne podatke o kretanju inflacije (Gottschalk, 2001; Hillmann i Wilde, 2011) i ekonometrijske modele u predviđanju inflacije, središnje banke se za analizu kretanja inflacije i njeno predviđanje koriste **mjerama inflacijskih očekivanja**. One mogu biti temeljene na tržišnim podacima (engl. *market-based measures*) ili dobivene iz različitih anketa (engl. *survey-based measures*) (Grothe i Meyler, 2015). Mjere bazirane na tržišnim podacima uzimaju u obzir razlike između nominalnih i realnih kamatnih stopa kao aproksimaciju očekivane inflacije, a uključuju obveznice vezane za inflaciju, opcije na obveznice i inflacijske swapove. Na temelju cijena imovine i prinosa mogu se dobiti podaci o inflacijskim očekivanjima na financijskim tržištima. Na primjer, kada sudionici na financijskim tržištima kupuju ili prodaju obveznice, oni implicitno pokazuju svoja očekivanja u vezi s budućim kretanjima kamatnih stopa i cijena. Mjere bazirane na podacima iz različitih anketa mogu biti istraživanja profesionalnih prognostičara (engl. *Survey of Professional Forecasters* – SPF pri Banci Federalnih Rezervi Philadelphije ili pri ECB-u) ili ankete pouzdanja potrošača (engl. *Survey of Consumers* – SC pri Reuters/Sveučilištu u Michiganu i europsko harmonizirano istraživanje potrošača – engl. *Harmonised European Consumer Survey* – HECS).

Nedostaci mjera inflacijskih očekivanja za korištenje u ekonometrijskim modelima općenito se ogledaju u broju opažanja, tj. veličini uzorka. Iako su mjere inflacijskih očekivanja bazirane na tržišnim podacima dostupne s visokom frekvencijom (engl. *high-frequency*), podaci su dostupni tek od 2006. godine, ali ne za sve zemlje i sva tržišta. Također, na nekim tržištima postoji problem nedostatka podataka kao i problem likvidnosti (DB, 2015). Indikatori temeljeni na anketama kao što su istraživanja profesionalnih prognostičara dostupni su od 1999. godine za euro zonu (za SAD i ranije), no samo na kvartalnoj bazi dok su ankete pouzdanja potrošača dostupne ne mjesečnoj bazi, međutim nisu dostupne za sve zemlje. Inflacijska očekivanja temeljena na tržišnim podacima se temelje na financijskim transakcijama između brojnih sudionika tržišta, međutim tržišne cijene uključuju i kompenzaciju za rizik i premiju likvidnosti, koji mogu ponekad ometati signale o inflacijskim očekivanjima, pogotovo na dugi rok (Söderlind, 2011). Informacije bazirane na anketama daju direktnu procjenu distribucije vjerojatnosti određenih ishoda inflacije pri određenim vremenskim horizontima. Postoji visoka korelacija između inflacijskih očekivanja dobivenih anketama i glavnih makroekonomskih i financijskih varijabli (ECB, 2013a), čime se pokazuje da su ovi indikatori korisni za promatranje gospodarskih kretanja. Također, ističe se nelinearna povezanost između ovih indikatora i ekonomskih varijabli tako da u mirnim periodima, za razliku od turbulentnih perioda, imaju lošiju prediktivnu sposobnost. Brojna istraživanja (prema Trehan, 2010)

pokazuju da mjere očekivane inflacije proizašle iz anketa pružaju bolja predviđanja inflacije nego bilo koja druga alternativa. Ang et al. (2007) pokazuju da mjere bazirane na anketama pružaju bolja predviđanja inflacije nego ijedna alternativa koju uzimaju u obzir, koje uključuju varijante Phillipsove krivulje, modele vremenske strukture kamatnih stopa, ARIMA modele te jednostavne modele promjene režima. Međutim, ne uzimaju u obzir druge nelinearne modele vremenskih nizova. Grothe i Meyler (2015) analiziraju prediktivne sposobnosti mjera inflacijskih očekivanja za predviđanje inflacije kroz vremenski horizont od jedne i dvije godine, uspoređujući ih s modelima slučajnog hoda, AR modelima te konstantom od 2% koristeći DM test. Istraživanje potvrđuje da su mjere bazirane na tržišnim podacima i podaci dobiveni iz različitih anketa dobar izvor informacija o budućoj inflaciji. Iz analize proizlazi da su obje mjere inflacijskih očekivanja statistički značajno bolje, u većini slučajeva, u odnosu na ekonometrijsko predviđanje inflacije. Međutim, uočava se problem odabira ekonometrijskog modela s kojim se uspoređuje, pri čemu se koristi model slučajnog hoda i AR model te se ne uzimaju u obzir kompleksniji linearni i nelinearni ekonometrijski modeli. Scheufele (2010) pak zaključuje da mjere inflacijskih očekivanja temeljene na anketama profesionalnih prognostičara Centra za europska ekonomska istraživanja (ZEW) u Njemačkoj daju slične ili lošije rezultate od jednostavnih modela vremenskih nizova.

Iako se o racionalnosti procjena od strane anketiranih često raspravljalo, većinom su dobro prihvaćene, posebno procjene profesionalaca. Međutim, postoji problem heterogenosti ispitanika, tj. neki prognostičari pokazuju tendenciju da su manje pristrani, racionalniji su i uče brže o mogućim budućim ekonomskim situacijama nego ostali (Bowles, 2007). Curtin (2005) sugerira da postoji značajna heterogenost u inflacijskim očekivanjima, da su inflacijska očekivanja unaprijedna, da potrošači ne koriste efikasno sve dostupne informacije, da negativne promjene u stopi inflacije imaju dvostruki utjecaj u odnosu na pozitivne promjene te da postoje dokazi o perzistentnosti očekivanja. Armantier et al. (2013) pronalaze dokaze da većina ispitanika u formiranju očekivanja pokazuju uzorak koji je konzistentan (u smjeru i magnitudi) s ekonomskom teorijom. Ispitanici čije se ponašanje ne može racionalizirati su najčešće manje obrazovani te su manje financijski i numerički pismeni. Konačno, kvaliteta odgovora u anketama ovisi o izboru ispitanika (DB, 2015). Blanchflower i Coille (2009) koriste mikro podatke iz tri istraživanja za UK kako bi definirali na koji način osobe formiraju inflacijska očekivanja. Pronašli su značajnu pristranost u neodgovaranju na anketni upitnik pri čemu su oni koji ne odgovaraju na anketu češće mlađi, žene, manje obrazovani s manjim prihodima. Zaključuju da inflacijska očekivanja općenito rastu s godinama, dok ljudi s većim stupnjem

obrazovanja i oni koji posjeduju nekretninu imaju niža inflacijska očekivanja. Ove grupe imaju točnija predviđanja inflacije 12 mjeseci unaprijed te imaju u manjem opsegu unazadna očekivanja. Podaci dobiveni na temelju anketa pouzdanja potrošača relativno brzo inkorporiraju promjene u inflacijskom procesu i često se koriste u empirijskim istraživanjima (Ang et al., 2007; Ueda, 2009; Sorić, 2012; Škrabić-Perić et al., 2013; Lolić i Sorić, 2015). Međutim, pokazalo se da su njihova predviđanja nešto lošija od predviđanja profesionalnih prognostičara. Naime, inflacijska očekivanja potrošača su nešto veća nego kod profesionalnih prognostičara (Söderlind, 2011) te iznose oko 3% (Mishkin, 2007). U empirijskim istraživanjima se često pretpostavlja da superiorna predviđanja profesionalnih prognostičara mogu rezultirati iz njihove mogućnosti da prepoznaju strukturne promjene brže nego što to mogu ekonometrijski modeli korišteni za predviđanje. Konačno, Trehan (2010) zaključuje da su se u posljednjim godinama dogodile promjene u inflacijskom procesu koje ni kućanstva niti profesionalci nisu uspjeli percipirati. Stoga, mogu se smatrati za komplementarni izvor informacija o budućoj inflaciji uz inflacijska predviđanja bazirana na temelju ekonometrijskih modela (Grothe i Meyler, 2015).

S obzirom da je glavni cilj velikog broja središnjih banki održavanje stabilnosti cijena, sposobnost središnje banke da kontrolira inflaciju uvelike ovisi o njenoj sposobnosti da kontrolira inflacijska očekivanja ekonomskih subjekata. Također, odluke središnjih banaka u strategiji ciljanja inflacije su određene očekivanom budućom inflacijom. Stoga je uspješno predviđanje inflacije krucijalno u procesu vođenja monetarne politike. S obzirom na važnost inflacijskih očekivanja, središnje banke promatraju razvoj nekoliko indikatora koji mjere inflacijska očekivanja. Svaki indikator ima svoje prednosti i nedostatke, pri čemu se smatra da će signali biti vjerodostojniji ako su potkrijepljeni od više indikatora (Côté, 2015). U ovom doktorskom radu će se kao mjera inflacijskih očekivanja koristiti očekivane vrijednosti inflacije dobivene iz prikladne neuronske mreže. Istaknute prednosti neuronskih mreža u modeliranju naročito nelinearnih pojava pružaju preduvjete za uspješno prognoziranje inflacije u kratkom roku i samim time uspješno i pravovremeno zahvaćanje inflacijskih očekivanja. Dakle, neuronske mreže će se u ovom doktorskom radu upotrijebiti kao ekonometrijski alat u modeliranju i predviđanju očekivane inflacije te će se procijenjene vrijednosti očekivane inflacije, kao outputi neuronske mreže, uključiti kao vrijednosti inputa u preformuliranom obliku Taylorovog pravila. U dosadašnjim istraživanjima se outputi neuronske mreže, tj. očekivana inflacija, nisu koristili kao inputi u Taylorovom pravilu.

3.3. Determinante očekivane inflacije

Postojeće ekonomske teorije često na potpuno suprotan način određuju osnovne uzroke inflacije. Inflacija je fenomen koji proizlazi iz interakcije monetarnih i realnih faktora, tj. iz interakcije potražnje i ponude. Primaran izvor šokova na potražnoj strani su kontinuirani deficiti javnog sektora. Modeliranje deficita države i načina njihovog financiranja je jedan od najvećih izazova. Istraživanja o inflatornim efektima koji proizlaze iz realnih šokova su povezana s tehnologijom, teorijom dugoročnog rasta, teorijom definiranja deviznog tečaja, s obzirom da proizlaze iz negativnih šokova produktivnosti, stagflacijskih šokova relativnih cijena koji su povezani s uvoznim sirovinama, ili deprecijacijom domaće valute. Međutim, na putanju cijena mogu utjecati očekivanja, ljepljivost cijena i plaća te moguća iskustva o inflaciji u gospodarstvu. Stoga bi i inercijski faktori trebali biti razmotreni kao faktori koji objašnjavaju inflaciju. Također, kako bi se realističnije modelirala dinamika inflacije, politički procesi ili uloga institucija, također bi trebali biti uzeti u razmatranje. Proizlazi da kompleksne i dinamičke interakcije četiri grupe faktora, koje uključuju, šokove ponude i potražnje, inercijske faktore i političke procese, objašnjavaju inflaciju u gospodarstvu (prema Jović, 1976; Kibritcioglu, 2002; Totonchi, 2011).

Neke teorije inflacije pokušavaju integrirati postavke inflacije potražnje i inflacije troškova. Stoga se osnovne teorije inflacije mogu svrstati u tri kategorije: inflacija potražnje, inflacija troškova i mješovita inflacija. Teorija inflacije potražnje (engl. *demand-pull inflation*) obuhvaća dva osnovna pravca: keynesijansku i klasičnu (ili monetarnu) teoriju inflacije. U okviru keynesijanske teorije postoje teoretičari koji ističu da je osnovni uzrok inflacije pozitivni agregatni višak potražnje za robama, tj. inflatorni deficit na tržištu roba, drugi ističu da je pozitivni agregatni višak za robama i/ili faktorima proizvodnje, tj. inflatorni deficit na tržištu roba i/ili tržištu faktora osnovni uzrok inflacije, dok treći ističu da inflaciju izaziva višak potražnje za robama i/ili faktorima i/ili dohocima. Monetaristička teorija inflacije, koja je izvedena iz kvantitativne teorije novca, ističe da su promjene nominalne količine novca uzročna, aktivna i autonomna determinanta agregatne potražnje i razine cijena.

Teorija inflacije troškova (engl. *cost-push inflation*) sadrži tri različita pristupa. Prvi pristup razvija teoriju općeg pritiska troškova nadnica, tj. autonomnog porasta prosječnih troškova nadnica po proizvodu, kao primarnog uzroka inflatornih pritisaka (tzv. inflacija nadnica, engl. *wage inflation*). Osnovni uzročni faktor inflacije u drugom pristupu je opći pritisak profita, tj.

autonomni porast prosječne dobiti po jedinici proizvoda (tzv. inflacija profita, engl. *profit-push inflation*). U trećem pristupu, naglašava se uloga općeg pritiska materijalnih troškova, tj. nezavisni porast prosječnih troškova uvezenih roba.

U okviru trećeg tipa inflacije, tzv. mješovite inflacije, mogu se također izdvojiti tri različita pristupa u objašnjavanju inflatornih uzroka. Prvi pristup ističe sektorsko pomicanje potražnje te rigidnost cijena i nadnica u odnosu na kratkoročna smanjenja potražnje kao osnovni uvjet razvoja inflatornih pritisaka, a poznata je pod nazivom sektorska inflacija. Drugi pristup u objašnjavanju uzroka inflacije je teorija Phillipsove krivulje, u okviru koje su razvijeni tzv. modeli „*trade-off*" funkcija, koji ističu optimalni odnos varijabli nezaposlenost, nominalnih nadnica, cijena (inflacije). Treći pristup razvija modele koji integriraju utjecaje elemenata potražnje i troškova u razvoju inflacije.

Postoje također oni pristupi koji se ne mogu svrstati ni u jedan nabrojani tip inflacije. Jedan pristup naglašava aktivnu ulogu radnika i poduzetnika u pokušajima povećanja nadnica i dobiti u društvenom dohotku kao osnovni uzrok inflacije. Postoji i pristup koji ističe da su procjene tržišnih neravnoteža glavni uzrok inflacije, nadalje psihološki pristup te politička makroekonomija inflacije. Glavne teorije inflacije se većinom fokusiraju na makroekonomske determinante inflacije zanemarujući ulogu neekonomskih faktora kao što su institucije, politički procesi i kultura u inflacijskom procesu.

3.3.1. Pregled istraživanja o determinantama inflacije

Literatura o determinantama inflacije je zavidna međutim sljedeća istraživanja u razvijenim zemljama te zemljama u razvoju daju pregled najčešće korištenih determinanti inflacije.

Bruno i Melnick (1995) definiraju model koji se sastoji od četiri tržišta: tržište proizvoda, rada, tržište novca i eksterno tržište, polazeći od konvencionalnog modela ponude i potražnje. Empirijska analiza je provedena za Izrael, a obuhvaća kvartalne podatke od 1964. do 1993. godine. Zaključuju da su promjene cijena, devizni tečaj, plaće i novac strukturno povezani. Nastavljajući se ovo istraživanje, Lim i Papi (1997) analiziraju determinante inflacije u Turskoj koristeći kvartalne podatke u periodu od 1970. do 1995. godine. Model sadrži varijable tržišta rada, novca, proizvoda i vanjskog tržišta. Istraživanje je pokazalo da su monetarne varijable (prije monetarni agregat, a kasnije devizni tečaj) igrale glavnu ulogu u inflacijskom procesu, da

deficiti javnog sektora utječu na inflacijske pritiske te da su inercijski faktori vrlo važni kao i aktivna uloga monetarne politike u deprecijaciji deviznog tečaja u nekoliko navrata. Ekstenzivan pregled literature o determinantama inflacije u Turskoj od 1987. do 2001. godine daje Kibritçioğlu (2002) pri čemu zaključuje da je inflacija neto rezultat sofisticiranih dinamičkih interakcija četiri grupe faktora, a to su šokovi potražnje (ili monetarni šokovi), šokovi ponude (ili realni šokovi), faktori korekcije (ili inercijski faktori) te politički procesi (tj. uloga institucija). Prema Banerjee et al. (2005) najbolji indikatori se mogu grupirati u četiri kategorije: varijable tržišta rada, cjenovni indeksi, fiskalne te realne varijable. Kozicki (2001) definira dvije glavne grupe indikatora: financijske varijable koje mogu predvidjeti inflaciju jer reflektiraju trenutne i očekivane odgovore monetarne politike, a uključuju kamatne stope, rast novčane mase i devizne tečajeve; te mjere realne gospodarske aktivnosti koje mogu predvidjeti inflaciju jer daju informacije o višku potražnje u gospodarstvu, a uključuje varijable kao što su stopa nezaposlenosti i stopa rasta realnog BDP-a.

Wehinger (2000) analizira različite faktore koji utječu na inflaciju koristeći VAR metodologiju za Austriju, Njemačku, Italiju, Ujedinjeno Kraljevstvo, SAD i Japan koristeći mjesečne podatke od lipnja 1982. do prosinca 1998. godine za individualne zemlje. Ti faktori uključuju šokove cijena energenata, ponude, plaće, poremećaje u potražnji i deviznom tečaju kao i promjene ponude novca. Nadalje, na agregiranoj razini EMU analizira utjecaj ponude i potražnje na output i cijene u periodu od siječnja 1985. do prosinca 1998. godine.

Kozicki (2001) uspoređuje sposobnost različitih financijskih varijabli i mjera realne gospodarske aktivnosti u predviđanju inflacije u kratkom roku, uspoređujući modele koji sadržavaju inflaciju s pomakom i ključni indikator s jednostavnim AR modelom. Uzorak obuhvaća 11 razvijenih zemalja (Australija, Kanada, Francuska, Njemačka, Italija, Japan, Nizozemska, Švedska, Švicarska, UK, SAD) u periodu od 1975. do 1990. godine u procjeni modela za svaki indikator. U drugoj fazi na temelju procijenjenog modela se predviđaju vrijednosti inflacije za iduća četiri kvartala, izračunavaju se greške predviđanja, te se nastavlja istom procedurom sve do zadnjeg kvartala 1998. godine. Rezultati sugeriraju da se u većini zemalja predviđanje inflacije upotrebom AR modela može značajno poboljšati pomoću nekoliko indikatora. Međutim, samo jedan indikator, promjena rasta BDP-a, poboljšava predviđanje inflacije uz pomoć AR modela za svih 11 zemalja, ali poboljšanje je malo. Stoga, istraživanje sugerira da fokusiranje na uski set indikatora može biti rizično, jer mogućnost pojedinog indikatora varira s različitim gospodarskim okruženjima.

Laryea i Sumalia (2001) definiraju glavne determinante inflacije u Tanzaniji. Model koji koriste inkorporira elemente inflacije potražnje i inflacije troškova ili strukturne elemente, a temelji se na kvartalnim podacima od siječnja 1992. do travnja 1998. godine. Varijable koje koriste su BDP, realna ponuda novca (M2) i devizni tečaj (šiling/USD). Dugoročnu jednadžbu procjenjuju OLS-om, a kratkoročnu kroz ECM okvir. Zbog ekstremno malog uzorka od 28 opažanja neke varijable su uklonjene iz modela.

Golinelli i Orsi (2002) istražuju inflaciju u Češkoj, Mađarskoj i Poljskoj koristeći mjesečne podatke od 1990. do 2000. godine. Prvo testiraju postojanje dugoročne veze koristeći VAR metodologiju na podskupu varijabli. Nadalje koriste VEqCM pristup kako bi se ispitala dinamika inflacije zajedno s drugim makroekonomskim varijablama. Zaključuju da su mnoge teorijske determinante inflacije, bitne u ovim zemljama, a posebice devizni tečaj i jaz outputa.

Koskinen et al. (2004) analiziraju inflaciju u Poljskoj MCL metodom. Uzorak obuhvaća period od siječnja 1993. do ožujka 2000. godine, a promatrane varijable su: devizni tečaj, novčana masa M2, kamata na depozite, indeks proizvođačkih cijena, industrijska zaposlenost, plaće, stopa nezaposlenosti, volumen izvoza, uvozne cijene i industrijska proizvodnja. Istraživanje je pokazalo da postoji jaka veza između indeksa cijena proizvođača i indeksa cijena potrošača, kao i da su plaće, novčana ponuda i devizni tečaj dobri indikatori inflacije.

Benalal et al. (2004) istražuju da li predviđanja komponenti HICP-a (indirektni pristup) ili predviđanje cijelog HICP-a (direktni pristup) daje bolje rezultate te da li agregiranje predviđanja svake zemlje daje bolje rezultate od predviđanja na razini cijele euro zone. Rezultati pokazuju da direktni pristup daje bolje rezultate nego indirektni za 12 i 18 mjeseci unaprijed, dok su za kraća razdoblja rezultati inkonkluzivni. Agregiranje predviđanja pojedine zemlje ne poboljšava predviđanja na razini euro zone. Uzorak pokriva mjesečne podatke od siječnja 1990. do lipnja 2002. godine za euro zonu te za zemlje Francusku, Italiju, Njemačku i Španjolsku koje se koriste za agregiranje indeksa. Modeli za predviđanje obuhvaćaju ARIMA modele, modele eksponencijalnog izglađivanja, VAR, BVAR i modele s jednom jednadžbom.

Guerrero i Million (2004) predlažu model inflacijskih očekivanja u SAD-u kroz Markovljev State-Space model promjenjivog režima za inflaciju i nezaposlenost. Testiranje je provedeno na kvartalnim podacima u SAD-u od drugog kvartala 1973. do trećeg kvartala 2003. godine.

Rezultati sugeriraju da se dinamika greški inflacijskih očekivanja mijenja kroz različite režime, tj. ističu nelinearnost u inflacijskim očekivanjima.

Jansen (2004) koristeći agregirane podatke za 11 zemalja članica EMU u periodu od travnja 1972. do ožujka 2000. godine procjenjuje različite modele za modeliranje i predviđanje inflacije. Počinje s reduciranim oblikom AWM modela (engl. *area-wide model*) koji uključuje tri pomaka inflacije, promjene u trendu troškova rada po zaposlenom, dva pomaka promjene u udjelu plaća, svjetski indeks cijena roba, BDP deflator, nezaposlenost, produktivnost, cijene uvoza, indirektne poreze, jaz BDP-a s pomakom u razinama i stopama promjene, dummy varijable za plaće i cijene kao i sezonske dummy varijable, te dva člana korekcije pogreške. Nadalje procjenjuje reducirani oblik jednadžbe inflacije za ICM model (engl. *Incomplete Competition Model*) koristeći varijable koje se razlikuju od AWM modela u sljedećem: pomaci promjene u troškovima rada su korišteni umjesto pomaka promjena trenda troškova rada, dok promjene u udjelu plaća, svjetski indeks cijena roba i BDP deflator nisu uključeni. P* model je procijenjen u dva oblika. Prvi oblik objašnjava inflaciju jazom realnog novca i razlikama stvarnih cijena i rasta novca od njihovih ciljnih vrijednosti, deflatorom osobne potrošnje indeksom potrošačkih cijena. Model također uključuje četiri pomaka inflacije, dva pomaka rasta BDP-a i jaz spreada kamatne stope. Drugi oblik je AWM model proširen za jaz realnog novca, razlike stvarnih cijena i rasta novca od njihovih ciljnih vrijednosti i jaz spreada kamatne stope koji zamjenjuju dva člana korekcije pogreške. Procijenjuje i hibridnu NKPC koristeći pet pomaka inflacije i dva pomaka promjene plaće, jaz BDP-a, te očekivanu inflaciju iz budućeg razdoblja. Zaključuje da reducirani oblik AWM modela ima prednosti u modeliranju i predviđanju 20 kvartala unaprijed. P* model baziran na proširenom AWM modelu je bolji od ostalih modela u predviđanju 36 kvartala unaprijed. U tom kontekstu NKPC model ima loše performanse, dok ICM model ima slabe prediktivne sposobnosti. Dakle, modeli koji uključuju više informacija bolje predviđaju nego oni modeli zasnovani na užem informacijskom setu.

Banerjee et al. (2005) procjenjuju ulogu skupa varijabli kao vodećih indikatora za inflaciju i rast BDP-a u euro zoni. Vodeći indikatori su preuzeti iz ECB-e AWM baze podataka, te su slične varijable odabrane za SAD. Uspoređuju prediktivnu sposobnost svakog indikatora s AR procesom. Analiziraju tri pristupa kombiniranja informacija iz nekoliko indikatora i to pomoću dinamičkog faktorskog modela za predviđanje, predviđanja na temelju automatskog odabira modela (*PcGets*) i procedura koje kombiniraju predviđanja. Za slučaj inflacije procjenjuju se modeli za razdoblje od prvog kvartala 1975. do četvrtog kvartala 1984. godine kako bi se

predvidjele vrijednosti za idućih godinu dana, i dodajući godinu po godinu modeli se ponovno procjenjuju sve do kraja 1999. godine te se predviđaju vrijednosti za četiri kvartala u 2000. godini. Razmatraju 46 indikatora za euro zonu, koji uključuju BDP, industrijsku proizvodnju i neke njene komponente, zaposlenost i indikatore produktivnosti, plaće, devizne tečajeve, kamatne stope i kamatne spreadove, monetarne agregate, cjenovne indekse, i druge varijable. Toj listi nadodaju 16 varijabli SAD-a koje utječu na varijable euro zone, dok uzorak obuhvaća 50 indikatora za SAD. Rezultati pokazuju dobre performanse AR modela. Ostali indikatori su bolji od AR modela u nekim periodima, dok u drugima nisu, što se može interpretirati različitim šokovima koji pogađaju euro zonu. Najbolji indikatori se mogu grupirati u četiri kategorije: varijable tržišta rada, koje uključuju stopu nezaposlenosti, udio zaposlenih u ukupnoj radnoj snazi te rast plaća i produktivnosti rada; cijene, naročito rast cijena roba i deflator osobne potrošnje; fiskalne varijable, naročito primici i izdaci (kao stopa rasta ili udio BDP-a); te realne varijable kao stopa rasta BDP-a, rast ukupne produktivnosti faktora, rast bruto investicija pri konstantnim cijenama i rast osobne potrošnje. Varijable kao suficit tekućeg računa, promjena deviznog tečaja te spreadovi kamatnih stopa su bitne, ali u manjoj mjeri. Među najgorim indikatorima se pokazao rast M3, mjere industrijske proizvodnje, proizvođačke cijene i indeksi raspoloženja potrošača. Zaključuju da je model koji sadrži neki vodeći indikator u većini slučajeva bolji od AR modela, međutim najbolji indikator se mijenja s vremenom.

Cerisola i Gelos (2005) istražuju makroekonomske determinante inflacijskih očekivanja temeljenih na anketama u Brazilu nakon uvođenja ciljanja inflacije 1999. godine. Uzorak sadrži mjesečne podatke od 2000. do 2004. godine, a koriste se OLS i GMM procjeniteljima. Empirijski model sadrži, uz inflacijska očekivanja, inflaciju iz prethodne godine, inflacijski cilj, primarni fiskalni saldo kao postotak BDP-a, realnu kamatnu stopu, te realni efektivni devizni tečaj i plaće kao odstupanja od njihove trend vrijednosti. Analiza je pokazala da su odluke fiskalne politike bile ključne u oblikovanju očekivanja. Važnost inflacije iz prethodnog razdoblja se pokazala relativno mala pri čemu se također isključuje postojanje inercije u inflacijskom procesu, dok je ciljanje inflacije pridonijelo oblikovanju očekivanja.

Rudd i Whelan (2005) daju kritički osvrt na dotadašnji razvoj modeliranja dinamike inflacije u SAD-u od prvog kvartala 1960. do trećeg kvartala 2004. godine. Istraživanje temelje na različitim oblicima Phillipsove krivulje, koristeći modele jaza outputa, različite proxije za udio rada, hibridnu NKPC. Zaključuju da postoji malo dokaza da strukturno modeliranje inflacije kroz okvir racionalnih očekivanja daje adekvatan opis inflacijskog procesa.

Vizek i Broz (2007) provode prvo dugoročnu sektorsku analizu izvora inflacije iz koje proizlaze dugoročne determinante inflacije: agregatna marža, višak ponude novca, jaz BDP-a i nominalni efektivni devizni tečaj, koristeći kvartalne podatke. Nadalje, ocjenjuju ravnotežni ECM model za inflaciju u kojem se koriste dugoročna rješenja izvedena u prvom koraku. Dobiveni model inflacije sugerira da su agregatna marža i višak ponude novca vrlo važni za objašnjavanje kratkoročnog ponašanja inflacije. Isto tako, jaz BDP-a, nominalni efektivni devizni tečaj, uvozne cijene, kamatna stopa na depozite i monetarni agregat M1 imaju kratkoročni utjecaj na inflaciju. Zaključuju da je inflacija osjetljivija na kretanja na strani ponude i tečaja nego na kretanja u monetarnom sektoru.

Chauvin i Devulder (2008) prezentiraju jednostavni model kratkoročnog razvoja inflacije za euro zonu u periodu od prvog kvartala 1995. do prvog kvartala 2007. godine. Model uključuje sedam jednadžbi procijenjenih OLS-om u kojima se objašnjava ukupni HICP euro zone i šest njegovih sektorskih pod-indeksa. Koriste egzogene varijable kao što su troškovi po jedinici rada, deflator uvoza, indikatore stezanja tržišta rada ili tržišta proizvoda te indikatore indirektnog poreza, kao i dummy varijable koje odgovaraju identificiranim šokovima. Prediktivne sposobnosti ovih modela se uspoređuju s AR modelom te zaključuju da su navedeni modeli bolji od jednostavnog AR modela, dok disagregirani pristup ima bolje performanse od predviđanja ukupnog HICP-a.

Koprnická (2008) istražuje glavne faktore koji utječu na razlike u inflaciji u euro zoni, posebno u novim zemljama članicama na uzorku od 12 zemalja od 1997. do 2006. godine koristeći kvartalne podatke. Rezultati pokazuju da su nominalni efektivni devizni tečaj, ciklična zbivanja mjerena jazom outputa, fiskalna politika i cjenovna konvergencija važne determinante.

Andersson et al. (2009) analiziraju determinante razlika u inflaciji u 12 zemalja euro zone uz pomoću dinamičkog panel modela u periodu od 1999. do 2006. godine. Istraživanje pokazuje da su razlike u inflaciji primarno određene inflacijskom perzistentnosti i cikličnom pozicijom. Eksterni faktori kao što su razlike u nominalnom efektivnom deviznom tečaju, udio uvoza energije u BDP-u i fiskalna politika igraju manju ulogu. Također, promatraju ulogu nelinearnosti i različitih mjera jaza BDP-a, plaće, cijene nekretnina i cijene kredita. Nadalje, koristeći VAR metodologiju nivo cijena svake zemlje euro zone je određen razinom BDP-a po glavi stanovnika ili razinama produktivnosti u dugom roku.

Ueda (2009) istražuje determinante inflacijskih očekivanja kućanstava u Japanu i SAD-u koristeći kvartalne podatke od početka 1970. do kraja 2007. godine. Procjenjuje VAR model u kojem su četiri endogene varijable: inflacijska očekivanja, inflacija, kratkoročna nominalna kamatna stopa i jaz outputa, s cijenama energenata i hrane kao egzogenim varijablama. Zaključuje da se inflacijska očekivanja korigiraju brže nego realizirana inflacija, reagirajući kako na cijene energenata i hrane, tako i na šokove monetarne politike. Utjecaj promjena cijena energenata i hrane na inflaciju i inflacijska očekivanja je snažniji u Japanu, dok je u SAD-u taj utjecaj jak i perzistentan. Konačno, šokovi očekivanja često znatno variraju te mogu imati samoostvarujuće efekte na realiziranu inflaciju.

Malešević Perović (2009) analizira determinante inflacije u Hrvatskoj u razdoblju od lipnja 1994. do lipnja 2006. godine uz uporabu kointegracijskog pristupa. Rezultati istraživanja pokazuju da porast plaća pozitivno utječe na inflaciju u dugom roku, kao i deprecijacija kune, dok porast novčane ponude ne objašnjava hrvatsku inflaciju. Vrijednost inflacije iz prethodnog razdoblja značajno utječe na inflaciju, čime se dokazuje postojanje inercije.

Patra i Ray (2010) upotrebljavaju proceduru u dva koraka koristeći se mjesečnim podacima od travnja 1997. do prosinca 2008. godine u Indiji. Prvo, na temelju sezonskog ARMA modela predviđaju inflaciju jedan period unaprijed, kako bi na temelju predviđenih vrijednosti inflacije generirali vremenski niz inflacijskih očekivanja. Drugi korak predstavlja procjenu načina formiranja ovih očekivanja kao i procjenu uloge inflacijskih očekivanja u formiranju inflacijskog procesa. Procjenjuju NKPC pri čemu su očekivanja o inflaciji zavisna varijabla, a za nezavisne varijable koriste inflaciju iz prethodnog razdoblja, jaz BDP-a, rast realnih državnih izdataka, realnu kamatnu stopu, promjene realnog efektivnog deviznog tečaja te cijene hrane i goriva. Empirijsko istraživanje pokazuje da su inflacija s pomakom, promjene cijena hrane i goriva te jaz BDP-a, te manjim opsegom realne kamatne stope, glavne determinante inflacijskih očekivanja.

Jaumotte i Morsy (2012) istražuju determinante razlika u inflaciji u euro zoni na temelju 10 zemalja od 1983. do 2007. godine s naglaskom na ulogu institucija na tržištima rada i proizvoda. Koriste tradicionalnu adaptivnu Phillipsovu krivulju kao okvir, pri čemu je uz strukturne indikatore inflacija funkcija same inflacije s pomakom, početne relativne razine cijena, jaza outputa, promjene nominalnog efektivnog deviznog tečaja, dummy varijabli (kojima se zahvaćaju različiti šokovi koji pogađaju gospodarstvo) te efekata specifičnih za svaku zemlju,

koristeći dinamički panel model. Međutim ova istraživanja promatraju determinante razlika u inflaciji između zemalja u euro zoni te uzimaju u obzir netradicionalne determinante inflacije što je izvan dosega ovog rada. Međutim, ono što se u ovim istraživanjima naziva kontrolnim varijablama može pomoći u izboru osnovnih varijabli u modelu neuronske mreže.

Domić (2012) proučava inflacijsku dinamiku u Hrvatskoj koristeći kvartalne podatke od početka 2000. do kraja 2011. godine, s ciljem istraživanja utjecaja udjela rada u prihodima, cijene energenata, cijena izvoza i drugih faktora na inflaciju. Zaključuje da su cijene energenata imale najjači utjecaj na inflaciju dok su drugi faktori imali samo mali utjecaj.

Stoica i Damian (2013) istražuju fundamentalne faktore koji su utjecali na stopu inflacije zemalja središnje i jugoistočne Europe nakon ulaska u EU. Analiza je pokazala da su fluktuacije deviznog tečaja, ovisnost o uvozu goriva te udjeli vode, električne energije, goriva i transporta u potrošačkoj košarici kućanstava glavni uzroci divergencije u stopama inflacije novih zemalja članica EU.

Moretti (2013) analizira determinante inflacije u euro zoni na uzorku od 11 zemalja u periodu od 1990. do 2007. koristeći dinamički panel model. Procjenjuje efekte regulacije tržišta proizvoda i tržišta rada na inflaciju i perzistentnost inflacije. Kao kontrolne varijable koristi uz jaz BDP-a, stopu rasta nominalnog efektivnog deviznog tečaja, tokove privatnih kredita i deficit kao postotak BDP-a. Analiza pokazuje da je nakon uvođenja eura deregulacija tržišta proizvoda imala značajne efekte u smanjenju stope inflacije, dok je povećana regulacija tržišta rada povećala perzistentnost inflacije i smanjila odgovor inflacije na jaz outputa.

Uddin et al. (2014) koristeći ARDL (engl. *autoregressive distributed lag*) model od 1972. do 2012. godine u Bangladešu analiziraju determinante inflacije. Rezultati istraživanja pokazuju da su povećanju inflacije pridonijeli BDP, novčana masa M2 i kamatna stopa iz tekućeg perioda, kao i kamatna stopa te realni devizni tečaj iz prethodnog razdoblja. Također, realni devizni tečaj u vremenu *t* i M2 iz perioda *t*-1 su utjecali na smanjenje stope inflacije.

Lim i Sek (2015) istražuju faktore koje utječu na inflaciju u zemljama s visokom (14) i niskom inflacijom (14) koristeći godišnje podatke od 1970. do 2011. godine. Kako bi se ispitao kratkoročni i dugoročni utjecaj svake varijable na inflaciju koriste ECM i ARDL pristupe. Rezultati upućuju da rast BDP-a te uvoz dobara i usluga imaju značajan dugoročni utjecaj na

inflaciju u zemljama s niskom inflacijom, dok su ponuda novca, državna potrošnja i rast BDP-a dugoročne determinante inflacije u zemljama s visokom inflacijom. U kratkom roku, nijedna varijabla nije statistički značajna u zemljama s visokom inflacijom, dok su ponuda novca, uvoz dobara i usluga te rast BDP-a značajno utjecali na inflaciju u zemljama s niskom inflacijom.

Lolić i Sorić (2015) uočavaju nelinearnosti u procesu generiranja inflacije u Hrvatskoj. Stoga na temelju mjesečnih podataka u periodu od svibnja 2005. do siječnja 2012. godine, koristeći nelinearni model STR u procjeni NKPC, zaključuju da glavnu ulogu u procesu formiranja inflacije imaju inflacijska očekivanja koja su dobivena iz anketa potrošača, dok utjecaj inflacijske perzistencije izglađeno opada. Međutim, jaz outputa nije statistički značajan u inflacijskom procesu. Iako NKPC nije u fokusu ovog doktorskog rada, Lolić i Sorić (2015) daju pregled radova u Hrvatskoj i svijetu koji ukazuju na nelinearnosti u inflacijskom procesu (Aguiar i Martins, 2005; Musso et al., 2009; Kavkler i Böhm, 2005 između ostalih).

Osim navedenih istraživanja, detaljan pregled modela i determinanti inflacije je dan u potpoglavlju 2.4.2.4. za neuronske mreže pri čemu su autori Moshiri et al. (1999), Moshiri i Cameron (2000), McNelis i McAdam (2004), Binner et al. (2004), Binner et al. (2005), Teräsvirta et al. (2005), Binner et al. (2006), Binner et al. (2007), Choudhary i Haider (2008), Al-Maqaleh et al. (2016).

Na temelju pregleda literature najčešće korištene varijable u empirijskim istraživanjima kao indikatori inflacije su sama inflacija s pomakom (Bruno i Melnick, 1995; Moshiri et al., 1999; Moshiri i Cameron, 2000; Kozicki, 2001; Kibritçioğlu, 2002; Jansen, 2004; McNelis i McAdam, 2004; Cerisola i Gelos, 2005; Binner et al., 2005; Malešević Perović, 2009; Patra i Ray, 2010; Jaumotte i Morsy, 2012; Lolić i Sorić; 2015), očekivana buduća inflacija (Jansen, 2004; Cerisola i Gelos, 2005; Lolić i Sorić; 2015), ciljna inflacija (Cerisola i Gelos, 2005), različiti cjenovni indeksi (Banerjee et al., 2005) koji uključuju indekse cijena proizvođača (Koskinen et al., 2004; Benalal et al., 2004), uvozne cijene i izvozne cijene (Moshiri et al., 1999; Moshiri i Cameron, 2000; Koskinen et al., 2004; Benalal et al., 2004; Jansen, 2004; Vizek i Broz, 2007; Chauvin i Devulder, 2008; Domić, 2012), cijene energenata i hrane (Wehinger, 2000; Benalal et al., 2004; Patra i Ray, 2010; Domić, 2012), cijene roba (Jansen, 2004; Banerjee et al., 2005; Ueda, 2009), cijene imovine (Benalal et al., 2004; Andersson et al., 2009) te BDP deflator (Jansen, 2004; Binner et al., 2005). Ostale varijable najčešće korištene u istraživanjima su devizni tečajevi (Bruno i Melnick, 1995; Lim i Papi, 1997; Wehinger, 2000; Laryea i

Sumalia, 2001; Golinelli i Orsi, 2002; Koskinen et al., 2004; Banerjee et al., 2005; Cerisola i Gelos, 2005; Vizek i Broz, 2007; Koprnická, 2008; Malešević Perović, 2009; Patra i Ray, 2010; Jaumotte i Morsy, 2012; Stoica i Damian, 2013; Moretti, 2013; Uddin et al., 2014), monetarni agregati (Bruno i Melnick, 1995; Lim i Papi, 1997; Moshiri et al., 1999; Moshiri i Cameron, 2000; Wehinger, 2000; Laryea i Sumalia, 2001; Koskinen et al., 2004; Jansen, 2004; Banerjee et al., 2005; Binner et al., 2005; Binner et al., 2007; Vizek i Broz, 2007; Uddin et al., 2014; Lim i Sek, 2015), različite kamatne stope (Koskinen et al., 2004; Banerjee et al., 2005; Cerisola i Gelos, 2005; Andersson et al., 2009; Ueda, 2009; Malešević Perović, 2009; Patra i Ray, 2010; Uddin et al., 2014) te kamatne spreadove (Jansen, 2004; Banerjee et al., 2005; Vizek i Broz, 2007), varijable tržišta rada, tj. industrijsku zaposlenost (Koskinen et al., 2004; Banerjee et al., 2005), plaće (Bruno i Melnick, 1995; Lim i Papi, 1997; Moshiri i Cameron, 2000; Wehinger, 2000; Koskinen et al., 2004; Jansen, 2004; Banerjee et al., 2005; Cerisola i Gelos, 2005; Chauvin i Devulder, 2008; Andersson et al., 2009; Malešević Perović, 2009), troškove rada po zaposlenom (Jansen, 2004; Rudd i Whelan, 2005; Vizek i Broz, 2007; Chauvin i Devulder, 2008), produktivnost (Jansen, 2004; Banerjee et al., 2005; Andersson et al., 2009), udio rada u prihodima (Domić, 2012) i stopu nezaposlenosti (Koskinen et al., 2004; Jansen, 2004; McNelis i McAdam, 2004; Banerjee et al., 2005). Osim toga koriste se različite varijable kao mjere realne gospodarske aktivnosti kao BDP ili rast BDP-a (Kozicki, 2001; Laryea i Sumalia, 2001; Jansen, 2004; Banerjee et al., 2005; Binner et al., 2005; Andersson et al., 2009; Uddin et al., 2014; Lim i Sek, 2015), promjena komponenti BDP-a (Koskinen et al., 2004; Banerjee et al., 2005; Lim i Sek, 2015), jaz BDP-a (Moshiri et al., 1999; Moshiri i Cameron, 2000; Golinelli i Orsi, 2002; Jansen, 2004; Rudd i Whelan, 2005; Vizek i Broz, 2007; Koprnická, 2008; Andersson et al., 2009; Ueda, 2009; Patra i Ray, 2010; Jaumotte i Morsy, 2012; Moretti, 2013), industrijska proizvodnja (Koskinen et al., 2004; Banerjee et al., 2005), zatim deficiti javnog sektora (Lim i Papi, 1997; Moretti, 2013), porezi (Jansen, 2004; Chauvin i Devulder, 2008), prihodi i rashodi kao udio BDP-a (Banerjee et al., 2005; Cerisola i Gelos, 2005; Patra i Ray, 2010), različite varijable fiskalne politike (Koprnická, 2008), šokovi ponude i potražnje (Moshiri i Cameron, 2000; Wehinger, 2000; Kibritçioğlu, 2002), politički procesi (Kibritçioğlu, 2002) te konačno dummy varijable kojima se zahvaćaju različiti šokovi za gospodarstvo (Jansen, 2004; Chauvin i Devulder, 2008; Jaumotte i Morsy, 2012). Među ekonomske i financijske varijable koje se koriste u empirijskim istraživanjima uvrštavaju se između ostalih razvoj cjelokupne proizvodnje, agregatna potražnja i njezini sastavni dijelovi, fiskalna politika, uvjeti na tržištu rada i kapitala, široki raspon pokazatelja cijena i troškova, razvoj deviznog tečaja, financijskih tržišta, svjetskog gospodarstva i platne bilance, te pozicije bilance stanja

različitih sektora što su temeljni indikatori koji se analiziraju u okviru ekonomske analize u euro zoni. Također, uključeni su i indikatori monetarnih i kreditnih kretanja kao temeljni pokazatelji monetarne analize u euro zoni. Stoga se na temelju pregleda literature koja uključuje modele i determinante inflacijskih očekivanja dalje definira model inflacijskih očekivanja.

3.3.2. Definiranje modela inflacijskih očekivanja

Na temelju pregleda literature kako u razvijenim tako i u zemljama u razvoju, može se zaključiti da se za predviđanje inflacije koriste od jednostavnih do kompleksnijih modela vremenskih nizova koji mogu biti linearni ili nelinearni, pa do strukturnih modela. Uspoređuju predviđanje inflacije na temelju predviđanja komponenti HICP-a (indirektni pristup) ili predviđanja cijelog HICP-a (direktni pristup). Također, pregled literature sadržava determinante inflacije kroz recentna istraživanja u tom području posebno za pojedine zemlje, na razini euro zone, kao i za grupe zemalja kroz različite periode. Analiza je pokazala da se istraživači ne mogu složiti oko varijabli koje determiniraju inflaciju s obzirom da se indikatori razlikuju od zemlje do zemlje te u različitim periodima jedni indikatori bolje objašnjavaju inflaciju od drugih kao što su pokazali i Stock i Watson (2001). Stoga, za razliku od prethodnih istraživanja u ovom doktorskom radu se koristi semi-parametarski pristup koji se oslanja na povratnu neuronsku mrežu za kratkoročno predviđanje očekivane inflacije. Ovakav pristup je odabran na temelju izražene nelinearnosti u inflacijskom procesu. Također, model inkorporira model vremenskih nizova koji se u istraživanjima koristi kao referentni, a to je ARIMA model. Uz referentni model sadrži i ključne varijable koje su se pokazale u empirijskim istraživanjima kao glavne determinante inflacije, a počivaju na teorijskom modelu kojeg je razvio Bruno (1993). Kako bi se zahvatili svi aspekti inflacijskog procesa teorijski model (prema Malešević Perović, 2007; Lim i Papi, 1997; Bruno i Melnick, 1995), uključuje karakteristike inflacije potražnje i inflacije troškova, a započinje uspostavom ravnoteže između agregatne ponude i agregatne potražnje:

$$Y^s\left(\frac{W}{P},\frac{P_n^* E}{P}\right)=Y^d\left(\frac{M}{P},\frac{EP^*}{P}\right) \tag{3.8}$$

pri čemu je Y^s agregatna ponuda, Y^d agregatna potražnja, P razina cijena, W razina nominalnih plaća, E tečaj, M ponuda novca, P_n^* egzogeni indeks uvoznih cijena, a P^* egzogeni indeks izvoznih cijena. Nakon logaritmiranja i diferenciranja dobivena je jednadžba:

$$\pi_t = \phi_1\omega_t + \phi_2\varepsilon_t + \phi_3\mu_t + \nu_t \tag{3.9}$$

pri čemu je π_t stopa inflacije, ω_t stopa rasta plaća, ε_t stopa deprecijacije, μ_t stopa monetarne ekspanzije, a ν_t obuhvaća šokove ponude i potražnje. Očekivani predznaci ispred plaća i novčane mase je pozitivan, dok je očekivani predznak kod deviznog tečaja negativan. Plaće mogu utjecati na inflaciju na strani ponude i potražnje, jer se pojavljuju kao bitan trošak u proizvodnji te istovremeno utječu na kupovnu moć. Devizni tečaj također utječe na agregatnu ponudu i potražnju. Deprecijacija domaće valute povećava potražnju za domaćim proizvodima te tako povećava agregatnu potražnju i inflaciju, dok zbog dugova u stranoj valuti deprecijacija domaće valute vodi do pogoršanja stanja platne bilance čime se smanjuje agregatna potražnja. Međutim, deprecijacija domaće valute podiže cijene uvoznih dobara što povećava inflaciju zbog smanjenja agregatne ponude i outputa. Također porast novčane ponude koji smanjuje kamatnu stopu pozitivno utječe na investicije, agregatnu potražnju i output što povećava inflacijske pritiske.

Ovako definiran model određuje izbor osnovnih varijabli dok se model može proširiti za dodatne varijable specifične za promatranu zemlju ili razdoblje. Iako je za procjenu inflacije potreban veliki broj varijabli, informacija i pokazatelja te iziskuje i prosudbu stručnjaka, u ovom radu će se standardizirati način na koji se procjenjuje inflacija uzimajući u obzir glavne determinante očekivane inflacije. Osim toga, postoji potreba smanjivanja parametara koje je potrebno procijeniti. Varijable koje će se koristiti se dijele na: cjenovni indeks u pomakom koji predstavlja inercijske faktore, financijske varijable, varijable tržišta rada i eksterne faktore, tj. konačan model je oblika:

$$\pi_t = \phi_0 + \phi_1 \pi_{t-1} + \phi_2 \mu_t + \phi_3 \omega_t + \phi_4 \varepsilon_t + \nu_t \tag{3.10}$$

U ovom doktorskom radu će se očekivana inflacija na razini euro zone procjenjivati na temelju modeliranja stvarnog inflacijskog procesa, uvažavajući načelo parsimonije, pomoću prikladne neuronske mreže, zbog već prethodno objašnjenih prednosti s aspekta modeliranja nelinearnih vremenskih nizova. Koristeći prikladnu neuronsku mrežu će se generirati vremenski niz očekivanja o inflaciji. Ovaj pristup uzima u obzir prvi i drugi stup strategije monetarne politike Europske središnje banke, tj. ekonomsku i monetarnu analizu, pretpostavlja racionalna očekivanja u smislu da su sve dostupne informacije korištene u procjeni inflacijskih očekivanja i temelji se na teorijskom modelu inflacije koji zahvaća karakteristike inflacije potražnje i inflacije troškova. Tako formirana inflacijska očekivanja će se zatim koristiti kao input u preformuliranom obliku Taylorovog pravila.

4. OČEKIVANA INFLACIJA KAO PREDUVJET KONVERGENCIJI KAMATNIH STOPA

Instrumenti monetarne politike kojima središnja banka upravlja kamatnim stopama i likvidnosti bankovnog sustava te kojima signalizira stav monetarne politike su operacije na otvorenom tržištu, stalno raspoložive mogućnosti, držanje minimalnih obveznih pričuva te nestandardne mjere monetarne politike kao što su pružanje smjernica buduće politike i programi kupnje vrijednosnih papira.

Ključnu ulogu u provođenju monetarne politika ima novčano tržite na kojem se odluke ECB-a prvo reflektiraju. Glavne operacije refinanciranja, kao najvažnije operacije na otvorenom tržištu, predstavljaju ključni instrument monetarne politike ECB-a. Promjenom referentne kamatne stope u provođenju repo transakcija na osiguranom novčanom tržištu ili preko definiranja kamatne stope na stalno raspoloživu mogućnost granične posudbe središnja banka kontrolira prekonoćne kamatne stope na novčanom tržištu (ECB, 2011). Iako veličina prekonoćne kamatne stope nema izravan utjecaj na ekonomske odluke kućanstava i poduzeća o kojima ovise potrošnja i investicije, središnje banke mijenjanjem prekonoćne kamatne stope, u pravilu, utječu na agregatnu potražnju, jer se zbog postojanja arbitraže na financijskim tržištima promjene kratkoročne kamatne stope prelijevaju na dugoročne kamatne stope o kojima ovise potrošnja i investicije (prema Ćorić i Malešević Perović, 2013).

Lanac uzroka i promjena unutar transmisijskog mehanizma monetarne politike EMU započinje promjenom službene kamatne stope pri operacijama središnje banke. Ovim operacijama središnja banka omogućava sredstva bankovnom sustavu. Bankovni sustav stvara potražnju za novcem da udovolji potražnji ostalih sektora, da uravnoteži međubankovne bilance i da udovolji zahtjevima za minimalnim rezervama. S obzirom na monopol koji središnja banka ima, ona može u potpunosti odrediti željenu razinu kamatne stope. Tako središnja banka utječe na troškove za likvidnim sredstvima za banke, koji se zatim prebacuju na krajnje klijente. Na taj način središnja banka vrši dominantan utjecaj na uvjete na novčanom tržištu i upravlja kamatnom stopom na novčanom tržištu. Preduvjet za efikasnu monetarnu politiku je duboko i integrirano tržište koje omogućava podjednaku likvidnost i homogenu razinu kratkoročnih kamatnih stopa u europodručju. Dvije su osnovne referentne kamatne stope novčanog tržišta EMU koje zajedno čine jedinstvenu cijenu referentnu za vrijednosnice prekonoćnog do godišnjeg dospijeća: EONIA (engl. *euro overnight indeks average*) i EURIBOR (engl. *euro*

interbank offered rate) (iako EURIBOR ima dospijeće i preko godine dana). EONIA predstavlja prekonoćni prosječni indeks, tj. međubankovnu kamatnu stopu po kojoj banke u europodručju pozajmljuju sredstva u trajanju od jednoga dana, a koja se izračunava kao ponderirani prosjek svih prekonoćnih neosiguranih transakcija kreditiranja u eurima na međubankarskom tržištu. EURIBOR predstavlja referentnu kamatnu stopu koja se na europskom međubankarskom tržištu utvrđuje dnevno kao prosječna stopa po kojoj reprezentativne banke međusobno pozajmljuju neosigurana novčana sredstva.

Promjene kamatnih stopa na novčanom tržištu dalje utječu na ostale kamatne stope, npr. kamate na kratkoročne zajmove i depozite, što će promijeniti količinu zajmova i depozita te vodi do veće ili manje ponude i potražnje za kreditima. Pored ove kamatne stope, značajan je utjecaj očekivanja budućih službenih kamatnih stopa, koje utječu na kratkoročne kamatne stope, a koje zatim utječu na dugoročne kamatne stope. Na ovaj način središnja banka preko kreditnog kanala utječe na aktivnosti gospodarstva.

Monetarna politika utječe i na druge financijske varijable kao što su cijene imovina, tj. dionice i nekretnine te devizni tečaj. Promjena kamatne stope i cijene imovine utječu na odluke kućanstava i poduzeća o potrošnji, štednji i investicijama. Naime, veća kamatna stopa će smanjiti interes za kreditima, tj. za potrošnjom i investicijama, a povećat će interes za štednjom. Također, rast kamatnih stopa utječe i na ponudu kredita, jer banke podižu svoje kamatne stope čime dolazi do odgode potrošnje i/ili investicija.

Utjecaj na potrošnju i investicije se manifestira i pomoću efekata dohotka i bogatstva. Tako se rastom cijena dionica njihovi imatelji osjećaju bogatijima te povećavaju svoju potrošnju. Suprotno, u situaciji pada cijena, potrošnja se smanjuje. Također, rastom cijene kolaterala (bilo nekretnina ili vrijednosnih papira) povećava se mogućnost dobivanja većeg zajma ili smanjivanja premije banaka što utječe na porast kredita i povećanje potrošnje. Suprotno, padom cijena kolaterala se količina kredita smanjuje jer se krediti odobravaju po strožim uvjetima ili se uopće ne odobravaju.

Posljedica promjena u potrošnji i investicijama je promjena u potražnji što dovodi do rasta cijena ako je potražnja veća od ponude. Promjene u potražnji se mogu transferirati i na ostala tržišta (npr. tržišta intermedijarnih dobara ili tržišta rada) gdje također može doći do promjene cijena dobara, što se u konačnici odražava na razinu cijena u ekonomiji.

Nadalje, promjene u deviznom tečaju utječu na inflaciju na tri načina. Prvo, promjena tečaja direktno utječe na domaće cijene uvoznih dobara, tj. aprecijacijom domaće valute uvozna dobra postaju jeftinija čime se smanjuje inflacija u zemlji. Drugo, preko uvoza dobara koja se koriste u domaćoj proizvodnji, pa ako se njihova cijena promjenom tečaja smanji, može doći i do smanjenja cijena domaćih proizvoda. Treće, promjenom cijena domaćih proizvoda na stranim tržištima, pa ako promjenom tečaja domaća dobra postanu skuplja, a time i manje kompetitivna, može doći do manje potražnje za njima što smanjuje inflacijske pritiske. Snaga ovog kanala ovisi o otvorenosti ekonomije međunarodnoj trgovini.

Uz ove kanale, značajan je i utjecaj dugoročnih očekivanja privatnog sektora. Ako središnja banka uživa kredibilitet javnosti, ona vrši značajan utjecaj na kretanje cijena tako što vodi očekivanja ekonomskih agenata o budućoj inflaciji te tako utječe na određivanje cijena i plaća. Na ovaj način se **inflacijska očekivanja** reflektiraju na cjenovnu stabilnost.

Ako postoji jaz inflacijskih očekivanja, tada središnja banka mijenja realnu kamatnu stopu kako bi spriječila inflaciju da premaši ili podbaci ciljnu inflaciju na način da mijenja nominalnu kamatnu stopu više od promjene inflacije, što je jedno od ograničenja u Taylorovom pravilu. Promjena realnih kamatnih stopa mijenja inflacijska očekivanja unaprijednih poduzeća s nefleksibilno postavljenim cijenama. Ova poduzeća znaju da će promjene realnih kamatnih stopa utjecati na budući gospodarski rast i znaju da će biti nefleksibilni u postavljanju cijena u budućem periodu. Racionalna poduzeća stoga korigiraju cijene već danas, na temelju signala monetarne politike. Ako pretpostave da će realne kamatne stope rasti, poduzeća korigiraju svoja inflacijska očekivanja na dolje te postavljaju niže cijene nego što su namjeravali. To vodi k nižoj inflaciji i negativnom inflacijskom jazu. S obzirom da se središnja banka obvezala držati ciljne stope inflacije, kao odgovor na to će smanjiti realne kamatne stope. Naime, povećanje inflacije vodi do povećanja realnih kamatnih stopa, u smislu da središnja banka povećava nominalnu kamatnu stopu za veći iznos od porasta inflacije (što proizlazi iz Taylorovog pravila), dok pad inflacije uzrokuje pad realnih kamatnih stopa, tj. središnja banka smanjuje nominalnu kamatnu stopu za veći iznos od pada inflacije. Kako se trenutna inflacija mijenja, središnja banka ne samo da povećava realnu kamatnu stopu kao odgovor na trenutni inflacijski jaz, nego i s obzirom na trenutnu dinamiku inflacije, koja povećava vjerojatnost buduće inflacije. Stoga, središnja banka želi izbjeći budući inflacijski jaz djelovanjem na trenutnu inflacijsku dinamiku. Ovo rezultira korigiranjem samih inflacijskih očekivanja.

Kod inflacijskih očekivanja postoje dvije odgode. Prvo, potrebno je vremena dok racionalna poduzeća uračunaju promjene realnih kamatnih stopa u svoja cjenovna očekivanja zbog sporog širenja informacija. Drugo, potrebno je vremena da monetarna politika korigira kamatne stope. Središnja banka ima nesavršene informacije zbog vremena potrebnog za sakupljanje informacija o outputu i inflaciji, kao i zbog tromosti i nesigurnosti oko modela koje koriste i parametara modela. Promjena kamatne stope mijenja potražnju u gospodarstvu i time mijenja rast BDP-a. Na primjer, padajuće kamatne stope aktiviraju intertemporalnu supstituciju potrošnje, tj. potrošači troše više danas, a štede manje za sutra. Suprotno se događa ako kamatne stope rastu, tj. javlja se monetarno stezanje. Povećanje rasta BDP-a vodi do premašivanja ciljnog rasta BDP-a, što uzrokuje pozitivni jaz outputa. Središnja banka povećava realne kamatne stope, jer za cilj ima smanjivanje jaza BDP-a. Također, središnja banka brine i o dinamici rasta BDP-a, s obzirom da uzlazni trend rasta BDP-a indicira budući pozitivni jaz BDP-a. Stoga, povećanje rasta BDP-a rezultira povećanjem realnih kamatnih stopa, i s obzirom na jaz BDP-a i s obzirom na dinamiku rasta. Naime, racionalna poduzeća su već razmotrila efekte promjene BDP-a kroz signale monetarne politike. Pad kamatnih stopa povećava rast BDP-a u ekonomiji ponovno kroz intertemporalnu supstituciju potrošnje. Agenti koji imaju adaptivna očekivanja, korigiraju cijene na gore zbog većeg gospodarskog rasta. Ovo povećava inflacijski jaz i uzrokuje pozitivnu inflacijsku dinamiku, što dovodi do stezanja monetarne politike. Postoje tri odgode inflacijskog rasta. Prvo, jaz promjene realnih kamatnih stopa i utjecaja na rast BDP-a, koji je isti onom jazu potražnje kod rasta BDP-a. Drugo, jaz između efekata rasta BDP-a na inflaciju, što predstavlja unazadni jaz poduzeća koja imaju adaptivna očekivanja. Treće, jaz koji se odnosi na monetarnu politiku koji je isti kao i jaz politike inflacije kao u slučaju inflacijskih očekivanja racionalnih poduzeća (Neugebauer, 2011).

Dakle, transmisija je dinamičan proces koji uključuje niz različitih mehanizama i poteza ekonomskih agenata, čiji je rezultat vremenski pomak efekata monetarnih poteza. Pored ovog, postoje i opasnosti koje prijete od vanjskih šokova kao što su promjene u globalnoj ekonomiji, promjene u fiskalnoj politici i promjene cijena pojedinih dobara, a koje nisu u domeni središnje banke. Tako npr. cijene nafte, drugih sirovina ili administrativno određivanje cijena mogu imati značajan kratkoročni utjecaj na inflaciju. Stoga monetarna politika uzima u obzir i prirodu, veličinu i trajanje pojedinog šoka u određivanju putanje djelovanja monetarnih poteza.

Teorijska podloga za stvaranje euro zone bila je teorija optimalnog valutnog područja (engl. *optimal currency area*). Projekt jedinstvenog valutnog područja je dobio iznimnu potporu

ekonomskih teoretičara i političara jer su smatrali da će to dovesti do konvergencije ekonomskih indikatora i poslovnih ciklusa, te da će se asimetrični šokovi smanjiti ili čak nestati. Kritičari su, međutim, smatrali da nestanak nacionalnih valuta može dovesti do većih razlika i do rizika asimetrije. Nakon prvih godina i početnog uspjeha projekta, kritična mišljenja su eliminirana. Prirodno je da zemlje koje dijele istu valutu imaju i istu monetarnu politiku. Europska središnja banka preuzela je na sebe definiranje jedinstvene monetarne politike za sve države članice euro zone 1999. godine. Glavna poluga monetarne politike je kamatna stopa koja dozvoljava središnjoj banci da (indirektno) određuje trošak zaduživanja za sve zemlje članice monetarne unije. Međutim, kamatne stope ne moraju nužno biti optimalne za svaku zemlju. Ako je jedna zemlja u fazi gospodarskog rasta, dok su druge u fazi gospodarskog usporavanja, teško je pronaći jednu prikladnu kamatnu stopu za sve. Ovaj problem je poznat kao asimetrični šok u gospodarstvu, ali se vjerovalo da će ga dugoročna konvergencija riješiti. Europska ekonomska i monetarna unija se oslanjala na ideju ekonomske konvergencije, te se činilo kao da je to slučaj u periodu od 2000. do 2007. godine. Međutim, u 2007. i 2008. godini Europsko gospodarstvo se suočava s jakim asimetričnim šokom, pa se projekt jedinstvenog valutnog područja nalazi pred problemom. Naime, za vrijeme asimetričnog šoka je ekspanzivna monetarna politika bila potrebna, dok su ostale zemlje suočene s rastućim cijenama trebale restriktivnu monetarnu politiku (Reichenbachas, 2013).

Stoga, efikasnost vođenja jedinstvene monetarne politike ovisi o stupnju konvergencije zemalja članica jedinstvenog valutnog područja. Za uspješno provođenje jedinstvene monetarne politike potreban je visok stupanj konvergencije navedenih zemalja. S obzirom na aktualno proširenje EU i potencijalno proširenje EMU, pitanje konvergencije potencijalnih zemalja članica dobiva na važnosti (Grgić et al., 2006). Nemogućnosti ECB-a da reagira na razlike u inflaciji i gospodarskom rastu između zemalja članica EMU rezultira trajnim razlikama u kamatnim stopama, koje utječu na razlike u tekućim računima zemalja članica EMU. Naime, unutar EMU postoje zemlje članice i sa suficitima i s deficitima tekućih računa. Sve veće razlike u tekućim računima stvaraju probleme s obzirom da su ove zemlje vezane u zajedničkoj monetarnoj uniji dijeleći istu kamatnu stopu i isti devizni tečaj. Zbog toga bi kretanja međunarodnog kapitala trebala utjecati slično na svaku zemlju članicu i njen tekući račun. Posljedica rastućih deficita tekućih računa je povećanje vanjske zaduženosti. Premašivanje održivog nivoa duga uzrokuje razvoj dužničkih kriza. Nedostatak neovisnosti monetarne politike zemlje u određivanju kamatnih stopa, kao i fleksibilnog deviznog tečaja, pogoršava stanje vanjske zaduženosti jer kamatne stope utječu na domaće investicije i štednju kao i

nominalni devizni tečaj. Međutim ECB određuje monetarnu politiku na agregiranoj razini euro zone te je prisiljena ignorirati razlike individualnih zemalja u inflaciji i rastu BDP-a. To može biti iznimno neprikladno za individualnu zemlju (Hillmann i Wilde, 2011).

S obzirom da se monetarna politika ne može voditi isključivo na temelju diskrecijskih odluka, treba biti vođena nekim predeterminiranim pravilom za promjenu instrumenta monetarne politike (kratkoročne kamatne stope) kao odgovor na skup varijabli, kao npr. odstupanja stvarnog od potencijalnog outputa, kao i odstupanja stvarne od ciljne inflacije. Štoviše, pravilo za vođenje monetarne politike bi trebalo sadržavati očekivanja ili buduća predviđanja promjena ovih varijabli. Stoga pravilo za vođenje monetarne politike treba sadržavati inflacijski jaz, kao razliku između predviđene inflacije i ciljne inflacije, te jaz outputa, kao odstupanje između stvarnog i potencijalnog outputa. Upravo su u predviđenoj inflaciji sadržana inflacijska očekivanja. S obzirom da tekući uvjeti ne bi trebali biti podloga za vođenje monetarne politike, nego samo indikator inflatornih pritisaka, a da su za vođenje monetarne politike važniji budući uvjeti u gospodarstvu, potrebno je koristiti unaprijedno pravilo za vođenje monetarne politike. Također, s obzirom da je glavni cilj velikog broja središnjih banki održavanje stabilnosti cijena, inflacijska očekivanja trebaju biti uključena u pravilo za vođenje monetarne politike. Pomoću prikladne neuronske mreže mogu se točno procijeniti inflacijska očekivanja. Na ovaj način će se generirati vremenski niz očekivanja o inflaciji, koji će biti uvršten kao input u pravilo za vođenje monetarne politike. Pravilo za vođenje monetarne politike najčešće zastupljeno u istraživanjima jest Taylorovo pravilo. Na temelju preformuliranog oblika Taylorovog pravila istraživat će se konvergencija kamatnih stopa na razini zemalja euro zone.

4.1. Konvergencija kamatnih stopa

Teorija konvergencije najčešće se bavi dugoročnim gospodarskim rastom, a sam izraz konvergencija implicira opadajuće razlike u dohotku *per capita*, ekonomskim razinama razvoja, razinama produktivnosti i proizvodnje, i konačno u standardu života (Das, 2010). U literaturi postoje dvije vrste konvergencije: beta (β) i sigma (σ) konvergencija. Apsolutna beta konvergencija postoji ako siromašna gospodarstva rastu brže od bogatih, tj. sva gospodarstva konvergiraju ka ravnoteži. Međutim ravnotežno stanje može ovisiti o nekim obilježjima karakterističnim za svako gospodarstvo. U tom slučaju postoji konvergencija, ali ne nužno ka istoj dugoročnoj razini. To se naziva uvjetnom beta konvergencijom. Sigma konvergencija postoji ako skupina gospodarstava konvergiraju tako da se disperzija ili odstupanje BDP-a *per*

capita smanjuje kroz vrijeme (Sala-i-Martin, 1996). Da bi se mjerila β-konvergencija, metodologija koja se koristi uzima u obzir procjenu jednadžbe rasta:

$$ln\left(\Delta y_{i,t}\right) = \alpha + \beta ln\, y_{i,t-1} + \gamma Z_{i,t} + u_{i,t} \tag{4.1}$$

pri čemu je $y_{i,t}$ razina BDP-a *per capita*, $\Delta y_{i,t}$ stopa rasta BDP-a *per capita* u zemlji *i* u vremenu *t* (prve diferencije), $Z_{i,t}$ su svi drugi faktori koji utječu na stopu rasta, $u_{i,t}$ je greška relacije, a α, β i γ su parametri koji se procjenjuju. Ako postoji β- konvergencija tada će parametar β biti statistički značajno manji od nule. Ako je pri tome $\gamma = 0$ radi se o apsolutnoj konvergenciji, a ako je $\gamma \neq 0$ tada se radi o uvjetnoj konvergenciji (Monfort, 2008; Faith, 2013).

Pigott (1993) daje pregled literature, problema i zaključaka o konvergenciji kamatnih stopa do 1990-ih godine. Siklos i Wohar (1997) definiraju konvergenciju u terminima kointegracije. Testiranje su vršili u periodu od 1974. do 1995. godine za zemlje Europskog monetarnog sustava, SAD, Kanadu, te SAD, Njemačku i Japan. Kointegraciju i paritet realnih kamatnih stopa koriste Fountas i Wu (1999) kako bi testirali konvergenciju kratkoročne i dugoročne realne kamatne stope na razini Europskog monetarnog sustava od 1979. do 1993. godine. Holtemöller (2005) analizira odstupanja od nepokrivenog pariteta kamatnih stopa (UIP) kako bi testirali konvergenciju potencijalnih zemalja članica EMU u periodu od 1994. do 2004. godine koristeći kointegracijski pristup. UIP definira da razlika kamatnih stopa između dvije zemlje mora biti jednaka očekivanoj promjeni deviznog tečaja. Edwards (1998) koristi istu metodologiju u analizi konvergencije kamatnih stopa u Argentini, Čileu i Meksiku 1990-ih godina. Frömmel i Kruse (2015) definiraju da dostignuta konvergencija implicira stacionarne razlike u kamatnim stopama, pri čemu se posebno definira proces konvergencije za vrijeme kojeg ne postoji stacionarnost u razlikama između kamatnih stopa te konvergencija kao stanje kada je konvergencija dostignuta. U tom slučaju je razlika između kamatnih stopa stacionarna. Veza između kamatnih stopa se temelji na paritetu kamatnih stopa, a period je od 1983. do 2007. godine. Pregledom radova u svijetu te u Europi do stvaranja euro zone, može se zaključiti da su se temeljili na paritetu kamatnih stopa, uz modifikacije modela; metodologija se zasnivala na kointegracijskom pristupu u određivanju konvergencije, najčešće kratkoročnih, kamatnih stopa; te se usporedba zasnivala na vremenskim nizovima dviju ili više zemalja. Daljnja istraživanja u euro zoni baziraju se na konvergenciji kamatnih stopa banaka (Arnold i van Ewijk, 2014) ili na konvergenciji dugoročnih kamatnih stopa (Swanson, 2008). Arghyrou et al. (2009) u iscrpnoj ekonometrijskoj analizi koja pokriva 25 zemalja EU u periodu od 1996. do

2005. godine koristeći mjesečne podatke, uspoređuje razlike između realnih kamatnih stopa pojedinačne zemlje u odnosu na prosjek EMU. Zaključuju da postoji značajna konvergencija realnih kamatnih stopa u euro zoni do 1999. godine, nakon čega slijedi period divergencije zemalja jezgre i periferije. Do kraja 2005. godine, zaključuju da su sve zemlje EU dostigle konvergenciju ka prosjeku EMU. Također, zaključuju da je konvergencija postepeni proces koji uvelike ovisi o postojanju strukturnih lomova. Ostala istraživanja konvergencije kamatnih stopa na razinu EMU baziraju se na nekoj inačici Taylorovog pravila (Van Poeck, 2010; Orlowski, 2010; Nechio, 2011; Hillmann i Wilde, 2011; Reichenbachas, 2013; Gu, 2015; Sydykova i Stadtmann, 2015). Naime, odstupanjem kamatnih stopa procijenjenih Taylorovim pravilom od stvarnih kamatnih stopa na razini ECB-a može se analizirati konvergencija kamatnih stopa u euro zoni. Na toj postavci se temelje prethodno definirana istraživanja. Međutim, u ovom radu će se analizirati konvergencija kamatnih stopa ka dugoročnoj vrijednosti na razini zemalja euro zone prema modelu uvjetne konvergencije iz jednadžbe (4.1) u preformuliranom obliku Taylorovog pravila. Pregledom literature, ovakvo istraživanje se do sada nije provodilo.

4.2. Taylorovo pravilo i njegove modifikacije

Središnje banke većinom vode monetarnu politiku korigiranjem kratkoročne nominalne kamatne stope kao odgovor na različite šokove, što dovodi do fokusiranja istraživača na pravila o tome kako se kamatne stope trebaju korigirati. Mnoga istraživanja pridaju pozornost konstruiranju pravila za kretanje kamatne stope. Međutim, središnje banke pokazuju malo interesa da se stvarno obvežu slijediti neko pravilo, ili da mehanički slijede upute iz nekog pravila. Stoga su se istraživanja iz ovog područja fokusirala na to postoje li „recepti“, kako korigirati kamatne stope, koji mogu dati korisne smjernice za nositelje monetarne politike.

Pravilo za vođenje monetarne politike (engl. *monetary policy rule*) se definira kao opis, izražen algebarski, numerički ili grafički, načina na koji se instrumenti monetarne politike, kao što su monetarna baza ili prekonoćna kamatna stopa, mijenjaju kao odgovor na ekonomske varijable. Stoga, pravilo konstantne stope rasta za monetarnu bazu je primjer pravila za vođenje monetarne politike, kao što je i kontingencijski plan za monetarnu bazu. Opis način na koji se prekonoćna kamatna stopa korigira kao odgovor na inflaciju ili realni BDP je drugi primjer pravila za vođenje monetarne politike. Pravilo za vođenje monetarne politike može biti deskriptivno ili normativno. Prema ovoj definiciji, pravilo za vođenje monetarne politike može biti proizvod mnogih različitih institucionalnih rješenja za monetarnu politiku, koja uključuju i

zlatni standard (Taylor, 1999a). Prema Tayloru (1993) nositelji monetarne politike trebaju korigirati kamatne stope kao odgovor na, ili odstupanja ponude novca od ciljne vrijednosti, ili odstupanja deviznog tečaja od ciljne vrijednosti, ili ponderirana odstupanja stope inflacije i realnog outputa od ciljnih vrijednosti. Međutim, pravila koja se fokusiraju na devizni tečaj ili ponudu novca ne daju dobre performanse mjerene kroz volatilnost outputa i inflacije, za razliku od pravila koja se fokusiraju direktno na nivo cijena i output. Također, pravila kamatnih stopa, za razliku od pravila na temelju ponude novca, ne mogu biti pasivna (Romer, 2011). Svensson (1999) definira pravilo monetarne politike kao propisani priručnik za vođenje monetarne politike. Razlikuje instrumentalna i ciljna pravila, pri čemu je instrumentalno pravilo ono što se u literaturi misli pod „pravilom“, a izražava instrumente kao propisanu funkciju predeterminiranih ili unaprijednih varijabli, ili oboje. Široko poznat i prihvaćen primjer jednostavnog instrumentalnog pravila je Taylorovo pravilo (Taylor, 1993) koje služi kao normativni vodič za odluke središnje banke, oblika:

$$i_t = \bar{i} + 1.5(\pi_t - 2) + 0.5y_t \tag{4.2}$$

pri čemu je i_t kamatna stopa središnje banke u kvartalu *t*, $\bar{i}$ je prosječna kamatna stopa središnje banke (4%), π_t je inflacija kroz četiri kvartala, y_t je jaz outputa, a kamatna stopa središnje banke odgovara na odstupanja inflacije od razine od 2% i na jaz outputa s koeficijentima, redom, 1.5 i 0.5.

Pomoću Taylorovog pravila se najlakše mogu opisati osnovni principi operativnog vođenja monetarne politike, tj. Taylor pokušava diskreciju pretočiti u pravilo. Taylorovo pravilo je do sada bilo korisno mjerilo za procjenu monetarne politike središnje banke (Hofmann i Bogdanova, 2012). Prema Tayloru (1993) središnja banka definira kamatnu stopu na novčanom tržištu kao pozitivnu funkciju odstupanja inflacije od njene ciljne vrijednosti te realnog BDP-a od njegove potencijalne razine prema:

$$i_t = r^* + \pi_t + \phi_\pi(\pi_t - \pi^*) + \phi_y(y_t - y^*) \tag{4.3}$$

pri čemu *t* označava vrijeme, i_t nominalnu kamatnu stopu središnje banke, r^* dugoročnu realnu kamatnu stopu, π_t inflaciju u promatranom periodu, π^* ciljnu stopu inflacije središnje banke, y_t stvarni BDP, a y^* potencijalni BDP. Stoga je $\pi_t - \pi^*$ odstupanje stvarne od ciljne inflacije (engl. *inflation gap*), a $y_t - y^*$ odstupanje outputa od potencijalnog outputa (tzv. jaz outputa, engl. *output gap*). Najčešće se jaz outputa definira kao postotno odstupanje stvarnog BDP-a od ciljnog, dok se potencijalni (ciljni) output izračunava korištenjem HP-filtra (engl.

Hodrick–Prescott filter). Također, $i^* = r^* + \pi_t$ je dugoročna nominalna kamatna stopa, dok su ϕ_π i ϕ_y parametri uz inflacijski jaz i jaz outputa. Taylor je predložio da koeficijent uz inflacijski jaz bude 1.5, koeficijent uz jaz outputa 0.5, dugoročna nominalna kamatna stopa 4%, a realna kamatna stopa i ciljna inflacija 2%, tj. poprima oblik (4.2). Varijable s desne strane jednadžbe su stacionarne s obzirom da se razmatra odstupanje realnog outputa od trend vrijednosti, kao i korištenje stope inflacije, a ne razine cijena.

Središnja banka ima za cilj minimizirati odstupanja stope inflacije od ciljne vrijednosti te odstupanja BDP-a od njegove potencijalne razine, a kako bi ostvarila te ciljeve koristi kratkoročnu nominalnu kamatnu stopu. Kada inflacija poraste iznad ciljne ili output poraste iznad svoje prirodne razine, središnja banka će restriktivnom monetarnom politikom povećati realnu kamatnu stopu, što će smanjiti inflaciju i output smanjujući agregatnu potražnju. Naime, povećanje kamatne stope negativno utječe na veličinu osobne potrošnje i investicija, što rezultira smanjenjem agregatne potražnje i inflacijskih pritisaka. Međutim, središnje banke obično ne reagiraju na pozitivna odstupanja BDP-a od potencijalnog sve dok to ne dovodi do pozitivnog odstupanja stope inflacije od ciljne vrijednosti. Suprotno, kada je inflacija preniska odnosno output ispod svoje prirodne razine, Taylorovo pravilo preporučuje ekspanzivnu monetarnu politiku snižavajući kamatnu stopu. Drugim riječima, ϕ_π i ϕ_y su pozitivni (prema Ćorić i Malešević Perović, 2013). Kasnije Taylor uvodi u model i nominalnu kamatnu stopu središnje banke iz prethodnog razdoblja (i_{t-1}), što omogućava postupnu prilagodbu kamatnih stopa referentnoj vrijednosti (Hofmann i Bogdanova, 2012), a čime se uklanja problem autokorelacije grešaka relacije (Basilio, 2013).

Iako Taylorovo pravilo pruža zadovoljavajuće dobar opis načina na koji središnje banke u svijetu djeluju, ono preporučuje pravilo gdje kamatne stope reagiraju na inflaciju i output iz prethodnog razdoblja umjesto na očekivane buduće vrijednosti. Clarida et al. (1998; 2000) uključuju očekivanja vodeći se prema Alanu Greenspanu koji objašnjava da tekući uvjeti ne bi trebali biti podloga za vođenje monetarne politike, nego samo indikator inflatornih pritisaka, a da su za vođenje monetarne politike važniji budući uvjeti u gospodarstvu.

Clarida et al. (2000) definiraju nominalnu kamatnu stopu kao funkciju jaza između očekivane i ciljne inflacije te očekivanog i ciljnog outputa prema izrazu:

$$i_t = i^* + \phi_\pi \left(E\left\{ \pi_{t,k} \middle| \Omega_t \right\} - \pi^* \right) + \phi_y E\left\{ y_{t,k} \middle| \Omega_t \right\} \tag{4.4}$$

pri čemu je $\pi_{t,k}$ postotna promjena nivoa cijena između perioda *t* i *t+k*, $y_{t,k}$ je mjera prosječnog jaza outputa između perioda *t* i *t+k*, gdje se jaz outputa definira kao postotno odstupanje između stvarnog i ciljnog BDP-a. E je operator očekivanja, a Ω_t je informacijski skup.

Potrebno je naglasiti da pravilo za vođenje monetarne politike ne mora biti mehanička formula. Središnje banke, ako prepoznaju opće instrumentalne odgovore koji su u podlozi pravila za vođenje monetarne politike, te da vođenje monetarne politike zahtjeva i procjenu eksperata kao i da se ne može voditi pomoću kompjutera, tada se pravilo za vođenje monetarne politike može implementirati i djelovati neformalno (Taylor, 1993).

Pravila monetarne politike kao što je Taylorovo pravilo i njegove modifikacije se često istražuju. Jedno od pitanja koje se javlja tiče se preporuke oko vrijednosti koeficijenata uz inflaciju i output. Kada su koeficijenti veći, inflacija se brže vraća ka dugoročnom cilju te se output brže vraća ka svojoj potencijalnoj vrijednosti nakon početnog šoka. Međutim, visoke vrijednosti koeficijenata mogu uzrokovati da inflacija i output premaše svoju ciljnu (π^*), tj. potencijalnu vrijednost (y^*). Također, postoji problem neželjene povećane kratkoročne volatilnosti kamatnih stopa. Drugo pitanje se odnosi na način mjerenja inflacije, outputa i potencijalnog outputa. Taylor je preporučio korištenje prosječne inflacije kroz posljednja četiri kvartala kao mjeru inflacije te output iz tekućeg kvartala. Međutim, trenutna inflacija i output su u trenutku odabira kamatne stope nepoznati. Alternativno, Taylor predlaže iste mjere, ali s pomakom od jednog kvartala. Također, potencijalni output nije poznata ili zadana veličina, te postoji problem njegovog mjerenja. Kao rezultat toga je nemogućnost da nositelji monetarne politike točno procjene je li output iznad ili ispod potencijalne vrijednosti. Stoga bi ponder važnosti za odstupanja outputa od njegove potencijalne vrijednosti trebao biti ograničen. Treće pitanje, treba li pravilo monetarne politike biti unaprijedno. Na primjer, mjere trenutnog outputa i inflacije u pravilu monetarne politike se mogu zamijeniti s predviđenim vrijednostima ovih varijabli kroz nekoliko budućih kvartala. Korištenje predviđanja može pomoći monetarnoj politici da odgovori brže na nove informacije, ali to može dovesti do slabijeg razumijevanja pravila te ih učiniti manje robusnima na greške u modeliranju gospodarstva. Konačno pitanje koje se javlja je treba li pravilo monetarne politike sadržavati dodatne varijable. Naime, dvije dodatne varijable su često ispitivane u modelima, a to su devizni tečaj i kamatna stopa s pomakom. Aprecijacija deviznog tečaja, kao i porast kamatnih stopa, smanjuje gospodarsku

aktivnost. Prema tome, smanjuje kamatnu stopu koja je potrebna da bi generirala zadani nivo agregatne potražnje. Ball (1999) preporučuje drukčije pravilo u otvorenim ekonomijama i uvodi devizni tečaj kao dodatnu varijablu jer smatra da je klasično Taylorovo pravilo suboptimalno, s obzirom da monetarna politika utječe na ekonomiju kroz devizni tečaj te kroz kanal kamatnih stopa. Uključivanje kamatne stope s pomakom može biti poželjno iz nekoliko razloga. Prvo, može smanjiti volatilnost kratkoročne kamatne stope i učiniti pravilo monetarne politike robusnijim na greške u procjeni dugoročne ravnotežne realne kamatne stope. Dodatno, može uzrokovati da zadana promjena kamatne stope ima jači utjecaj na gospodarstvo, s obzirom da ekonomski akteri razumiju da povećanje kamatne stope implicira da će one ostati visoke kroz duži vremenski period. S druge strane, ako na kamatnu stopu utječe neka varijabla koja nije od direktnog interesa za nositelja monetarne politike, to može proizvesti neučinkovite ishode za varijable koje su od direktnog interesa za nositelje monetarne politike. Taylor (1999b) pomoću simulacija različitih modela pokazuje da pravila koja sadržavaju kamatnu stopu s pomakom čak ponekad rezultiraju većom volatilnosti kamatnih stopa, dok Coibion i Gorodnichenko (2012) pronalaze da je uloga izglađivanja kamatne stope bitna.

Postoji problem ako pravilo monetarne politike propisuje negativne nominalne kamatne stope. U tom slučaju središnja banka ne može slijediti pravilo i podešavati kamatne stope po njemu, jer ne postoji razlog da netko kupi imovinu koja nudi negativni nominalni prinos. Stoga, ako nominalna kamatna stopa ne može pasti ispod nule, postavlja se pitanje kako, ako uopće, monetarna politika može povećati agregatnu potražnju kada je nominalna kamatna stopa blizu nule (Romer, 2011). Slično, kada je inflacija jako visoka ili negativna, pravilo za vođenje monetarne politike postaje beskorisno jer je inflacijska očekivanja tada teško izmjeriti (Taylor, 1999a). Naime, inflacija je u posljednjih nekoliko godina znatno opala u mnogim zemljama zbog usporenog gospodarskog rasta i opadanja cijena roba. Dezinflacija može imati razna objašnjenja te nije nužno razlog za zabrinjavanje. Naime, privremeni pad inflacije zbog pada cijene energenata može biti blagotvoran za gospodarstvo, pa čak i kada je niska potražnja u pozadini privremene dezinflacije. Međutim, ako trajno niska inflacija dovede do toga da kućanstva i poduzeća revidiraju nadolje svoja očekivanja o budućoj putanji inflacije, to može imati negativne implikacije. Konkretno, ako se srednjoročna inflacijska očekivanja korigiraju znatno na dolje, to može dovesti do deflacijskog ciklusa u kojem slaba potražnja i deflacija osnažuju jedna drugu. Konačno, gospodarstvo može završiti u zamci deflacije. To je slučaj perzistentne deflacije koja sprečava realne kamatne stope da narastu do nivoa koji je u skladu s punom zaposlenosti. Čak i ako je deflacija izbjegnuta, perzistentni pad inflacije na jako niske

razine nije poželjan jer bi niže nominalne kamatne stope ostavile malo prostora za ekspanzivnu monetarnu politiku u slučaju potrebe, gospodarstvo bi i dalje bilo u opasnosti od deflacije, i s obzirom na ljepljivost plaća, a oslabljena potražnja bi vjerojatno uzrokovala velike gubitke poslova. Rizik da dezinflacija potencijalno vodi u zamku deflacije ili ka trajno niskoj inflaciji je blisko povezano s time je li monetarna politika percipirana kao efikasna u osiguranju da inflacija konvergira ka ciljnoj, jednom kada nestanu privremeni šokovi. Trenutno je mogućnost središnjih banaka da usidri inflacijska očekivanja oslabljena iz nekoliko razloga. Prvo, djelokrug monetarne politike je ograničen, jer ne može više stimulirati agregatnu potražnju daljnjim spuštanjem kamatnih stopa koje nisu daleko od efikasne donje granice. Drugo, niska inflacija u mnogim zemljama donekle reflektira razvoj cijena u inozemstvu, s čime se domaća monetarna politika ne može boriti. Velika depresija 1930-ih godina kao i iskustvo Japanske deflacije 1990-ih godina sugeriraju da dugotrajna niska inflacija i perzistentna deflacija, mogu smanjiti mogućnosti srednjoročnog rasta. U istim razdobljima su kratkoročne nominalne kamatne stope bile blizu nule, kao što je to i danas prisutno (IMF, 2016). Povećanje agregatne potražnje u tom slučaju se može postići ekspanzivnom fiskalnom politikom, no ne postoji konsenzus istraživača i ekonomske teorije oko toga pitanja. Monetarna politika može stimulirati agregatnu potražnju operacijama na otvorenom tržištu tzv. kvantitativnim popuštanjem, kupnjom drugih imovina osim kratkoročnog duga, intervencijama na deviznom tržištu kao i usvajanjem ciljanja inflacije.

Postavlja se pitanje i treba li napustiti pravila za vođenje monetarne politike i okrenuti se diskreciji. Među makroekonomistima postoji konsenzus da pravila za vođenje monetarne politike imaju prednosti nad diskrecijom u poboljšanju ekonomskih performansi. Stoga je pravilo za vođenje monetarne politike važno zadržati kao koncept, čak i u okolini gdje je praktički nemoguće slijediti ga mehanički (Taylor, 1993) .

Taylorovo pravilo i njegove modifikacije su korišteni u brojnim istraživanjima kako bi se ispitalo slijede li ga središnje banke razvijenih zemalja i zemalja u razvoju. Usporedbom empirijskih istraživanja može se zaključiti da koeficijenti ϕ_π i ϕ_y značajno variraju s obzirom na razdoblje za koje se procjenjuju kao i s obzirom na vrstu zemalja. Naime, Taylor (1993) specificira matematičku formulu (prema (4.2)) prema kojoj stopa Federalnih rezervi raste za 1.5 pri svakom povećanju inflacije te za 0.5 pri povećanju jaza outputa. Ovo pravilo blisko aproksimira monetarnu politiku FED-a u periodu od 1987. do 1992 godine. Međutim, 1998.

godine Taylor (Taylor, 1999a) istražujući pravila za vođenje monetarne politike u povijesnoj perspektivi od 1879. do 1997. godine zaključuje da monetarna politika SAD-a slijedi općenitije pravilo (prema (4.3)) s koeficijentima različitim u periodu prije i poslije Paula Volckera. Clarida et al. (2000) uključuju u jednadžbu (4.3) kamatnu stopu iz prethodnog razdoblja te očekivanja u procjenu reakcijske funkcije monetarne politike SAD-a prije i za vrijeme Volckera. Naime, njegovim mandatom na čelu FED-a započinje vodeća uloga FED-a u borbi protiv inflacije, što se može uočiti iz koeficijenata uz jaz inflacije koji su redom 0.83 i 2.15 prije i nakon Volckera, dok su koeficijenti uz jaz BDP-a redom 0.27 i 0.79. Prema tome, zaključuju da postoje značajne razlike u Taylorovom pravilu. Rezultati su konzistentni rezultatima Taylora (1999a). Coibion i Gorodnichenko (2011) pokazuju da su kamatne stope SAD-a odgovarale na trenutnu inflaciju s koeficijentom od 0.79 p.p. kroz period od 1969. do 1979. godine, te 1.58 p.p. u periodu od 1983. do 2002. godine, dok je odgovor monetarne politike na rast outputa je bio redom 0.04 p.p. i 2.21 p.p.. Gerlach i Schnabel (2000) za zemlje EMU između 1990. i 1998. godine zaključuju da su se koeficijenti ϕ_π i ϕ_y nalazili redom u rasponu od 0.98 do 1.62 te od 0.22 do 0.32. Ullrich (2003) za period 1995.-1998. zaključuje da je koeficijent uz jaz inflacije bio veći od 1 na razini euro zone, dok je za period 1999.-2002. koeficijent uz jaz inflacije bio manji od 1. Lee (2011) istražuje vođenje monetarne politike od strane ECB-a od 1999. do 2009. godine te zaključuje da su oba koeficijenta ϕ_π i ϕ_y bila oko 0.5. Pravila koja uključuju i kamatnu stopu s pomakom zaključuju da postoji visoka perzistencija temeljeći zaključke na koeficijentu ϕ_i koji se nalazi u rasponu od 0.7 (Hoffmann i Bogdanova, 2012) do 0.9 (Hoffmann i Bogdanova, 2012; Schmidt-Hebbel i Muñoz, 2012). Pri tom Hoffmann i Bogdanova (2012) zaključuju kako je veća perzistencija kod zemalja u razvoju nego kod razvijenih zemalja. Također, koeficijenti uz jaz inflacije su 1.5 za razvijene te 0.5 za zemlje u razvoju, dok su koeficijenti uz jaz BDP-a redom 0.5 i 1.3. Schmidt-Hebbel i Muñoz (2012) zaključuju da je koeficijent uz predviđenu inflaciju 10 puta veći od koeficijenta uz inflaciju s pomakom, koji je pak u skladu s Taylorom.

Taylor (1999b) istražuje implikacije istraživanja iz domene pravila za vođenje monetarne politike za praktično donošenje monetarnih odluka. Poseban naglasak stavlja na strategije za određivanje kamatnih stopa ECB-a. Procjenjuje efikasnost jednostavnog pravila u odnosu na druga preporučena pravila. Na temelju simulacije pet različitih pravila za vođenje monetarne politike u devet različitih DSGE modela s nominalnim rigidnostima, koji se razlikuju u veličini, stupnju unaprijednosti, koliko su sukladni podacima te je su li modeli zatvorene ekonomije,

male otvorene ekonomije ili modeli više zemalja, zaključuje da su jednostavnija pravila za vođenje monetarne politike robusnija od kompleksnih. Štoviše, jednostavno pravilo dizajnirano za SAD može se primijeniti i u mnogim drugim zemljama, pa tako i na razini ECB-a. Clarida et al. (1998) istražuju Taylorovo pravilo u dva skupa zemalja. U prvi skup (G3) spadaju Njemačka, Japan i SAD, a u drugi (E3) UK, Francuska i Italija. Zaključuju da je od 1979. svaka središnja banka zemalja G3 slijedila implicitni oblik ciljanja inflacije, što može objasniti uspjeh u vođenju monetarne politike ovih zemalja u promatranom periodu. Za zemlje G3 zaključuju da su središnje banke reagirale na očekivanu inflaciju umjesto na inflaciju iz prethodnog razdoblja, te su slijedile Taylorovo pravilo. Za zemlje E3 zaključuju da su njihove središnje banke bile pod utjecajem Njemačke monetarne politike. Koristeći pravilo za vođenje monetarne politike Bundesbanke, kamatne stope zemalja E3 su bile više nego što su to makroekonomski uvjeti tražili. Ball (1999) preporučuje pravilo za otvorene ekonomije. S obzirom da monetarna politika utječe na ekonomiju kroz devizni tečaj te kroz kanal kamatnih stopa klasično Taylorovo pravilo je suboptimalno. Za zemlje u razvoju Taylor (2000) naglašava da bi Taylorovo pravilo bilo dobar okvir za vođenje monetarne politike. Međutim, zbog tržišnih uvjeta u tim zemljama postoji potreba za modificiranjem pravila za vođenje monetarne politike.

Gerlach i Schnabel (2000) zaključuju da su se prosječne kamatne stope u zemljama EMU između 1990. i 1998. godine, isključujući turbulentni period na deviznom tržištu između 1992. i 1993. godine, kretale blizu onih sugeriranih Taylorovim pravilom na temelju prosječnog jaza outputa i inflacije.

Gerlach-Kristen (2003) uspoređuje tradicionalno Taylorovo pravilo s reakcijskom funkcijom kamatne stope koja uzima u obzir nestacionarnost, s obzirom da za euro zonu pronalazi znakove nestabilnosti i pogrešne specifikacije tradicionalnog Taylorovog pravila u periodu od 1988. do 2002. godine koristeći kvartalne podatke. Procjenjuje Taylorovo pravilo koristeći kointegracijski pristup, s nominalnom kratkoročnom i dugoročnom kamatnom stopom, inflacijom i jazom outputa.

Ullrich (2003) uspoređuje ponašanje FED-a i ECB-a u periodu od 1999. do 2002. godine, koristeći reakcijsku funkciju na temelju Taylorovog pravila. Uz inflaciju i jaz outputa uključuje i rast novca, promjenu deviznog tečaja i stranu kamatnu stopu. U euro zoni postoji strukturni lom u reakcijskoj funkciji ECB-a. Pokazuje da prije 1999. godine FED nije slijedio Taylorovo pravilo konzistentno, dok nakon 1999. važnu ulogu u određivanju kamatnih stopa igra rast

novčane mase. Štoviše, rezultati istraživanja pokazuju ulogu FED-ove monetarne politike na monetarnu politiku ECB-a, naročito nakon 1999. godine, no suprotno ne vrijedi.

Orphanides (2003) zaključuje da se monetarna politika koju bi preporučio Taylor 1970-ih godina ne razlikuje od stvarne monetarne politike u tom periodu. Slično tomu, monetarna politika za vrijeme 1920-ih te od 1951. godine konzistentno djeluje na temelju Taylorovog pravila. Također, monetarna politika je slijedila Taylorovo pravilo čak i prije Volckera.

Gerdesmeier i Roffia (2004) istražuju može li oslanjanje na *ex post* podatke prilikom procjene reakcijske funkcije za euro zonu u periodu od 1999. do 2003. godine dovesti do drukčijih zaključaka od onih kada bi se koristili stvarni podaci. Koristeći revidirane podatke i unazadna očekivanja, Taylorovo pravilo je stabilizacijsko, dok prilikom procjene pravila s inflacijom i jazom outputa u realnom vremenu, Taylorovo pravilo nije zadovoljeno. Međutim, kad se pravilo procijeni s unaprijednim očekivanjima koristeći SPF, dobije se bolji opis stvarnog ponašanja središnje banke te se vidi stabilizacijsko ponašanje.

Sauer i Sturm (2007) procjenjuju nekoliko instrumentalnih reakcijskih funkcija kako bi odgovorili na pitanje je li ECB vodila stabilizirajuću ili destabilizirajuću politiku u periodu od 1991. do 2003. godine. Promatrajući kroz prizmu Taylorovog pravila, ECB je bila prilagodljiva promjenama inflacije i slijedila destabilizirajuću politiku. Razlog tomu pronalaze u nedostatku unaprijedne perspektive. Pretpostavljajući racionalna očekivanja i koristeći unaprijedne specifikacije pravila, ili koristeći očekivanja dobivena iz anketa rezultira Taylorovim pravilom koje implicira stabilizirajuću ulogu ECB-a.

Van Poeck (2010) istražuje konvergenciju inflacije i poslovnih ciklusa od nastanka monetarne unije kroz Taylorovo pravilo za dvanaest zemalja koristeći godišnje podatke. Koristi prvo Taylorovo pravilo za izračunavanje kamatne stopa svake zemlje, zatim Taylorovo pravilo za izračunavanje kamatne stope na razini EMU, koje onda uspoređuje. Zaključuje kako je u periodu od 2000. do 2009. godine razlika između optimalnih (Taylorovih) kamatnih stopa svake zemlje i na agregiranoj razini EMU sve manja, što se pripisuje konvergenciji inflacije i BDP-a zemalja. Međutim, razlike između zemalja i dalje postoje te nisu neznačajne, što stvara poteškoće ECB-u pri definiranju optimalne kamatne stope koja će odgovarati potrebama svake individualne zemlje.

Orlowski (2010) konstruira instrumentalno pravilo monetarne politike prikladno za otvorene ekonomije koje su u procesu monetarne konvergencije ka jedinstvenom valutnom području. Taylorovo pravilo koje je u skladu s konvergencijom otvorene ekonomije je unaprijedno, u skladu s monetarnim okvirom ciljanja inflacije, sadržava varijable koje su u skladu s pripadajućim varijablama u jedinstvenom valutnom području na temelju Maastricht-skih kriterija, tj. sadrži jaz inflacije, jaz outputa, jaz deviznog tečaja i kamatnu stopu. Empirijsko testiranje je provedeno na Češkoj, Poljskoj i Mađarskoj u periodu od 1999. do 2008. godine, te se pronalaze sustavne razlike u monetarnim politikama ovih zemalja.

Lee (2011) upotrebljava različita pravila kako bi empirijski istražio vođenje monetarne politike od strane ECB-a od 1999. do 2009. godine. Osim originalnog Taylorovog pravila s unaprijed pretpostavljenim koeficijentima, koristi „optimalno“ Taylorovo pravilo u okviru novog Keynesijanskog modela, te ih uspoređuje s implicitnim pravilom za vođenje monetarne politike dobivenim iz istog modela novih Keynesijanaca. Prema originalnom Taylorovom pravilu monetarna politika ECB-a je bila suviše labava, posebno u periodima ekspanzije u euro zoni. Međutim, postoji zanemariva devijacija stvarne monetarne politike od alternativnih pravila izvedenih iz modela novih Keynesijanaca, a koja uključuju očekivanja, posebno u periodima gospodarskog usporavanja.

Hillmann i Wilde (2011) prvo procjenjuju reakcijsku funkciju kroz Taylorovo pravilo na razini euro zone u periodu od 1999. do 2009. godine. U drugom koraku koriste dobivene reakcijske koeficijente iz prvog koraka i koriste ih uz individualne podatke o inflaciji i jazu outputa za svaku zemlju, čime se dobije putanja kamatnih stopa u skladu s Taylorovim pravilom za svaku državu članicu EMU. Time se otkriva hipotetska kamatna stopa svake individualne zemlje, te je moguće usporediti preporučene kamatne stope sa stvarnim kamatnim stopama. U trećem koraku koriste devijacije od Taylorovog pravila u panel analizi od 11 zemalja i zaključuju da odstupanja statistički značajno utječu na bilancu tekućih računa.

Nechio (2011) primjenjuje Taylorovo pravilo na SAD, euro zonu i njezine zemlje članice, te uspoređuje kamatne stope predviđene ovim pravilom sa stvarnim kamatnim stopama. U pravilu koje koristi je kamatna stopa funkcija inflacije i jaza nezaposlenosti. Dijeli zemlje euro zone na zemlje jezgre (Austrija, Belgija, Francuska, Finska, Njemačka, Nizozemska, Italija) i zemlje periferije (Grčka, Irska, Portugal, Španjolska). Procjenjuje preporučene kamatne stope Taylorovim pravilom posebno za svaku grupu zemalja, pri čemu svakoj zemlji dodjeljuje

ponder u skladu s veličinom njenog realnog BDP-a. Zaključuje kako je Taylorovo pravilo u skladu s kamatnim stopama na razini ECB-a kao cjeline. Za zemlje jezgre stvarne kamatne stope su ispod preporučenih, no za zemlje periferije su kamatne stope postavljene previsoko što može ometati njihov gospodarski oporavak.

Schmidt-Hebbel i Muñoz (2012) specificiraju generalizirano Taylorovo pravilo koje sadrži unazadna i unaprijedna inflacijska očekivanja te varijable aktivnosti (nezaposlenost, predviđanje rasta BDP-a) u određivanju kamatne stope središnje banke. Procjenjuju panel modele na temelju mjesečnih podataka od 1994. do 2011. godine za 28 razvijenih zemalja i zemalja u razvoju, te testiraju razlike između pojedinih vrsta zemalja i pojedinih vremenskih razdoblja. Rezultati pokazuju izrazitu perzistenciju kamatnih stopa. Zaključuju da su i inflacija s pomakom i predviđena inflacija značajne i robusne determinante monetarne politike. Iako su rezultati koji se tiču uloge outputa manje robusni, postoji snažan dokaz o ulozi nezaposlenosti s pomakom i predviđenog rasta BDP-a u određivanju kamatnih stopa. Pri testiranju promjene u vođenju monetarne politike prije i nakon krize, zaključuju da monetarna politika pokazuje manju inerciju i reagira jače na varijable kao što su nezaposlenost i rast BDP-a. Zaključuju da kod zemalja koje ciljaju inflaciju središnje banke dodjeljuju značajan ponder predviđanju inflacije u odnosu na predviđanje rasta BDP-a, te od 2002. godine manji ponder uz inflaciju s pomakom, što potvrđuje gledanje unaprijed. Suprotno, središnje banke koje ne ciljaju inflaciju daju značajan ponder predviđanju rasta BDP-a, bez da reagiraju na nezaposlenost ili inflaciju.

Hofmann i Bogdanova (2012) istražuju Taylorovo pravilo (prema (4.2) i isto pravilo s koeficijentom uz jaz outputa $\phi_y = 1$) na agregiranoj globalnoj razini, na agregiranoj razini razvijenih zemalja te agregiranoj razini zemalja u razvoju koristeći kvartalne podatke za 11 razvijenih zemalja i 17 zemalja u razvoju u periodu od 1995. do 2012. godine. Koriste različite mjere inflacije i BDP-a. Rezultati pokazuju sustavnu devijaciju kamatnih stopa središnjih banaka od kamatnih stopa određenim Taylorovim pravilom od početka 2000. godine, za razliku od godina koje su tome prethodile. Također, procjenjuju parametre Taylorovog pravila posebno na agregiranoj razini razvijenih zemalja te agregiranoj razini zemalja u razvoju koristeći Taylorovo pravilo koje uključuje izglađivanje kamatne stope. Naglašavaju da je monetarna politika iz perspektive Taylorovog pravila bila suviše labava na globalnoj razini od početka 2000-tih. Razlog tomu može biti asimetrična reakcija monetarne politike u različitim fazama

financijskih ciklusa u razvijenim zemljama i globalna prelijevanja monetarne politike kroz otpor neželjenim tokovima kapitala i kretanjima tečajeva u zemljama u razvoju.

Neugebauer (2012) uvodi Taylorov model sistemske dinamike za povratnu vezu monetarne politike između realne kamatne stope, inflacije i rasta BDP-a u periodu između 2004. i 2011. godine u Brazilu. Nelinearno Taylorovo pravilo za promjene kamatnih stopa uzima u obzir jaz i dinamiku rasta BDP-a i inflacije te tromost monetarne politike. Rezultati otkrivaju visoki stupanj endogene povratne veze za monetarnu politiku i inflaciju, dok rast BDP-a ostaje izložen egzogenim ekonomskim uvjetima. Rezultati pokazuju da je Brazilska monetarna politika vođena više rastom BDP-a nego inflacijom, unatoč većem koeficijentu uz inflaciju.

Elshamy (2012) procjenjuje reakcijsku funkciju monetarne politike Egipta koristeći se Taylorovim pravilom i njegovom modifikacijom u verziji otvorene privrede dodajući tečaj kao dodatnu varijablu. Koristi kointegracijski pristup kako bi procijenio Taylorovu funkciju u dugom roku te ECM model za procjenu u kratkom roku. Analizira godišnje podatke kroz period od 1970. do 2007. godine. Rezultati pokazuju da su u obje verzije parametri uz inflaciju i jaz BDP-a statistički značajni uz očekivani pozitivan predznak. U modelu otvorene privrede devizni tečaj statistički značajno i negativno utječe na kamatnu stopu središnje banke. Stoga središnja banka Egipta može odgovarati prikladno na jaz ponude i potražnje, vanjsku kompetitivnost i promjene razine cijena temeljeći odluke na Taylorovom pravilu.

Basilio (2013) istražuje vodi li se monetarna politika u 43 promatrane zemlje, u periodu od 1995. do 2012. godine koristeći kvartalne podatke, prema nekom od oblika Taylorovog pravila te donosi zaključke o tome što uzrokuje varijacije u parametrima.

Reichenbachas (2013) analizira monetarnu politiku ECB-a u periodu od 2000. do 2012. godine, kao i individualne potrebe zemalja članica u vidu kamatnih stopa koristeći Taylorovo pravilo. Rezultati pokazuju da su se, s jedne strane, prosječna odstupanja kamatnih stopa smanjila, ali se javlja povećani jaz između individualnih potreba.

Gu (2015) istražuje (ne)mogućnost ECB-a u implementaciji idealne monetarne politike za svaku zemlju članicu EMU. Analiza je provedena u periodu od 1999. do 2014. godine za 11 zemalja euro zone. Prvo definira odstupanja kamatnih stopa zemlje od njezine idealne kamatne stope, pri čemu odstupanja dijeli na dva člana. Prvi član opisuje makroekonomske razlike

između zemlje i ostatka euro zone, a drugi član je ponderirani zbroj odstupanja u ostatku euro zone. Idealnu kamatnu stopu dobiva na temelju Taylorovog pravila. Koristeći odstupanja od idealnih kamatnih stopa za svaku zemlju članicu, istražuje na koji način makroekonomski uvjeti svake zemlje članice utječu na ECB u određivanju monetarne politike, te na koji način ECB-ova monetarna politika utječe na prinose desetogodišnjih obveznica svake zemlje članice.

Sydykova i Stadtmann (2015) izračunavaju kamatne stope na temelju Taylorovog pravila za grupu zemalja, koje uključuju Češku, Mađarsku i Poljsku, uspoređuju ih s kamatnim stopama u euro zoni. Zaključuju da se stupanj heterogenosti drastično smanjio kroz promatrani period od 2005. do 2015. godine. Međutim, poslovni ciklusi još uvijek nisu u potpunosti usklađeni. Kao posljedica, smatraju da je pristupanje EMU prerano te trenutno ne bi trebalo biti opcija.

Maria Caporale et al. (2016) istražuju Taylorovo pravilo u pet zemalja u razvoju koje ciljaju inflaciju: Indonezija (2001-2014), Izrael (1997-2015), Južna Koreja (1998-2015), Tajland (2000-2015) i Turska (2006-2015). Posebni naglasak stavljaju na to može li se monetarna politika točnije opisati uvodeći devizni tečaj u Taylorovo pravilo i nelinearni TAR model. Rezultati pokazuju da reakcija monetarne politike na odstupanja od ciljne inflacije i/ili ciljnog outputa varira u magnitudi i/ili statističkoj značajnosti u režimima visoke i niske inflacije u svim zemljama. Devizni tečaj ima utjecaja u režimu visoke inflacije, dok kod niske inflacije utjecaja nema. Konačno, zaključuju da prošireno nelinearno Taylorovo pravilo bolje zahvaća ponašanje nositelja monetarne politike u ovim zemljama.

Taylorovo pravilo i njegove modifikacije su se istraživali od samih početaka u SAD-u (Taylor, 1993; Clarida et al., 2000; Orphanides, 2003; Coibion i Gorodnichenko, 2011), na razini euro zone (Taylor, 1999b; Gerlach i Schnabel, 2000; Gerlach-Kristen, 2003; Gerdesmeier i Roffia, 2004; Sauer i Sturm, 2007; Van Poeck, 2010; Lee, 2011; Hillmann i Wilde, 2011; Nechio, 2011; Reichenbachas, 2013; Gu, 2015), kod zemalja u razvoju (Taylor, 2000; Neugebauer, 2012; Elshamy, 2012; Maria Caporale et al., 2016) te uspoređujući više zemalja (Clarida et al., 1998; Ullrich, 2003; Schmidt-Hebbel i Muñoz, 2012; Hofmann i Bogdanova, 2012; Basilio, 2013). Postoje brojna istraživanja, većinom u razvijenim zemljama, a manje u zemljama u razvoju, no čini se da ne postoji konsenzus oko toga koju formulaciju Taylorovog pravila koristiti. Neke od modifikacija se temelje na uključivanju očekivanja, vrijednosti inflacije i jaza BDP-a iz prethodnog razdoblja, izglađivanja kamatnih stopa, uključivanje dodatnih varijabli kao što su devizni tečaj i cijene imovina, jaza nezaposlenosti kao aproksimacija jaza BDP-a,

korištenje rasta nezaposlenosti ili rasta BDP-a i sl. Međutim, nijedno istraživanje nije uzimao inflatorna očekivanja procijenjena pomoću neuronske mreže u Taylorovom pravilu. U praksi, rijetko koja središnja banka slijedi instrumentalno pravilo monetarne politike, već koriste puno više informacija nego što su sadržane u pravilima. Pravila za vođenje monetarne politike, međutim, služe kao osnovica za donošenje odluka, tj. za usporedbu i okvire za stvarno vođenje monetarne politike i njenu evaluaciju (Svensson, 1999).

U ovom istraživanju će se pretpostaviti da Taylorovo pravilo uključuje inflatorna očekivanja $E\left\{\pi_{t,k} \mid \Omega_t\right\}$ procijenjena Jordanovom neuronskom mrežom, kao i kamatnu stopu iz prethodnog razdoblja. Time model postaje:

$$i_t = i^* + \phi_\pi \left(E\left\{\pi_{t,k} \middle| \Omega_t\right\} - \pi^* \right) + \phi_y E\left\{y_{t,k} \middle| \Omega_t\right\} + \phi_i i_{t-1} \tag{4.5}$$

pri čemu je ϕ_i parametar uz kamatnu stopu s jednim vremenskim pomakom kojeg je također potrebno procijeniti. Očekuje se da je $0 < \phi_i < 1$ zbog pozitivne autokorelacije. Ako se uvede supstitucija $i_t = \Delta i_t + i_{t-1}$ dobije se preformulirani oblik Taylorovog pravila:

$$\Delta i_t = i^* + \lambda i_{t-1} + \phi_\pi \left(E\left\{\pi_t \mid \Omega_{t-1}\right\} - \pi^* \right) + \phi_y \left(E\left\{y_t \mid \Omega_{t-1}\right\} - y^* \right) \tag{4.6}$$

Jednadžba (4.6) omogućuje de se istraži postoji li konvergencija kamatnih stopa na razini zemalja euro zone. Analitički izraz jednadžbe (4.6) po definiciji odgovara tzv. modelu uvjetne konvergencije (prema (4.1)). Konvergencija postoji ako je $\lambda < 0$. Naime, ako vrijedi da je $0 < \phi_i < 1$ i $\lambda = \phi_i - 1$, slijedi da je $\phi_i = \lambda + 1$, pa $0 < \lambda + 1 < 1$, tj. $-1 < \lambda < 0$. Stoga se može provesti jednosmjerni test na donju granicu testirajući je li λ statistički značajno manji od nule (Arghyrou et al., 2009; Ickes, 2008; Faith, 2013).

5. MODELIRANJE OČEKIVANE INFLACIJE POMOĆU NEURONSKE MREŽE I ANALIZA KONVERGENCIJE KAMATNIH STOPA

5.1. Opis uzorka i testiranje pretpostavki linearnog modela

Kao što je već naglašeno u drugom i trećem poglavlju, često su narušene dvije osnovne pretpostavke od kojih se polazi pri modeliranju i prognoziranju vremenskih nizova. To su linearnost i normalnost. Naime, odnosi među varijablama često nisu linearni niti su same varijable normalno distribuirane. Uzroci narušavanja navedenih pretpostavki su prethodno objašnjeni, a posljedica je što *F* i *t* testovi značajnosti varijabli procijenjenog ekonometrijskog modela nisu valjani, tj. dobiva se prividna slika o smjeru i značajnosti utjecaja nezavisnih varijabli (inputa) na izabranu zavisnu varijablu (output). Navedeni problemi se mogu izbjeći ako se koriste neparametarske metode u analizi vremenskih nizova, posebice neuronske mreže. U tom kontekstu želi se točno identificirati struktura neuronske mreže koja će imati najveću prediktivnu sposobnost, tj. koja će dati najtočnije prognostičke vrijednosti očekivane inflacije. Također, na temelju ograničenja i nedostataka dosadašnjih pristupa u mjerenju i prognoziranju inflacijskih očekivanja (pomoću anketa profesionalnih prognostičara, anketa potrošača ili pomoću tradicionalnih ekonometrijskih modela) došlo se do nužnosti primjene neuronskih mreža. Stoga će se neuronske mreže u ovom doktorskom radu upotrijebiti kao ekonometrijski alat te će se vrijednosti očekivane inflacije, kao outputi neuronske mreže, uključiti kao vrijednosti inputa u preformulirani oblik Taylorovog pravila s ciljem analize konvergencije kamatnih stopa na razini zemalja euro zone.

Kako bi se zahvatili svi aspekti inflacije polazi se od teorijskog modela koji uključuje karakteristike inflacije potražnje i inflacije troškova (Bruno, 1993), tj. polazi se od modela (3.10) definiranog u 3. poglavlju:

$$\pi_t = \phi_0 + \phi_1 \pi_{t-1} + \phi_2 \mu_t + \phi_3 \omega_t + \phi_4 \varepsilon_t + \nu_t$$

pri čemu je π_t stopa inflacije u tekućem razdoblju, π_{t-1} stopa inflacije iz prethodnog razdoblja, μ_t stopa monetarne ekspanzije, ω_t stopa promjene troškova rada, ε_t stopa deprecijacije, dok ν_t obuhvaća šokove ponude i potražnje. U navedenom modelu stopa monetarne ekspanzije je financijska varijabla, stopa promjene troškova rada je varijabla tržišta rada, dok stopa stopa deprecijacije deviznog tečaja predočuje eksterni faktor.

Na agregiranoj razini zemalja euro zone u periodu od siječnja 1999. do siječnja 2017. godine prikupljeni su mjesečni podaci. Varijable i indikatori te izvor podataka su prikazani u Tablici 5.1.

Tablica 5.1. Varijable, indikatori i izvor podataka

Varijabla	Indikator	Izvor podataka
Zavisna varijabla i inercijski faktor	HICP (2015=100)	ECB
Financijska varijabla	Novčana masa M3	ECB
Varijabla tržišta rada	Troškovi rada po zaposlenom	ECB
Eksterni faktor	NEER 19 (2010=100)	ECB

Izvor: izradila autorica

Model (3.10) je samo početni model višestruke linearne regresije na temelju kojeg se testiraju pretpostavke linearnost i normalnost. Ako su pretpostavke linearnosti i normalnosti narušene, početni model se proširuje dodavanjem skrivenog sloja između inputa i outputa. Time se dobiva troslojna neuronska mreža koja je pogodna za prognoziranje inflacije jer ima karakteristike neparametarskih modela. U tom kontekstu će se analizirati dva modela neuronskih mreža, jednosmjerna i povratna. Model jednosmjerne troslojne neuronske mreže je oblika

$$\pi_t = f\left(\phi_{co} + \sum_{h=1}^{q} \phi_{oh} g\left(\phi_{ch} + \phi_1 \pi_{t-1} + \phi_2 \mu_t + \phi_3 \omega_t + \phi_4 \varepsilon_t\right)\right) + v_t, \tag{5.1}$$

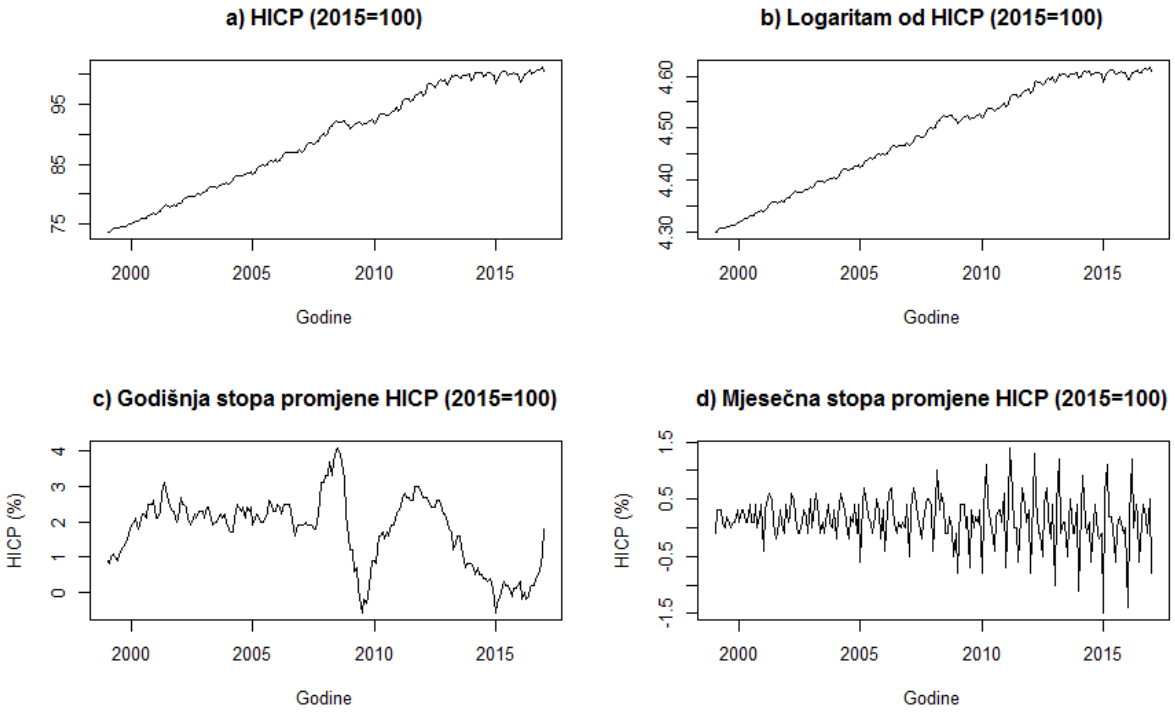
dok je model povratne Jordanove neuronske mreže oblika:

$$\pi_t = f\left(\phi_{co} + \sum_{h=1}^{q} \phi_{oh} g\left(\phi_{ch} + \phi_1 \pi_{t-1} + \phi_2 \mu_t + \phi_3 \omega_t + \phi_4 \varepsilon_t + \phi_{rh} v_{t-1}\right)\right) + v_t, \tag{5.2}$$

U svrhu procjene navedenih modela korištena je programska potpora „*R*“. Pomoću programa „*R*“ provest će se i cijelo empirijsko istraživanje.

Harmonizirani indeks potrošačkih cijena (engl. *Harmonized Indices of Consumer Prices* - HICP) je ekonomski indikator promjene u potrošačkim cijenama roba i usluga. Daje jedinstvenu i harmoniziranu mjeru inflacije u euro zoni, u EU, u Europskom gospodarskom prostoru (EEA) te za sve ostale zemlje uključujući i zemlje kandidate. Trend kretanja Harmoniziranog indeksa potrošačkih cijena je rastući u razdoblju od siječnja 1999. do siječnja 2017. godine što se može vidjeti iz Slike 5.1.a koja prikazuje stvarne (izvorne) vrijednosti indeksa ili na temelju Slike 5.1.b koja prikazuje logaritmirane vrijednosti indeksa. Ovi vremenski nizovi su nestacionarni. Dinamika kretanja HICP-a izražava se preko godišnjih i mjesečnih stopa promjene. Stope primjene često nisu stacionarne jer slijede proces slučajnog hoda (engl. *random walk*) i varijanca niza nije konstantna, tj. treba provjeriti da li vremenski

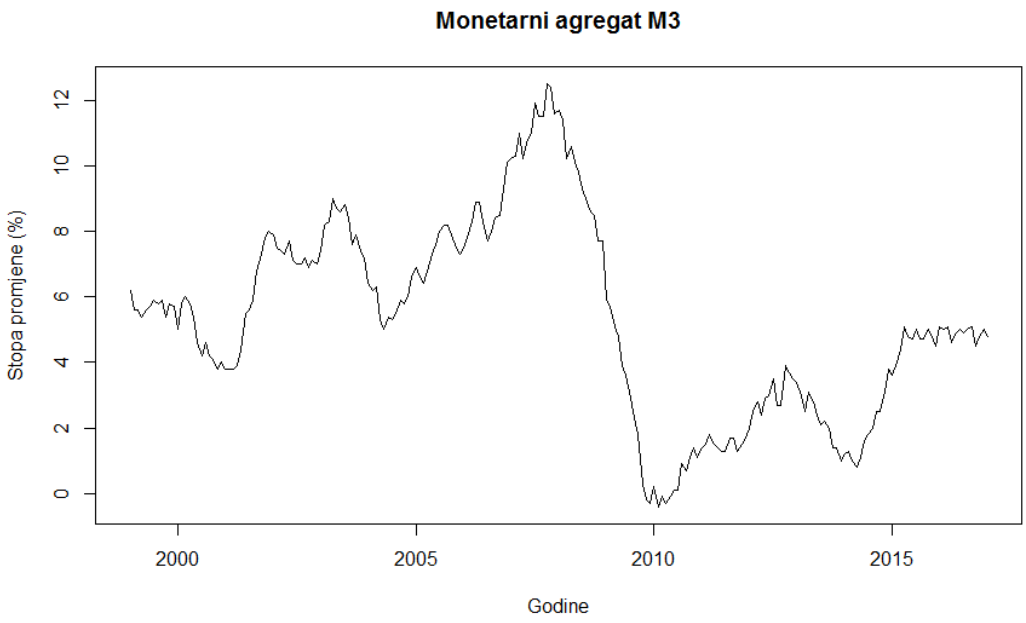
niz sadrži jedinični korijen (engl. *unit root*). Godišnje stope inflacije mjerene pomoću harmoniziranog indeksa potrošačkih cijena - HICP (baza 2015. godina) na mjesečnoj razini zemalja euro zone su prikazane na Slici 5.1.c. Period od 1999. do 2008. godine je obilježila niska i stabilna inflacija od oko 2% godišnje. Nakon toga slijedi turbulentan period koji karakterizira najveći godišnji rast cijena zabilježen u 2008. godini, nakon čega slijedi pad cijena u 2009. godini te ponovni rast cijena do razine od oko 3% u 2012. godini. Stopa inflacije od 2012. do 2015. godine ponovno opada, a period nakon 2015. godine obilježava razdoblje deflacije, niskih stopa inflacije i konačnog rasta inflacije. ECB je svoj cilj postigla na kraju 2016. godine. Tada je gospodarstvo bilo najstabilnije otkako je započela kriza uz povratak godišnjih stopa inflacije na vrijednost od 2%. Mjesečna kretanja Harmoniziranog indeksa potrošačkih cijena potvrđuju povećanu volatilnost inflacije u posljednjih 7 godina (Slika 5.1.d). Godišnja stopa inflacije na mjesečnoj razini je zavisna varijabla u modelu (Slika 5.1.c).



Slika 5.1. a) Izvorne vrijednosti HICP-a, b) Logaritmirane vrijednosti od HICP-a, c) Godišnje stope inflacije, d) Mjesečne stope inflacije - na mjesečnoj razini zemalja euro zone od siječnja 1999. do siječnja 2017. godine
Izvor: izradila autorica na temelju izvora
http://sdw.ecb.europa.eu/quickview.do?SERIES_KEY=122.ICP.M.U2.N.000000.4.ANR [13.05.2017]

Kao financijska varijabla koristi se stopa promjene **monetarnog agregata M3** (Slika 5.2.). M3 predstavlja novčanu masu, a obuhvaća gotov novac izvan kreditnih institucija, depozite ostalih financijskih institucija kod središnje banke, te depozitni novac kod kreditnih institucija (bez središnje države), štedne depozite kod poslovnih banaka i štedne depozite kod ostalih kreditnih

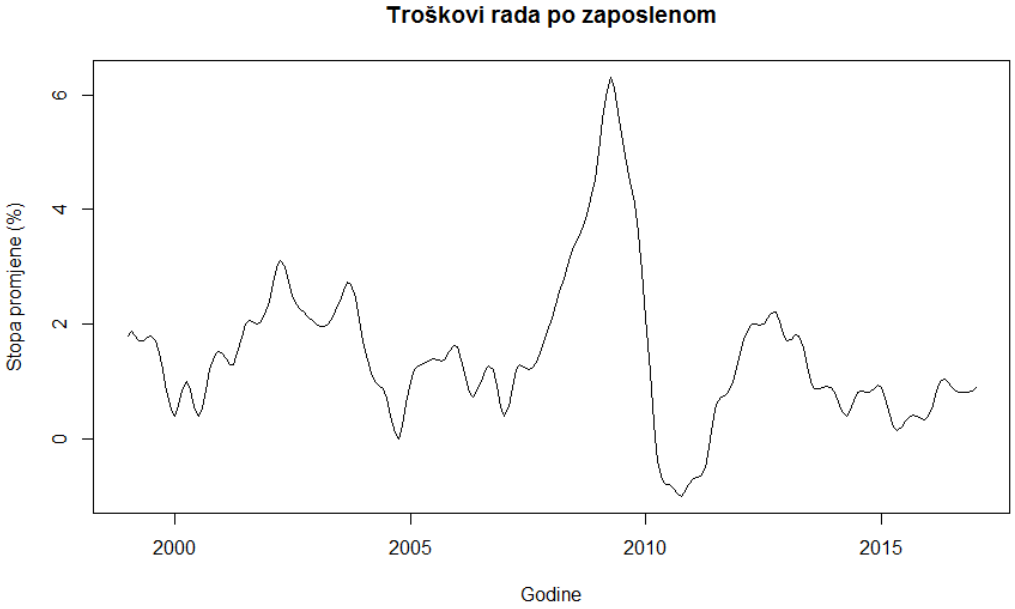
institucija. M3 predstavlja ukupna likvidna sredstva, tj. sredstva raspoloživa do godinu dana. M3 monetarni agregat je dobar indikator u srednjem roku zbog stabilnosti i informacija koje nudi u pogledu srednjoročnog kretanja cijena. Stoga Upravljačko vijeće ECB-a ističe ulogu monetarnog agregata M3 u strategiji monetarne politike.



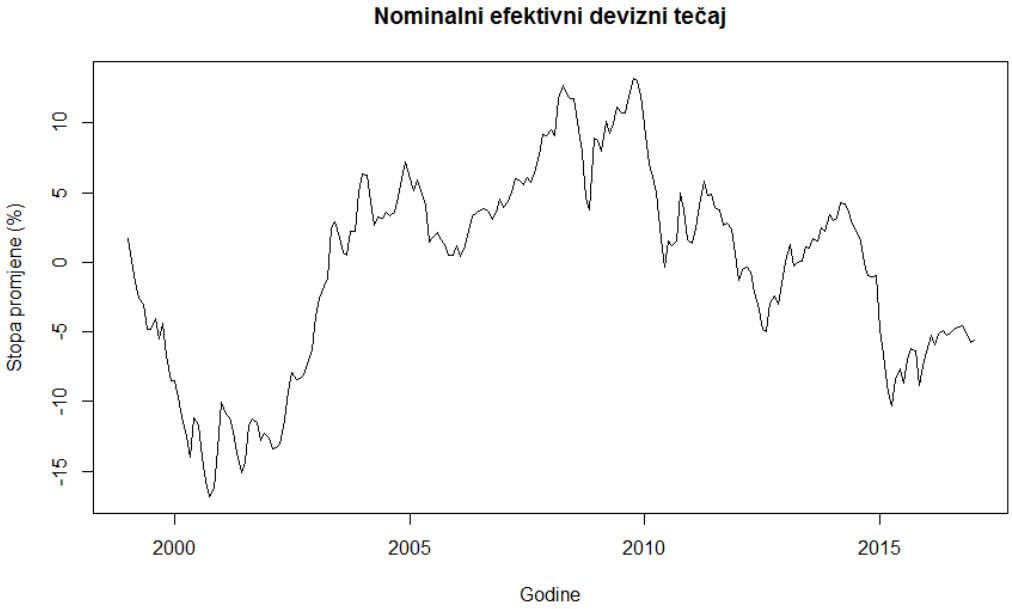
Slika 5.13. Stope promjene monetarnog agregata M3 (u %) na mjesečnoj razini zemalja euro zone od siječnja 1999. do siječnja 2017. godine
Izvor: izradila autorica na temelju izvora
http://sdw.ecb.europa.eu/quickview.do?SERIES_KEY=117.BSI.M.U2.Y.V.M30.X.I.U2.2300.Z01.A
[13.05.2017]

Umjesto plaća koriste se **troškovi rada po zaposlenom** kao pokazatelj kretanja na **tržištu rada**. Ova varijabla je dostupna na kvartalnoj razini. Kako bi se dobili mjesečni podaci računa aproksimacija vrijednosti varijeble pomoću polinoma trećeg stupnja, tj. primjenjuje se interpolacija krivulje (engl. *spline interpolation*) korištenjem programske potpore „*R*“. Kretanje dobivene varijable je prikazano na Slici 5.3.

Kao indikator eksternih faktora koristi se **nominalni efektivni devizni tečaj** (engl. *nominal effective exchange rate* – NEER 19). Nominalni efektivni devizni tečaj je ponderirani tečaj domaće valute u odnosu na grupu valuta 19 glavnih vanjskotrgovinskih partnera, a pokazuje relativnu vrijednost domaće valute u odnosu na ostale valute kojima se trguje u području euro zone (Slika 5.4.). Porast indeksa nominalnog efektivnog deviznog tečaja označava aprecijaciju dok pad označava deprecijaciju domaće valute.



Slika 5.3. Stope promjene troškova rada po zaposlenom (u %) na mjesečnoj razini zemalja euro zone od siječnja 1999. do siječnja 2017. godine
Izvor: izradila autorica na temelju izvora
http://sdw.ecb.europa.eu/quickview.do?SERIES_KEY=320.MNA.Q.Y.I8.W2.S1.S1._Z.ULC_PS._Z._T._Z.EUR.D.GY [13.05.2017]



Slika 5.4. Nominalni efektivni devizni tečaj (u %) na mjesečnoj razini zemalja euro zone od siječnja 1999. do siječnja 2017. godine
Izvor: izradila autorica na temelju izvora
http://sdw.ecb.europa.eu/browseChart.do?dc=&removeItem=&ec=&rc=&node=9691301&oc=&df=true&FREQ=M&pb=&legendNor=&activeTab=&SERIES_KEY=120.EXR.M.E5.EUR.EN00.A&legendRef=reference&DATASET=0&DATASET=1&trans=N [13.05.2017]

Nakon grafičkog prikaza varijabli korištenih u istraživanju, za svaku pojedinačno izračunani su deskriptivno statistički pokazatelji. Uz uobičajene pokazatelje provedeni su testovi normalnosti, testovi stacionarnosti i test nezavisnosti. Test normalnosti je J-B test (engl. *Jarque-Berra*), tj. dvoparametarski test koji se temelji na mjerama asimetrije i zaobljenosti. Testovi stacionarnosti su prošireni test jediničnog korijena ADF (engl. *Augmented Dickey-Fuller*) i PP test (engl. *Phillips-Perron*). Test nezavisnosti je BDS test (engl. *Brock, Dechert and Scheinkman*) kojim se testira pretpostavka da su varijable uzorka vremenskog niza jednako i nezavisno distribuirane. Ako se nulta hipoteza BDS testa odbacuje donosi se zaključka o nelinearnosti vremenskog niza. Rezultati testiranja su dani u Tablici 5.2.

Tablica 5.2. Deskriptivna statistika varijabli

	π_t (%)	μ_t (%)	ω_t (%)	ε_t (%)
Broj opažanja	217	217	217	217
Aritmetička sredina	1.7470	5.2995	1.4755	-0.3859
Minimum	-0.60	-0.40	-1.00	-16.81
Maksimum	4.10	12.50	6.30	13.19
Donji kvartil	1.00	2.90	0.80	-5.28
Gornji kvartil	2.40	7.50	2.00	4.31
Standardna Devijacija	0.9907	3.0228	1.2947	7.0683
Asimetrija	-0.4319	0.1652	1.2291	-0.3375
Zaobljenost	-0.3744	-0.6081	2.6504	-0.6268
J-B test	8.0530**	4.4691	113.2400***	7.7660**
ADF test (broj pomaka=5)	-3.3230*	-2.4016	-3.6286**	-1.4588
PP Z test (broj pomaka=4)	-14.6280	-5.0441	-11.7970	-5.4323
BDS test p-vrijednost	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01

Napomena: ***, ** i * označavaju signifikantnost na razini 1%, 5% i 10% značajnosti
Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Na promatranom uzorku od siječnja 1999. do siječnja 2017. koji sačinjava 217 mjesečnih opažanja prosječna vrijednost godišnje stope inflacije je 1.74% sa standardnom devijacijom od 0.99%. Vrijednosti inflacije su se kretale u rasponu od -0.6% do 4.1%. Na temelju koeficijenta asimetrije koji je manji od 0 zbog čega postoji ljevostrana asimetrija te na temelju koeficijenta zaobljenosti koji je manji od 0 zbog čega se zaključuje da je distribucija tupog oblika, može se zaključiti da distribucija nije normalnog oblika. Naime, nulta hipoteza Jarque-Berra testa (J-B) pretpostavlja normalnu distribuciju varijable. Na temelju J-B testovne veličine od 8.053 te empirijske razine signifikantnosti χ^2 distribucije manje od 5% odbacuje se nulta hipoteza. Također, proveden je prošireni test jediničnog korijena ADF, pri čemu nulta hipoteza ADF testa pretpostavlja da je vremenski niz nestacionaran. Na temelju ADF testovne veličine od -3.323

te empirijske razine signifikantnosti *t* distribucije veće od 10% može se prihvatiti nulta hipoteza. Osim toga, proveden je i Phillips-Perron Z test (PP), pri čemu nulta hipoteza pretpostavlja da varijabla nema jedinični korijen, tj. vremenski niz je stacionaran. Na temelju PP testovne veličine od -14.628 te empirijske razine signifikantnosti *z* distribucije manje od 10% može se odbaciti nulta hipoteza. Testiranje nulte hipoteze da je varijabla identično i nezavisno distribuirana (engl. *identically and independently distributed* - *i.i.d.*) provedena je pomoću BSD testa, tj. Brock Dechert Scheinkman testa. BSD test pokazuje da se na temelju empirijske razine signifikantnosti *z* distribucije manje od 1% odbacuje nulta hipoteza. Može se zaključiti da inflacija nije normalno distribuirana varijabla, nestacionarna je (nema konstantno očekivanje niti konstantnu varijancu), a varijable vremenskog niza inflacije nisu nezavisno distribuirane, tj. vremenski niz je nelinearan. Isti testovi su provedeni i za ostale varijable kao i za inflaciju. Svi rezultati upućuju da su pretpostavke normalnosti, stacionarnosti i linearnosti narušene, što dovodi do nužnosti primjene neuronskih mreža.

Tablica 5.3. Procjena modela linearne regresije s testiranjem pretpostavki modela

Parametar	Procjena parametra
φ_0	0.131910*** (0.0497416)
π_{t-1}	0.945716*** (0.0235921)
μ_t	0.010778* (0.0063356)
ω_t	-0.05605*** (0.0138388)
ε_t	0.000173 (0.0024953)
Standardna pogreška (df=187)	0.2386
Koeficijent determinacije	0.9231
F-test (4,187)	561.2***
BDS test (p-vrijednost)	<0.1
J-B test	7.4523**
Teräsvirta NN test (30,158)	2.7219***
White NN test (2,186)	3.1127**

Napomena: ***, ** i * označavaju signifikantnost na razini 1%, 5% i 10% značajnosti, standardne pogreške procjena parametara su dane u zagradama.
Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Do sada navedeni testovi korišteni su prije procjene modela (engl. *pre estimation*) da bi se ispitala svojstva vremenskih nizova, tj. varijabli korištenih u analizi. Zbog narušenih pretpostavki o normalnosti i linearnosti te stacionarnosti varijabli očekuje se da će i pretpostavke modela, koje se odnose na rezidualna odstupanja, također biti narušene. Dakle,

nakon procjene modela (engl. *post estimation*) koriste se isti dijagnostički testovi da bi se utvrdila prikladnost procijenjenog modela. Dijagnostička provjera procijenjenog modela vrši se na rezidualima. Stoga se u sljedećem koraku procjenjuje linearni regresijski model kojim se opisuje ovisnost inflacije o inflaciji s jednim vremenskim pomakom, novčanoj masi M3, troškovima rada te deviznom tečaju kao u početnom modelu i to samo u periodu od siječnja 1999. do prosinca 2014. godine (Tablica 5.3.). Naime, cijeli uzorak je podijeljen na dva dijela. Prvi dio sadrži podatke od siječnja 1999. do prosinca 2014. godine, tj. 192 opažanja ili 16 godina podataka, a odnosi se na dio koji se koristi za procjenu modela, tzv. „*in-the-sample*“ dio. Drugi dio sadrži podatke od siječnja 2015. do siječnja 2017. godine, tj. 25 opažanja, a predstavlja dio koji se koristi za prognoziranje, tzv. „*out-of-sample*“ dio. Model je procijenjen i na temelju cijelog uzorka te daje slične rezultate.

Procijenjeni parametar uz inflaciju s pomakom iznosi 0.945716 (Tablica 5.3.) te pokazuje visoku perzistentnost inflacije, tj. visoku pozitivnu autokorelaciju. Stopa monetarne ekspanzije ima očekivano pozitivan predznak utjecaja, jer porast novčane ponude koji smanjuje kamatnu stopu pozitivno utječe na investicije, agregatnu potražnju i output što povećava inflacijske pritiske. Procijenjeni parametar je statistički značajan pri 10% signifikantnosti. Stopa deprecijacije kao i stopa rasta troškova rada imaju predznak suprotan očekivanom, što može biti posljedica zanemarene nelinearnosti, tj. pogrešne specifikacije početnog modela. Međutim, model je „reprezentativan“ zbog relativno visoke vrijednosti koeficijenta determinacije što upućuje na visoku protumačenost modela. Koeficijent determinacije je često prividan pokazatelj reprezentativnosti budući da je njegova vrijednost visoka samo zbog uključenosti velikog broja varijabli u model. Testiranjem je provjereno da ne postoji problem multikolinearnosti u modelu. Nadalje, provedeno je testiranje normalnosti reziduala pomoću J-B testa. Na temelju testovne veličine od 7.4523 te empirijske razine signifikantnosti χ^2 distribucije manje od 5% može se odbaciti nulta hipoteza. Također je proveden BDS test za testiranje da li su reziduali normalno i identično distribuirani. Ako se nulta hipoteza odbacuje zaključuje se da je linearni model pogrešno specificiran. S obzirom da se nulta hipoteza može odbaciti pri 10% signifikantnosti, BDS test dokazuje da postoji nelinearna struktura u podacima. Na temelju J-B i BDS testa može se zaključiti da reziduali nisu normalno i nezavisno distribuirane slučajne varijable tj. pretpostavke linearnog modela nisu zadovoljene. Za testiranje nelinearnosti dodatno se koriste Teräsvirta i White testovi nelinearnosti u neuronskim mrežama. Naime, jednosmjerne neuronske mreže same po sebi uključuju nelinearne

komponente između inputa i outputa, a istovremenim uključivanjem i linearne komponente u jednosmjernu neuronsku mrežu moguće je testirati nelinearnost. Nultom hipotezom Teräsvirta i White NN testova se pretpostavlja da su težine iz skrivenog sloja jednake nuli. Ako se nulta hipoteza ne odbacuje može se zaključiti da ne postoji nelinearan oblik povezanosti između promatranih varijabli. Na temelju testovne veličine Teräsvirta NN testa od 2.7219 te na temelju empirijske razine signifikantnosti *F* distribucije manje od 1% može se odbaciti nulta hipoteza. Također na temelju White NN testovne veličine od 3.1127 te na temelju empirijske razine signifikantnosti *F* distribucije manje od 5% može se odbaciti nulta hipoteza. Stoga se može zaključiti da je ovaj linearni model pogrešno specificiran jer je zanemarena nelinearnost. Korištenje tradicionalnih nelinearnih modela zahtjeva da se unaprijed pretpostavi funkcionalni oblik nelinearnosti, kao i stanja režima s obzirom na utvrđeni prag, što je glavni nedostatak takvih modela. Također se zahtjeva da su vremenski nizovi stacionarni. Stoga, u uvjetima kada je funkcionalni oblik nelinearnosti nepoznat i kada zavisna varijabla (inflacija) nema navedena svojstva, potrebno je koristiti neparametarske modele. Nastojeći objediniti prednosti parametarskih i neparametarskih modela u analizi vremenskih nizova, javlja se potreba za primjenom semi-parametarskog pristupa, tj. neuronskih mreža.

5.2. Proces modeliranja jednosmjerne neuronskih mreža

Jednosmjerna neuronska mreža, kao i povratna, se sastoji od neurona i veza između njih. Postoje tri vrste neurona; u ulaznom sloju, skrivenom sloju i izlaznom sloju. U ulaznom sloju se nalaze inputi koji predočuju vektor nezavisnih varijabli u modelu neuronske mreže. Svaki input je povezan sa svim neuronima u skrivenom sloju. Na temelju vrijednosti inputa i pripadajućih težina, skriveni neuroni vrše nelinearnu transformaciju pomoću prijenosne funkcije. Svaki neuron u skrivenom sloju je dalje povezan sa svakim neuronom u sljedećem sloju. Ako se radi o troslojnoj neuronskoj mreži, tada je taj sljedeći sloj izlazni, tj. svaki neuron u skrivenom sloju je povezan s outputom (ili outputima). Na temelju vrijednosti izlaza iz skrivenog sloja i pripadajućih težina, vrši se (ne)linearna transformacija pomoću prijenosne funkcije u izlaznom sloju te se izračunavaju vrijednosti outputa, tj. očekivane vrijednosti zavisne varijable (inflacije). Ovo predstavlja tzv. fazu unaprijednog prostiranja. Očekivane (prognostičke) vrijednosti, tj. outputi iz neuronske mreže se uspoređuju sa stvarnim (ciljnim) vrijednostima outputa, a njihova razlika predstavlja prognostičku pogrešku, tzv. rezidualno odstupanje. Prognostička pogreška, tj. razlika između stvarnog (ciljnog) i očekivanog outputa se tada koristi za korigiranje parametara mreže. Parametri mreže su težine koje se korigiraju

prema BP algoritmu učenja sve dok se ne postigne minimalna pogreška. Općenito, korigiranje težina se računa pomoću jednadžbi (2.60) i (2.67) definiranih u drugom poglavlju. Mreža uči sve dok se ne dostigne minimalna pogreška na uzorku za treniranje ili unaprijed definirani broj iteracija.

5.2.1. Identifikacija strukture jednosmjerne neuronske mreže

Jednosmjerna neuronska mreža je najčešće korištena u empirijskim istraživanjima zbog svojih karakteristika i dobrih performansi te čuvenog svojstva o univerzalnom aproksimatoru (Zell et al., 1998). **Identifikacija strukture jednosmjerne neuronske mreže** podrazumijeva odabir inputa i outputa, definiranje broja skrivenih slojeva kao i broja neurona u skrivenim slojevima, definiranje prijenosne funkcije i funkcije cilja, vrste algoritma, te odabir veza između inputa, skrivenih neurona i outputa. Ako je poznata funkcija koju se želi procijeniti, moguće je izvršiti odabir pojedinih dijelova strukture neuronske mreže na temelju teorijskih spoznaja. Međutim često je potrebno procijeniti više različitih neuronskih mreža kako bi se došlo do „optimalne“ mreže s najvećom prediktivnom sposobnosti. Naime, ne postoji jasno definirani pristup ili opće prihvaćena metoda odabira najbolje neuronske mreže. Ono što je potrebno uzeti u obzir prilikom modeliranja, objašnjeno je u nastavku.

Odabir inputa ovisi o samoj ekonomskoj teoriji i konkretnom slučaju primjene, tj. potrebno je odabrati optimalan broj nezavisnih varijabli koje najbolje opisuju ponašanje zavisne varijable, tj. outputa. Definiranje broja inputa zahtjeva dobro poznavanje konkretnog problema i same teorije. Pri tome je potrebno pripaziti na tzv. problem predetermininanosti neuronske mreže. Naime, povećanje broja inputa u modelu može dovesti do prevelike dimenzije modela što može utjecati na performanse neuronske mreže. Stoga, prije same procjene težina neuronske mreže potrebno je ograničiti broj inputa u modelu, tj. voditi se načelom parsimonije. Odabir outputa, pak ovisi o predmetu istraživanja.

Na temelju ekonomske teorije i teorijskog modela (3.10) u ovom istraživanju je definiran jedan output, tj. godišnja stopa inflacije na mjesečnoj razini, te četiri inputa, tj. nezavisne varijable. To su stopa inflacije s jednim vremenskim pomakom, stopa monetarne ekspanzije, stopa promjene troškova rada te stopa deprecijacije. Tako su definirani inercijski faktor, financijski faktor, faktor tržišta rada i eksterni faktor kao glavne determinante očekivane inflacije. Nakon definiranja inputa i outputa, potrebno je provesti **transformaciju varijabli** kako bi se osigurala

stabilnost konvergencije algoritma učenja neuronske mreže te se u ovom radu koristi normalizacija kao najčešće korištena transformacija. Normalizacija se koristi za većinu neuronskih mreža bez obzira na prijenosnu funkciju. Centriranje se najčešće primjenjuje kod korištenja tangens-hiperbolne prijenosne funkcije te prijenosnih funkcija arkus tangens, sinus i kosinus. Linearna transformacija se koristi kod primjene logističke prijenosne funkcije te „*softmax*“ i *Gaussove* prijenosne funkcije. Nakon procjene modela vrši se denormalizacija outputa kako bi se dobivene vrijednosti usporedile sa stvarnim vrijednostima outputa.

Jednosmjerna neuronska mreža će se procjenjivati korištenjem logističke **prijenosne funkcije** u skrivenom sloju kao najčešće korištene u empirijskim istraživanjima, te korištenjem linearne prijenosne funkcije u izlaznom sloju. U programskom paketu „*R*“ u ovisnosti o vrsti neuronske mreže postoje različite prijenosne funkcije među kojima su najčešće korištene za jednosmjerne neuronske mreže logistička, tangens-hiperbolna, identiteta, tj. linearna, sinusoidna, eksponencijalna, a za Jordanovu neuronsku mrežu logistička. Programski paket „*R*“ preporučuje logističku prijenosnu funkciju u skrivenom sloju za Jordanovu neuronsku mrežu, dok se u izlaznom sloju često koristi linearna prijenosna funkcija u analizi vremenskih nizova. S obzirom da se žele dobiti usporedivi modeli, za jednosmjernu neuronsku mrežu se također koristi logistička prijenosna funkcija u skrivenom sloju i linearna prijenosna funkcija u izlaznom sloju.

Nadalje, potrebno je osigurati dovoljan **broj opažanja** u uzorku za treniranje. Opće pravilo je da postoji barem deset puta više opažanja u odnosu na broj inputa u modelu kako bi se dobile stabilne procjene parametara, uz uvjet da postoji nizak stupanj varijabilnosti podataka. Ako model ne daje dobre rezultate, potrebno je, ako je moguće, povećati uzorak. Konačno, veličina uzorka ovisi o kompleksnosti funkcije koju je potrebno procijeniti kao i o varijabilnosti greške modela. U ovom istraživanju uzorak će se podijeliti na dva poduzorka. Prvi poduzorak služi za procjenu neuronske mreže „*in-the-sample*“, dok drugi poduzorak služi za prognoziranje „*out-of-sample*“, tj. testiranje prediktivnih sposobnosti nakon procjene neuronske mreže. Pri tome se prvi poduzorak dodatno dijeli na dva dijela: dio za treniranje i dio za validaciju. Podjela uzorka na treniranje i validaciju će se kod svih neuronskih mreža definirati kao omjer 70/30 što podrazumijeva da se 70% podataka iz prvog poduzorka koristi za treniranje neuronske mreže, a preostalih 30% podataka za validaciju. To je jedan od najčešće korištenih omjera za podjelu podataka na dio za treniranje i dio za validaciju. Arnerić et al. (2014) su pokazali da upravo omjer 70/30 daje najmanje vrijednosti greški modela na svim poduzorcima u odnosu na druge

omjere. U konkretnom slučaju primjene poduzorak za procjenu neuronske mreže "*in-the-sample*" sadrži mjesečne podatke od siječnja 1999. do prosinca 2014. godine, tj. 192 mjesečna opažanja, pri čemu se njih 134 odnosi na dio za treniranje, a njih 58 na dio za validaciju. Poduzorak za prognoziranje i testiranje „*out-of-sample*" sadrži podatke od siječnja 2015. do siječnja 2017. godine, tj. 25 mjesečnih opažanja.

Dodatan parametar kojeg je potrebno definirati u neuronskoj mreži je broj skrivenih neurona**.** **Odabir neurona u skrivenom sloju** zahtjeva drukčiji pristup u odnosu na odabir inputa. Konkretno, u jednosmjernoj troslojnoj neuronskoj mreži broj parametara koje je potrebno procijeniti iznosi $k = q(p+1)+q+1$, pri čemu je p broj inputa, a q broj skrivenih neurona. To znači da uz fiksni broj inputa, povećanje broja skrivenih neurona dovodi do prevelikog broja parametara koje je potrebno procijeniti. Stoga je u konkretnom slučaju primjene prvo potrebno odrediti optimalan broj skrivenih slojeva, a onda i broj skrivenih neurona u svakom skrivenom sloju. Najčešće je najbolji model neuronske mreže ujedno i najjednostavniji sa samo jednim skrivenim slojem. Ako model ne daje zadovoljavajuće performanse, tada se kompleksnost i fleksibilnost neuronske mreže može povećati dodavanjem neurona u tom skrivenom sloju. Međutim, prevelik broj skrivenih neurona može dovesti do problema predeterminiranosti modela. Preporučuje se koristiti neuronsku mrežu minimalne veličine, no broj skrivenih neurona bi trebao biti dovoljno velik kako bi neuronska mreža dobro naučila željeno preslikavanje, ali ne prevelik da neuronska mreža predobro memorira uzorak za treniranje čime se smanjuje njena prediktivna sposobnost. Za određivanje broja skrivenih neurona q postoji više radnih pravila koja uzimaju u obzir veličinu uzorka N, broj inputa p te broj outputa m, no ne postoji općeprihvaćeno pravilo. S obzirom da različita pravila daju različitu preporuku za „idealan" broj skrivenih neurona u ovom istraživanju definira se raspon za izbor skrivenih neurona u jednom skrivenom sloju. Naime, navedena pravila preporučuju da broj skrivenih neurona bude u rasponu od 2 do 5.36, što se može zaokružiti na 5 (Tablica 5.4.). Stoga će se u ovom doktorskom radu procjenjivati neuronske mreže počevši od jednog skrivenog neurona do uključujući najviše 5 u troslojnoj neuronskoj mreži.

Tablica 5.4. Radna pravila za određivanje optimalnog broja skrivenih neurona

Broj skrivenih neurona	$q=\frac{N}{10(m+p)}$	$q=\frac{N}{5(m+p)}$	$q=\sqrt{pm}$	$q=\frac{p}{2}$	$q=\frac{3p}{4}$
Optimalan q	2.68	5.36	2	2	3

Izvor: izradila autorica

Nakon odabira inputa, outputa i njihove normalizacije, te nakon definiranja poduzoraka za treniranje i validaciju te testiranje i broja skrivenih neurona, potrebno je definirati **stopu učenja**. Stopa učenja je najčešće postavljena na proizvoljnu malu pozitivnu vrijednost u intervalu između 0 i 1. Prema zadanim postavkama u programskom paketu „*R*“ stopa učenja iznosi 0.2. Međutim, u ovom istraživanju će se procijeniti veći broj neuronskih mreža s pomoću 3 stope učenja 0.0001, 0.01 te 0.1. Rezultati dobiveni procjenom neuronskih mreža s većim stopama učenja od 0.2 pokazuju izrazitu divergenciju algoritma učenja te se stoga neće analizirati.

Nadalje, uvodi se **maksimalan broj iteracija** od 100 i 10000 te se pritom istražuju performanse algoritma učenja u različitim uvjetima ranog zaustavljanja. Ažuriranje se vrši topološkim redoslijedom, a redoslijed inputa nije nasumičan.

Nadalje, potrebno je odabrati **algoritam učenja** kako bi se osiguralo da procijenjene težine konvergiraju ka pravim vrijednostima parametara. U programskom paketu „*R*“ postoji više algoritama za jednosmjernu neuronsku mrežu: *Std_Backpropagation*, *BackpropBatch*, *BackpropChunk*, *BackpropMomentum*, *BackpropWeightDecay*, *Rprop*, *Quickprop*, SCG (*scaled conjugate gradient*), *TimeDelayBackpro*, koji su detaljnije objašnjeni u drugom poglavlju. Najčešće korišteni su: standardni BP algoritam (*Std_Backpropagation*), BP algoritam s momentumom (*BackpropMomentum*) i verzija BP algoritma za skupno učenje (*BackpropBatch*). Svaki algoritam zahtjeva drukčiji skup parametara koje je potrebno odabrati. Na primjer, *Std_Backpropagation*, *BackpropBatch* i *TimeDelayBackprop* imaju dva parametra: stopu učenja i maksimalnu razliku outputa. Stopom učenja se određuje duljina koraka gradijentnog spusta. Maksimalna razlika outputa je razliku između očekivane i ciljne vrijednosti outputa, nakon što se učenje neuronske mreže zaustavi. Najčešće se ne koristi ili se pak upotrebljava neka mala vrijednost. Razlika između standardnog i skupnog BP algoritma je što standardni BP algoritam računa grešku i korigira težine nakon svakog uzorka, dok skupni BP algoritam računa akumuliranu grešku i korigira težine nakon cijelog uzorka. *BackpropMomentum* ima dodatni parametar u odnosu na standardni BP algoritam kojeg je potrebno definirati, a to je momentum.

Svaka neuronska mreža ima specifičnu arhitekturu, te je sukladno karakteristikama pojedine neuronske mreže potrebno **korigirati težine**. Zbog toga i izbor prikladne funkcije za ažuriranje ovisi o strukturi neuronske mreže. Za jednosmjerne neuronske mreže mogu se koristiti funkcije ažuriranja *Topological_Order*, *Random_Order*, *Random_Permutation*, *Serial_Order*,

Synchonous_Order. *Topological_Order* je najčešće korištena funkcija ažuriranja u jednosmjernoj neuronskoj mreži, pri čemu neuroni računaju svoje nove aktivacije topološkim poretkom. To znači da se kreće od sloja inputa, preko skrivenih slojeva do izlaznog sloja, a ciklus učenja je definiran prolaskom kroz sve neurone. U ovom istraživanju koristi se topološki poredak kako bi se zahvatili svi aspekti arhitekture neuronske mreže.

Kako bi algoritam učenja dostigao globalni optimum, tj. globalni minimum, potrebno je što točnije definirati **funkciju inicijalizacije**. Funkcija inicijalizacije određuje početne vrijednosti parametara neuronske mreže. Ako početne vrijednosti nisu prikladno postavljene, postoji mogućnost da algoritam učenja ne dostigne globalni minimum funkcije cilja, nego da se zaustavi u nekom lokalnom minimumu, tj. da algoritam učenja ne dostigne optimalno rješenje. Preporučuje se početne vrijednosti svih težina u modelu postaviti na neke male nasumične vrijednosti. Zbog preniskih početnih vrijednosti težina algoritam često ne konvergira stvarnim vrijednostima parametara, dok previsoke vrijednosti rezultiraju lošim performansama mreže. Stoga se preporučuje procjena više neuronskih mreža s različitim početnim vrijednostima težina, kako bi se izbjegao lokalni minimum Za različite neuronske mreže u programskom paketu „*R*“ dostupne su različite funkcije inicijalizacije. Za jednosmjernu neuronsku mrežu koristi se *Randomize_Weights* koja postavlja početne vrijednosti svih težina na neku nasumičnu vrijednost iz intervala koji je određen dvama parametrima. Pri tom prvi definirani parametar mora biti veći od drugog. U ovom radu se definiraju različiti intervali za postavljanje početnih vrijednosti težina te se analizira koji interval daje najbolje rezultate. Intervali koji se istražuju su isti za jednosmjernu i Jordanovu neuronsku mrežu. S obzirom da različita istraživanja definiraju različite intervale u ovom radu se ispituje razlika u dobivenim rezultatima neuronskih mreža na temelju sljedećih intervala: [-1,1], [0,1] te [-0.5,0.5]. Navedeni intervali su najčešće korišteni u empirijskim istraživanjima.

Za neuronske mreže kao što su jednosmjerna i Jordanova potrebno je definirati i neke posebne parametre, kao npr. hoće li se uzorci predstavljati mreži u redoslijedu ili ne. S obzirom da su vremenski nizovi kronološki uređeni potrebno je postaviti redoslijedni odabir uzorka jer nasumičan odabir vrijednosti inputa nije ekonometrijski opravdan.

Mnogo je parametara koje je potrebno uzeti u obzir prilikom procjene neuronskih mreža, kako jednosmjerne tako i Jordanove. Stoga će se unaprijed fiksirati vrijednosti onih parametara koji

značajno ne utječu na rezultate u procjenama neuronskih mreža. Ostali parametri će se mijenjati.

Jednosmjerne neuronske mreže su procijenjene pomoću programske potpore „*R*“ koristeći „*RSNNS*“ paket (*R – Stuttgart Neural Network Simulator*) s postavkama kao u programskom kodu u Prilogu 1. S obzirom na postavke programskog koda u R-u važno je definirati koji su fiksni, a koji promjenjivi parametri. Lijeva strana Tablice 5.5. definira fiksne, a desna strana varijabilne parametre jednosmjerne neuronske mreže. Fiksni parametri su omjer podataka za treniranje i testiranje, broj inputa i outputa, broj skrivenih slojeva, vrste prijenosnih funkcija u skrivenom i izlaznom sloju te algoritam učenja, funkcija inicijalizacije i funkcija ažuriranja. Četiri parametra su promjenjiva (broj skrivenih neurona q – „*size*“, maksimalan broj iteracija – „*maxit*“, parametri funkcije inicijalizacije – „*initFuncParams*“ ili skraćeno „*inic*“, i stopa učenja η – „*learnFuncParams*“) s mogućim kombinacijama njihovih predloženih vrijednosti, kao u Tablici 5.5. Dakle, postoji sveukupno $5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 90$ jednosmjernih neuronskih mreža koje treba procijeniti.

Tablica 5.5. Fiksni i varijabilni parametri jednosmjerne neuronske mreže

Fiksni parametri	Varijabilni parametri
initFunc = "Randomize_Weights" learnFunc = "Std_Backpropagation", updateFunc = "Topological_Order", updateFuncParams = c(0), hiddenActFunc = "Act_Logistic", shufflePatterns = FALSE linOut = TRUE	size - *q* (1, 2, 3, 4, 5) maxit (100, 10000) initFuncParams – inic ([-1, 1], [0, 1] i [-0.5, 0.5]) learnFuncParams – μ (0.1, 0.001, 0.0001)

Izvor: izradila autorica

5.2.2. Analiza prikladnosti i dijagnostička provjera jednosmjerne neuronske mreže

Na temelju procijenjenih 90 neuronskih mreža izračunate su vrijednosti srednje kvadratne pogreške svake pojedine mreže na poduzorku za treniranje i validaciju zajedno (engl. *in-the-sample*) te na poduzorku za testiranje (engl. *out-of-sample*). Rezultati u Tablicama 5.6., 5.8. i 5.10. su dobiveni variranjem raspona odabira početnih vrijednosti težina (*inic*) s intervalima [-1,1], [0,1] te [-0.5,0.5], variranjem broja skrivenih neurona (q) od 1 do 5, variranjem maksimalnog broja iteracija (*maxit*) od 10000 i 100, te variranjem stope učenja (μ) s vrijednostima 0.0001, 0.001 te 0.1.

Tablica 5.6. Procijenjene jednosmjerne neuronske mreže korištenjem intervala od -1 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina

	„*in-the-sample*“						„*out-of-sample*“					
maxit	100	100	100	10000	10000	10000	100	100	100	10000	10000	10000
q	μ=0.1	μ=0.001	μ=0.0001	μ=0.1	μ=0.001	μ=0.0001	μ=0.1	μ=0.001	μ=0.0001	μ=0.1	μ=0.001	μ=0.0001
1	0.3251	0.7188	0.7593	0.3257	0.4709	0.4766	2.4979	3.4156	2.8518	2.5161	4.1249	4.3520
2	0.1708	0.5088	0.6841	0.1713	0.0933	0.0609	3.0724	2.3620	2.6407	3.0514	3.1757	3.2663
3	0.0610	0.6266	0.7141	0.0624	0.0755	0.0652	3.0177	4.3179	4.2122	3.4802	3.1167	3.1184
4	0.2278	0.1889	0.6388	0.1370	0.0555	0.0588	2.4384	2.9574	2.6617	3.0276	3.3254	3.2272
5	0.0755	0.1616	0.6825	0.1121	0.0459	0.0520	2.8736	2.9161	3.2365	3.5430	3.1227	3.2460

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.7. Rangovi jednosmjerne neuronske mreže korištenjem intervala od -1 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina

	„*in-the-sample*“						„*out-of-sample*“					
maxit	100	100	100	10000	10000	10000	100	100	100	10000	10000	10000
q	μ=0.1	μ=0.001	μ=0.0001	μ=0.1	μ=0.001	μ=0.0001	μ=0.1	μ=0.001	μ=0.0001	μ=0.1	μ=0.001	μ=0.0001
1	7	14	15	13	14	15	3	13	6	13	14	15
2	4	8	12	12	9	5	11	1	4	12	9	5
3	1	9	13	6	8	7	10	15	14	6	8	7
4	6	5	10	11	3	4	2	9	5	11	3	4
5	2	3	11	10	1	2	7	8	12	10	1	2

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.8. Procijenjene jednosmjerne neuronske mreže korištenjem intervala od 0 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina

	„in-the-sample“						*„out-of-sample“*					
maxit	100	100	100	10000	10000	10000	100	100	100	10000	10000	10000
q	μ=0.1	μ=0.001	μ=0.0001	μ=0.1	μ=0.001	μ=0.0001	μ=0.1	μ=0.001	μ=0.0001	μ=0.1	μ=0.001	μ=0.0001
1	0.3252	0.6624	0.7018	0.3257	0.4709	0.4753	2.4816	3.9090	3.6627	2.5161	4.1248	4.3412
2	0.1712	0.5901	0.7054	0.1713	0.0529	0.0597	3.0583	3.8906	3.9670	3.0514	3.2458	3.1768
3	0.1294	0.6193	0.7018	0.1041	0.1026	0.0978	3.0177	4.0773	4.3409	2.9817	3.2844	3.3437
4	0.1383	0.4361	0.7066	0.1149	0.0773	0.0633	2.6227	3.5884	3.7159	2.9860	2.9360	3.2327
5	0.1372	0.2802	0.6882	0.1204	0.0839	0.0736	2.7596	3.5375	3.8901	3.0146	3.1207	3.2869

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.9. Rangovi jednosmjerne neuronske mreže korištenjem intervala od 0 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina

	„in-the-sample“						*„out-of-sample“*					
maxit	100	100	100	10000	10000	10000	100	100	100	10000	10000	10000
q	μ=0.1	μ=0.001	μ=0.0001	μ=0.1	μ=0.001	μ=0.0001	μ=0.1	μ=0.001	μ=0.0001	μ=0.1	μ=0.001	μ=0.0001
1	6	10	12	13	14	15	1	12	8	1	14	15
2	4	8	14	12	1	2	5	11	13	6	10	8
3	1	9	12	9	8	7	4	14	15	3	11	13
4	3	7	15	10	5	3	2	7	9	4	2	9
5	2	5	11	11	6	4	3	6	10	5	7	12

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.10. Procijenjene jednosmjerne neuronske mreže korištenjem intervala od -0.5 do 0.5 za odabir početnih vrijednosti težina

	„in-the-sample“						*„out-of-sample“*					
maxit	100	100	100	10000	10000	10000	100	100	100	10000	10000	10000
q	μ=0.1	μ=0.001	μ=0.0001	μ=0.1	μ=0.001	μ=0.0001	μ=0.1	μ=0.001	μ=0.0001	μ=0.1	μ=0.001	μ=0.0001
1	0.4773	0.7138	0.7278	0.4775	0.4709	0.4730	4.0886	3.5647	3.0906	4.0861	4.1248	4.3234
2	0.1713	0.3539	0.7061	0.1713	0.0517	0.0578	3.0575	3.0247	3.0062	3.0514	3.2572	3.2355
3	0.1128	0.6506	0.7186	0.1021	0.0762	0.0609	2.6732	4.2487	3.8916	3.2027	3.1127	3.1532
4	0.1416	0.1870	0.6866	0.0489	0.0512	0.0578	2.6581	3.0041	3.0355	3.3197	3.2049	3.2140
5	0.0663	0.1556	0.6855	0.3262	0.0463	0.0536	2.7460	2.9568	3.4267	3.2535	3.1297	3.2360

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.11. Rangovi jednosmjerne neuronske mreže korištenjem intervala od -0.5 do 0.5 za odabir početnih vrijednosti težina

	„in-the-sample“						*„out-of-sample“*					
maxit	100	100	100	10000	10000	10000	100	100	100	10000	10000	10000
q	μ=0.1	μ=0.001	μ=0.0001	μ=0.1	μ=0.001	μ=0.0001	μ=0.1	μ=0.001	μ=0.0001	μ=0.1	μ=0.001	μ=0.0001
1	8	13	15	15	13	14	14	12	10	13	14	15
2	5	7	12	11	4	6	9	7	6	1	11	8
3	2	9	14	10	9	8	2	15	13	5	2	4
4	3	6	11	2	3	6	1	5	8	12	6	7
5	1	4	10	12	1	5	3	4	11	10	3	9

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Na temelju dobivenih rezultata iz Tablica 5.6., 5.8. i 5.10. može se uočiti da između jednosmjernih neuronskih mreža ne postoji značajna razlika u dobivenim rezultatima na temelju korištenja različitih početnih vrijednosti težina. Stoga, neovisno o definiranim početnim vrijednostima težina BP algoritam konvergira ka pravim vrijednostima težina što ne utječe na razlike u performansama modela. Međutim, kod jednosmjernih neuronskih mreža se uočavaju značajne razlike u dobivenim rezultatima s obzirom na različite stope učenja i maksimalnog broja iteracija. Ako se koristi samo 100 iteracija, najbolji rezultati se postižu korištenjem stopom učenja od 0.1, dok broj iteracija od 10000 zahtjeva nižu stopu učenja, što je u skladu s teorijom i praksom dosadašnjih empirijskih istraživanja. Također, jednosmjerne neuronske mreže procijenjene na temelju 10000 iteracija daju značajno niže srednje kvadratne pogreške na poduzorku „*in-the-sample*“, dok neuronske mreže procijenjene na temelju 100 iteracija daju niže srednje kvadratne pogreške na poduzorku „*out-of-sample*“. Ovi zaključci dovode do inkonkluzivnosti. Povećanjem maksimalnog broja iteracija neuronska mreža savršeno nauči vrijednosti na poduzorku za treniranje i validaciju, međutim to dovodi do predetermineranosti modela koji se ogleda u lošijim performansama modela na uzorku za testiranje. U empirijskim istraživanjima se rijetko maksimalan broj iteracija dovodi u pitanje, dok se u ovom radu uočavaju značajne razlike u rezultatima dobivenim korištenjem različitog maksimalnog broja iteracija. Također, kod jednosmjernih neuronskih mreža se mogu uočiti značajne razlike u dobivenim rezultatima s obzirom na broj skrivenih neurona. Na uzorku za treniranje i validaciju zajedno performanse jednosmjernih neuronskih mreža s jednim skrivenim neuronom su značajno lošije nego s dva ili više skrivenih neurona. S povećanjem broja skrivenih neurona srednje kvadratne pogreške opadaju što je u skladu s prethodnim istraživanjima (Hornik et al., 1989; 1990). Naime, aproksimacija bilo kakvog nelinearnog funkcionalnog oblika uvijek je dobra pomoću troslojne neuronske mreže s dovoljno neurona u skrivenom sloju. Međutim, ovo istraživanje se ograničava na broj skrivenih neurona u rasponu od 1 do 5 zbog problema predetermineranosti modela. Najčešće 5 skrivenih neurona daju najniže srednje kvadratne pogreške.

Kako bi se odredila prikladna jednosmjerna neuronska mreža s najvećom prediktivnom sposobnosti, pristupilo se rangiranju svih jednosmjernih neuronskih mreža prema kriteriju MSE istovremeno na oba poduzorka (za treniranje i validaciju te testiranje). Istovremenim rangiranjem jednosmjerne neuronske mreže na oba poduzorka želi se donijeti zaključak o podudarnosti rangova „*in-the-sample*“ i „*out-of-sample*“, tj. želi se odabrati neuronska mreža koja istovremeno ima najnižu vrijednosti srednje kvadratne pogreške na uzroku za treniranje i

validaciju zajedno, te koja ima dobre prediktivne sposobnosti, tj. nisku srednju kvadratnu pogrešku na uzorku za testiranje. Zbog značajno različitih rezultata između 100 i 10000 iteracija na oba poduzorka koje dovode do inkonkluzivnosti u zaključcima, rangiranje se vrši posebno za 100 i 10000 iteracija. Rezultati su prikazani u Tablicama 5.7., 5.9. i 5.11. Iz Tablice 5.7. se slična rangiranja uočavaju pri 10000 iteracija, sa stopama učenja od 0.001 i 0.0001, pri čemu su najviše rangirane neuronske mreže s 4 i 5 skrivenih neurona. Takve mreže imaju najniže vrijednosti srednje kvadratne pogreške na oba promatrana poduzorka, tj. na poduzorku „*in-the-sample*“ i „*out-of-sample*“. Međutim, rangiranja neuronskih mreža pri 100 iteracija ne dovode do konkretnog zaključka. Suprotno tomu, iz Tablice 5.9. uočava se da se slična rangiranja postižu pri 100 iteracija te se pri tom najniža srednja kvadratna pogreška postiže pri stopi učenja od 0.1. Promatrajući istovremeno MSE na oba poduzorka, također se može uočiti da su među najboljim neuronskim mrežama one s 4 i 5 skrivena neurona. Pri 10000 iteracija, ne mogu se uočiti slična rangiranja na oba promatrana poduzorka. Do sličnih zaključaka se dolazi i promatrajući Tablicu 5.11. Stoga, rangiranje jednosmjernih neuronskih mreža ne dovodi do odabira najbolje neuronske mreže koja će na oba poduzorka, tj. na poduzorku za treniranje i validaciju zajedno dati najniže srednje kvadratne pogreške uz istovremeno niske vrijednosti srednje kvadratne pogreške na uzorku za testiranje.

S obzirom da se samim promatranjem rezultata te rangiranjem jednosmjernih neuronskih mreža ne može doći do konačnog rješenja, tj. odabira prikladne neuronske mreže u konkretnom slučaju primjene, pristupa se metodologiji odabira u dva koraka: eliminaciji i selekciji.

Na temelju dobivenih rezultata iz Tablica 5.6., 5.8. i 5.10. može se uočiti da neke jednosmjerne neuronske mreže, među kojima su najčešće one s jednim skrivenim neuronom, imaju relativno visoke vrijednosti srednjih kvadratnih pogreški na poduzorku za treniranje i validaciju zajedno, tj. na poduzorku „*in-the-sample*“. Relativno visoke vrijednosti srednje kvadratne pogreške na tom uzorku sugeriraju da neuronska mreža nije dobro naučila uzorak za treniranje. Prvi korak odabira prikladne neuronske mreže podrazumijeva eliminaciju. Naime, eliminiraju se iz daljnjeg istraživanja sve jednosmjerne neuronske mreže koje imaju MSE viši od 0.1.

Drugi korak odabira prikladne neuronske mreže podrazumijeva selekciju. Naime, pomoćna hipoteza PH 1 pretpostavlja odabir prikladne neuronske mreže uvažavajući načelo parsimonije s ciljem rješavanja problema predeterminiranosti modela (objašnjenog u potpoglavlju 2.3.5.) u modeliranju i predviđanju inflacijskih očekivanja. Srednja kvadratna pogreška MSE kao

pokazatelj prikladnosti neuronskih mreža ne uzima u obzir broj parametara koji se procjenjuju u neuronskoj mreži, koji raste s povećanjem broja neurona u skrivenom sloju, te može dovesti do predeterminiranosti modela. Pokazatelji prikladnosti koji uzimaju u obzir veličinu uzorka, srednju kvadratnu pogrešku i broj parametara u modelu se nazivaju informacijskim kriterijima te su objašnjeni u potpoglavlju 2.9.2. Akaikeov informacijski kriterij (engl. *Akaike Information Criterion* - AIC) je najčešće korišteni informacijski kriterij u empirijskim istraživanjima. U ovom doktorskom radu se na temelju srednje kvadratne pogreške posebno na uzorku za treniranje i validaciju zajedno te posebno na uzorku za testiranje računaju vrijednosti AIC. Jednosmjerne neuronske mreže koje su ostale nakon eliminacije (na temelju kriterija $MSE \leq 0.1$) s vrijednostima MSE i AIC posebno na poduzorku „*in-the-sample*“ te na poduzorku „*out-of-sample*“, s pripadajućim promjenjivim parametrima neuronske mreže su prikazani u Tablici 5.12. za 100 iteracija te u Tablici 5.13. za 10000 iteracija.

Iz Tablice 5.12. se može uočiti da je od 45 procijenjenih jednosmjernih neuronskih mreža sa 100 iteracija nakon eliminacije preostalo samo 3 što upućuje na zaključak da neuronske mreže procijenjene na temelju 100 iteracija ne uče dobro. Kao što je već i prije pokazano, korištenje 100 iteracija zahtjeva veću stopu učenja, pa tako sve tri preostale neuronske mreže imaju stopu učenja od 0.1. Također, interval odabira početnih vrijednosti težina [0,1] se pokazuje neprikladan u konkretnom slučaju primjene. Stoga se preporučuje korištenje onih intervala početnih vrijednosti koji sadržavaju i pozitivne i negativne vrijednosti.

Tablica 5.13. pokazuje jednosmjerne neuronske mreže koje su ostale nakon eliminacije s vrijednostima MSE i AIC na poduzorku za treniranje i validaciju zajedno te na poduzorku za testiranje, s pripadajućim varijabilnim parametrima za 10000 iteracija. Od ukupno 45 procijenjenih neuronskih mreža s 10000 iteracija preostalo je 25 nakon eliminacije, što znači da upotrebom većeg broja iteracija neuronska mreža dobro uči. Međutim, javlja se problem relativno visokih vrijednosti srednje kvadratne pogreške na poduzorku za testiranje. Ostali varijabilni parametri neuronske mreže su podjednako zastupljeni te se ne može doći do konkretnog zaključka. Konačno, rangiranjem preostalih neuronskih mreža bilo prema MSE ili prema AIC ne dovodi do prikladne neuronske mreže jer najbolja neuronska mreža na poduzorku „*in-the-sample*“, na temelju kriterija MSE i/ili AIC, na poduzorku „*out-of-sample*“ daje visoke vrijednosti oba pokazatelja prikladnosti i obrnuto. Stoga, da bi se došlo do najboljeg kompromisnog rješenja koristi se PROMETHEE (engl. *Preference Ranking Organization Method for Enrichment Evaluation*) metoda (Brans i Marechal, 2005).

Tablica 5.12. Jednosmjerne neuronske mreže nakon eliminacije s varijabilnim parametrima te MSE i AIC pokazateljima prikladnosti za 100 iteracija

		„*in-the-sample*“		„*out-of-sample*“						
		MSE	AIC	MSE	AIC	*maxit*	μ	*q*	*inic*	*k*
A1	FNN98	0.0610	-499.00	3.0177	65.61	100	0.1	3	[-1, 1]	19
A2	FNN100	0.0755	-434.05	2.8736	88.38	100	0.1	5	[-1, 1]	31
A3	FNN160	0.0663	-459.00	2.7460	87.25	100	0.1	5	[-0.5, 0.5]	31

Izvor: izračun autorice

Tablica 5.13. Jednosmjerne neuronske mreže nakon eliminacije s varijabilnim parametrima te MSE i AIC pokazateljima prikladnosti za 10000 iteracija

		„*in-the-sample*“		„*out-of-sample*“						
		MSE	AIC	MSE	AIC	*maxit*	μ	*q*	*inic*	*k*
A1	FNN2	0.0933	-429.41	3.1757	54.88	10000	0.001	2	[-1, 1]	13
A2	FNN12	0.0609	-511.31	3.2663	55.59	10000	0.0001	2	[-1, 1]	13
A3	FNN8	0.0624	-494.64	3.4802	69.17	10000	0.1	3	[-1, 1]	19
A4	FNN3	0.0755	-458.05	3.1167	66.41	10000	0.001	3	[-1, 1]	19
A5	FNN13	0.0652	-486.21	3.1184	66.43	10000	0.0001	3	[-1, 1]	19
A6	FNN4	0.0555	-505.14	3.3254	80.03	10000	0.001	4	[-1, 1]	25
A7	FNN14	0.0588	-494.05	3.2272	79.29	10000	0.0001	4	[-1, 1]	25
A8	FNN5	0.0459	-529.60	3.1227	90.46	10000	0.001	5	[-1, 1]	31
A9	FNN15	0.0520	-505.65	3.2460	91.43	10000	0.0001	5	[-1, 1]	31
A10	FNN32	0.0529	-538.35	3.2458	55.43	10000	0.001	2	[0, 1]	13
A11	FNN34	0.0773	-441.53	2.9360	76.92	10000	0.001	4	[0, 1]	25
A12	FNN35	0.0839	-413.80	3.1207	90.45	10000	0.001	5	[0, 1]	31
A13	FNN42	0.0597	-515.13	3.1768	54.89	10000	0.0001	2	[0, 1]	13
A14	FNN43	0.0978	-408.36	3.3437	68.17	10000	0.0001	3	[0, 1]	19
A15	FNN44	0.0633	-479.89	3.2327	79.33	10000	0.0001	4	[0, 1]	25
A16	FNN45	0.0736	-438.94	3.2869	91.74	10000	0.0001	5	[0, 1]	31
A17	FNN69	0.0489	-529.45	3.3197	79.99	10000	0.1	4	[-0.5, 0.5]	25
A18	FNN62	0.0517	-542.76	3.2572	55.52	10000	0.001	2	[-0.5, 0.5]	13
A19	FNN63	0.0762	-456.28	3.1127	66.38	10000	0.001	3	[-0.5, 0.5]	19
A20	FNN64	0.0512	-520.62	3.2049	79.11	10000	0.001	4	[-0.5, 0.5]	25
A21	FNN65	0.0463	-527.94	3.1297	90.52	10000	0.001	5	[-0.5, 0.5]	31
A22	FNN72	0.0578	-521.34	3.2355	55.35	10000	0.0001	2	[-0.5, 0.5]	13
A23	FNN73	0.0609	-499.31	3.1532	66.71	10000	0.0001	3	[-0.5, 0.5]	19
A24	FNN74	0.0578	-497.34	3.2140	79.18	10000	0.0001	4	[-0.5, 0.5]	25
A25	FNN75	0.0536	-499.83	3.2360	91.35	10000	0.0001	5	[-0.5, 0.5]	31

Izvor: izračun autorice

PROMETHEE metoda se koristi kod rješavanja problema višekriterijalnog odlučivanja kao što je odabir prikladne neuronske mreže. U višekriterijalnom odlučivanju važnu ulogu ima donosilac odluke koji se nijednom matematičkom metodom ne može nadomjestiti. Donositelj odluke definira kriterije i alternative. Pri tom se kao kriteriji uzimaju MSE i AIC pokazatelji prikladnosti na poduzorcima „*in-the-sample*“ i „*out-of-sample*“, dok su alternative neuronske

mreže predstavljaju alternative. Funkcija preferencije je funkcija razlike između vrijednosti dviju alternativa po nekom kriteriju. Za funkciju preferencije se koristi Gaussov generalizirani kriterij s parametrom *s* koji predstavlja standardnu devijaciju normalne distribucije pojedinog kriterija, tj. parametar čija se vrijednost nalazi između praga indiferencije i praga preferencije. Za parametar *s* se odabiru vrijednosti 0.01 za MSE „*in-the-sample*“, 0.1 za MSE „*out-of-sample*“, 50 za AIC „*in-the-sample*“ te 10 za AIC „*out-of-sample*“. Donositelj odluke određuje težine (pondere) za svaki kriterij. Pri tome su ponderi važnosti za MSE dvostruko veći nego za AIC, tj. ponder važnosti za MSE „*in-the-sample*“ je 2, za MSE „*out-of-sample*“ 2, za AIC „*in-the-sample*“ 1 te za AIC „*out-of-sample*“ 1. Isti kriteriji i isti ponderi su korišteni za sve neuronske mreže. Rangiranje je dobiveno upotrebom programskog paketa „*Visual PROMETHEE*“[2]. Rezultati su prikazani na Slici 5.5. za 100 iteracija te na slici 5.6. za 10000 iteracija. Pozitivni tok (*Phi+*) izražava mjeru koliko alternativa dominira nad svim ostalim alternativama po svim kriterijima, tj. mjeri njenu „snagu“. Negativni tok (*Phi-*) pokazuje koliko je alternativa dominirana od svih ostalih alternativa i po svim kriterijima, tj. mjeri njenu „slabost“ (Babić, 2017). To je PROMETHEE I parcijalno rangiranje alternativa. Slike 5.5. i 5.6. prikazuju s lijeve strane rangiranje alternativa, tj. neuronskih mreža, prema neto toku (*Phi*) koji se dobije kao razlika „snage“ (*Phi+*) i „slabosti“ (*Phi-*) pojedine alternative. To je PROMETHEE II, tj. potpuno rangiranje alternativa.

Potpunim rangiranjem jednosmjernih neuronskih mreža PROMETHEE metodom, istovremeno prema 4 kriterija, dobiva se kompromisno rješenje u kontekstu da izabrana FNN mreža udovoljava zahtjevu da je dobro naučila uzorak za treniranje, a istovremeno ima dobru prediktivnu sposobnost u odnosu na ostale FNN mreže. To je alternativa A3 (Slika 5.5.) ili FNN160 u Tablici 5.12., tj. mreža FNN(4,5,1) sa stopom učenja 0.1, brojem iteracija 100 i početnim vrijednostima težina iz intervala [-0.5, 0.5] te alternativa A8 (Slika 5.6.) ili FNN5 u Tablici 5.13., tj. mreža FNN(4,5,1) sa stopom učenja 0.001, brojem iteracija 10000 i početnim vrijednostima težina iz intervala [-1, 1]. Konačno se može zaključiti da je jednosmjerna neuronska mreža izrazito osjetljiva na maksimalni broj iteracija te je pri tom važno istaknuti da veći broj iteracija (10000) zahtjeva manju stopu učenja (0.001), dok niži broj iteracija (100) zahtjeva veću stopu učenja (0.1). Premala stopa učenja od 0.0001 s 10000 utječe na to da neuronska mreža predobro nauči uzorak za treniranje i validaciju što rezultira relativno lošijim

[2] Programski paket je kreirao Marechal, B. te je za akademske potrebe besplatan i dostupan na stranici http://www.promethee-gaia.net/software.html

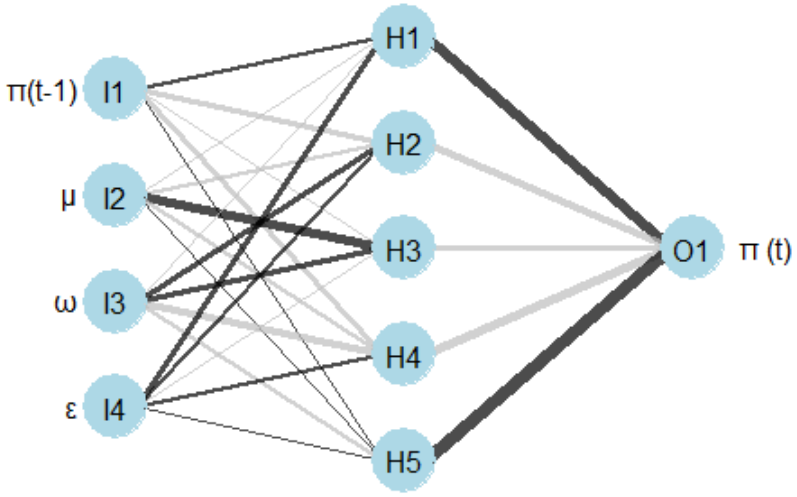
prediktivnim sposobnostima. Jednosmjerna neuronska mreža s 4 inputa, 5 skrivenih neurona i jednim outputom, tj. FNN(4,5,1), je prikazana na Slici 5.7.

Rank	action	Phi	Phi+	Phi-
1	A3	0,2032	0,3231	0,1200
2	A1	0,0828	0,3530	0,2702
3	A2	-0,2860	0,1077	0,3936

Slika 5.5. Rangiranje preostalih jednosmjernih neuronskih mreža sa 100 iteracija PROMETHEE metodom
Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*Visual PROMETHEE*“

Rank	action	Phi	Phi+	Phi-
1	A8	0,2664	0,3817	0,1153
2	A21	0,2511	0,3675	0,1163
3	A18	0,2501	0,3377	0,0875
4	A10	0,2463	0,3258	0,0795
5	A13	0,2354	0,3053	0,0699
6	A22	0,1837	0,2773	0,0936
7	A23	0,1717	0,2688	0,0972
8	A20	0,1485	0,2557	0,1071
9	A5	0,1427	0,2849	0,1422
10	A2	0,0960	0,2427	0,1467

Slika 5.6. Rangiranje prvih 10 preostalih jednosmjernih neuronskih mreža s 10000 iteracija PROMETHEE metodom
Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*Visual PROMETHEE*“



Slika 5.7. FNN(4,5,1)
Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Dalje se definira proces modeliranja Jordanove neuronske mreže za koju se, zbog svojih dobrih performansi u drugim područjima, pretpostavlja da će i u području modeliranja makroekonomskih vremenskih nizova dati dobre rezultate. Pretpostavlja se da će Jordanova neuronska mreža imati bolje prediktivne sposobnosti u odnosu na jednosmjerne neuronske mreže, što je u skladu s drugom pomoćnom hipotezom **PH 2**. Također se pretpostavlja da će poštujući načelo parsimonije Jordanova neuronska mreža s manjim brojem skrivenih neurona u jednom skrivenom sloju imati bolje performanse u odnosu na jednosmjernu neuronsku mrežu, s obzirom da se korištenjem Jordanove neuronske mreže može riješiti problem predeterminiranosti modela što je u skladu s prvom pomoćnom hipotezom **PH 1**.

5.3. Proces modeliranja Jordanove neuronske mreže

5.3.1. Identifikacija strukture Jordanove neuronske mreže

Jordanova neuronska mreža se u ovom radu detaljnije istražuje zbog svojih prednosti naspram jednosmjerne neuronske mreže u analizi vremenskih nizova. Njena svojstva nisu detaljno istraživana, a dosadašnji empirijski rezultati ukazuju na dobre karakteristike i performanse. Jordanova neuronska mreža pripada u skupinu djelomično povratnih mreža koje su korisne u analizi vremenskih nizova, naročito u slučaju kada output mreže ovisi o trenutnom uzorku kao i o prethodno predstavljenim uzorcima. Jordanova neuronska mreža se može usporediti s jednosmjernom neuronskom mrežom s dodatnom kontekstnom jedinicom u ulaznom sloju. Kontekstne jedinice imaju direktnu povezanost same sa sobom te input iz izlaznog sloja. Kontekstna jedinica „pamti“ trenutno stanje mreže. U Jordanovoj neuronskoj mreži broj kontekstnih jedinica i broj outputa je jednak.

U ovom radu se u konkretnom slučaju primjene želi se istražiti što utječe na performanse Jordanove neuronske mreže s ciljem aktualizacije njihove primjene u drugim empirijskim istraživanjima u domeni makroekonomskih vremenskih nizova. Započinje se definiranjem Jordanove neuronske mreže i njene strukture (prema Zell et al., 1998). Potrebno je definirati **broj inputa i outputa**. Na temelju ekonomske teorije i teorijskog modela u ovom istraživanju je definiran jedan output, tj. godišnja stopa inflacije, te četiri inputa, tj. nezavisne varijable, koje prema teorijskom modelu (3.10) najbolje objašnjavaju zavisnu varijablu u modelu, a uključuju stopu inflacije iz prethodnog razdoblja, stopu monetarne ekspanzije, stopu promjene troškova rada te stopu deprecijacije. Tako su se korištenjem parsimonijskog modela definirali inercijski

faktori, financijski faktori, faktori tržišta rada i eksterni faktori kao glavne determinante očekivane inflacije na isti način kao i u jednosmjernoj neuronskoj mreži radi usporedivosti modela. Nakon definiranja inputa i outputa, potrebno je provesti **transformaciju varijabli** kako bi se osigurala stabilnost konvergencije neuronske mreže te se u tom kontekstu koristi normalizacija kao najčešće korištena transformacija. Jordanova neuronska mreža se procjenjuje pomoću logističke **prijenosne funkcije,** kao najčešće korištene u empirijskim istraživanjima u skrivenom sloju, te korištenjem linearne prijenosne funkcije u izlaznom sloju. **Podjela uzorka** se definira kao omjer 70/30 što podrazumijeva 70% uzorka koji se koristi za treniranje neuronske mreže, te 30% uzorka koji se koristi za validaciju. Preostali dio uzorka se koristi nakon procjene neuronske mreže za testiranje prediktivnih sposobnosti izabranih modela.

Promjenjivi parametri koje je potrebno definirati u Jordanovoj neuronskoj mreži, a koji su definirani na identičan način kao i kod jednosmjerne neuronske mreže, uključuju broj neurona u skrivenom sloju, početne vrijednosti težina, stopu učenja i maksimalan broj iteracija. Optimalan **broj neurona u skrivenom sloju** se odabire iz raspona od 1 do 5 skrivenih neurona definiranih na temelju teorije i Tablice 5.4. Broj parametara koji se procjenjuje u Jordanovoj neuronskoj mreži računa se prema formuli $k = 1 + q(p+2) + q$, pri čemu je p broj inputa, a q broj skrivenih neurona. **Početne vrijednosti težina** se odabiru na slučajan način iz najčešće korištenih intervala u empirijskim istraživanjima intervala, tj. intervala od -1 do 1, od 0 do 1 te od -0.5 do 0.5. **Stopa učenja** se varira kako bi se istražilo koja vrijednost je prikladna u konkretnom slučaju primjene i postoji li razlika u odnosu na jednosmjerne neuronske mreže. Pri tom se koriste tri različite stope učenja: 0.0001, 0.01 te 0.1 koje se istražuju. Stope učenja od 0.2 i veće utječu na značajnu divergenciju algoritma učenja u konkretnom slučaju primjene te se detaljnije ne će prikazivati. Kako bi se istražio utjecaj ranog zaustavljanja algoritma učenja u različitim uvjetima uvodi se i **maksimalan broj iteracija** od 100 i 10000. Ažuriranje se vrši topološkim redoslijedom, a redoslijed inputa nije nasumičan.

Algoritam učenja je standardni algoritam povratnog prostiranja greške, tj. BP algoritam za Jordanovu neuronsku mrežu. Naime, BP algoritam koji se koristi za jednosmjernu neuronsku mrežu se prilagođava za korištenje u Jordanovoj neuronskoj mreži, a učenje se odvija kroz sljedeće korake:

1) Inicijalizacija kontekstne jedinice.

U sljedećim koracima se pretpostavlja da sve povratne veze ne postoje, osim u koraku (2f).

2) Za svaki uzorak treniranja potrebno je izvršiti sljedeće korake:

a) uzorak inputa se širi kroz mrežu,

b) računa se greška u izlaznom sloju uspoređujući stvarne i očekivane vrijednosti outputa,

c) povratno prostiranje greški,

d) izračun promjene težina,

e) samo kod mrežnog (engl. *on-line*) učenja: prilagodba težina,

f) izračun novog stanja kontekstne jedinice na temelju dolaznih veza.

3) Samo za izvan-mrežno (engl. *off-line*), tj. skupno učenje: prilagodba težina.

U „*RSNNS*“ paketu postoje prilagođene verzije raznih tipova algoritma povratnog prostiranja greške za Jordanovu neuronsku mrežu (*JE_BP, JE_BP_Momentum, JE_Quickprop, JE_Rprop*). U konkretnom slučaju primjene koristi se standardni BP algoritma prilagođen za Jordanovu neuronsku mrežu, tj. *JE-BP*.

Za Jordanovu neuronsku mrežu **funkcije ažuriranja** dostupne u programskom paketu „*R*“ su *JE_Order* i *JE_Special*. U ovom doktorskom radu se koristi *JE_Order* funkcija ažuriranja, koja širi uzorak od inputa, preko skrivenih neurona do outputa, nakon čega slijedi sinkronizirano korigiranje kontekstnih jedinica. **Funkcija inicijalizacije** kod Jordanove neuronske mreže je *JE_Weights*, te zahtjeva definiranje pet parametara. Prva dva parametra određuju **interval** unutar kojeg se nasumično odabiru vrijednosti težina, pri čemu prvi definirani parametar mora biti veći od drugog. Treći parametar definira težinu veze kontekstne jedinice same sa sobom. Kod Elmanove neuronske mreže ovaj parametar iznosi 0. Kod Jordanove neuronske mreže ovaj parametar predstavlja dugoročnu memoriju mreže. To je dodatni parametar koji je potrebno definirati u Jordanovoj neuronskoj mreži - **veličina težine kontekstne jedinice same sa sobom**, tj. λ. Ona ima vrijednost između 0 i 1, a viša vrijednost predstavlja veću dugoročnu memoriju mreže. U ovom doktorskom radu se težina veze kontekstne jedinice same sa sobom, tj. λ varira s vrijednostima 0.1, 0.3, 0.5, 0.7 i 0.9. Četvrti parametar funkcije inicijalizacije daje težinu povratne veze na kontekstnu jedinicu, koja iznosi 1, a peti parametar daje inicijalnu aktivaciju kontekstne jedinice, koja iznosi 0.5. Ovi parametri su fiksni.

Jordanove neuronske mreže su procijenjene pomoću programske potpore „*R*“ koristeći „*RSNNS*“ paket s postavkama kao u programskom kodu u Prilogu 2. Iz navedenog koda koji se upotrebljava za procjenu Jordanovih neuronskih mreža potrebno je pobliže definirati koji su fiksni, a koji promjenjivi parametri. Lijeva strana Tablice 5.14. definira fiksne, a desna strana varijabilne parametre Jordanove neuronske mreže. Naime, pet parametara je promjenjivo (broj skrivenih neurona q – „*size*“, maksimalan broj iteracija – „*maxit*“, prva dva parametra za

funkciju inicijalizacije koji predstavljaju interval unutar kojeg se nasumično odabiru vrijednosti težina – „*initFuncParams*“ ili „*inic*“, treći parametar za funkciju inicijalizacije koji predstavlja težinu veze kontekstne jedinice same sa sobom – „*initFuncParams*“ ili λ i stopa učenja η – „*learnFuncParams*“) s mogućim kombinacijama njihovih predloženih vrijednosti. Dakle, postoji sveukupno $5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 = 450$ Jordanovih neuronskih mreža koje treba procijeniti.

Tablica 5.14. Fiksni i varijabilni parametri Jordanove neuronske mreže

Fiksni parametri	Varijabilni parametri
initFunc = "JE_Weights" learnFunc = "JE_BP", updateFunc = "JE_Order", updateFuncParams = c(0), hiddenActFunc = "Act_Logistic", shufflePatterns = FALSE linOut = TRUE	size – *q* (1, 2, 3, 4, 5) maxit (100, 10000) initFuncParams – inic ([-1, 1], [0, 1], [-0.5, 0.5]) initFuncParams – λ (0.1, 0.3, 0.5, 0.7 i 0.9) learnFuncParams - μ (0.1, 0.01, 0.0001)

Izvor: izradila autorica

5.3.2. Analiza prikladnosti i dijagnostička provjera Jordanove neuronske mreže

Na temelju definirane strukture Jordanove neuronske mreže procijenjeno je 450 neuronskih mreža koje su prikazane u neparnim Tablicama 5.15., 5.17.,…, 5.49. Izračunate vrijednosti u tablicama predstavljaju srednje kvadratne pogreške pojedinog modela neuronske mreže na poduzorcima za treniranje i validaciju zajedno (engl. *in-the-sample*) te na poduzorku za testiranje (engl. *out-of-sample*). Rezultati su dobiveni variranjem raspona odabira početnih vrijednosti težina (*inic*) s intervalima [-1,1], [0,1] te [-0.5,0.5], variranjem broja skrivenih neurona (*q*) od 1 do 5, variranjem maksimalnog broja iteracija (*maxit*) od 10000 i 100, variranjem stope učenja (μ) s vrijednostima 0.0001, 0.01 i 0.1 te variranjem veličine težine kontekstne jedinice same sa sobom, tj. λ s vrijednostima 0.1, 0.3, 0.5, 0.7 i 0.9.

Tablica 5.15. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -1 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.1

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	0.4837	0.4749	0.4703	0.4733	1.0905	4.0437	4.1320	4.2399	4.2496	0.6428
2	0.1867	0.1570	0.1162	0.0933	0.2339	2.5755	2.8702	3.4146	3.7346	3.1539
3	0.0623	0.0623	0.0611	0.0597	0.0857	2.8997	2.9109	2.8874	2.7951	4.2173
4	0.2863	0.1998	0.1405	0.1473	0.2417	1.8377	2.0676	2.2984	2.9997	2.4065
5	0.1512	0.1457	0.1896	0.2184	0.1133	2.6000	2.4218	2.1940	2.4675	2.0103

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.16. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -1 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.1

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	24	23	21	22	25	21	22	24	25	1
2	14	13	8	6	18	10	13	19	20	18
3	3	3	2	1	5	15	16	14	12	23
4	20	16	9	11	19	2	4	6	17	7
5	12	10	15	17	7	11	8	5	9	3

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.17. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -1 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.1

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	0.6674	0.4765	0.4695	0.4727	0.9692	4.6727	4.3876	4.3297	4.2703	0.9126
2	0.1441	0.0782	0.1155	0.0786	0.1556	4.2363	3.7752	3.4250	3.5128	3.4915
3	0.0623	0.0628	0.0573	0.0512	0.6682	3.4035	3.4530	3.7437	3.5959	1.5725
4	0.1260	0.1648	0.1137	0.0674	0.1915	2.9107	2.9369	2.9134	3.5642	4.7846
5	0.1292	0.1635	0.9389	0.0773	0.1791	2.7608	2.9122	1.3328	1.6627	2.5534

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.18. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -1 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.1

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	22	21	19	20	25	24	23	22	21	1
2	13	7	10	8	14	20	19	12	15	14
3	3	4	2	1	23	11	13	18	17	3
4	11	16	9	5	18	7	10	9	16	25
5	12	15	24	6	17	6	8	2	4	5

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.19. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -1 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.001

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	0.6070	0.6330	0.7894	1.0850	1.0015	4.3399	4.1143	2.6718	1.4826	1.7197
2	0.1929	0.2275	0.3599	1.1373	0.7593	2.5029	1.8880	0.8565	0.7369	1.2045
3	0.2597	0.3367	0.4786	0.6141	0.7207	2.7745	2.5545	1.9622	1.4586	1.4190
4	0.1335	0.1426	0.1572	0.1764	0.1735	2.6612	2.5020	2.1949	1.7668	1.8372
5	0.1208	0.1354	0.1603	0.1926	0.1712	2.7302	2.5243	2.1317	1.4973	1.5383

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.20. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -1 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.001

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	17	19	22	24	23	25	24	21	6	9
2	11	12	15	25	21	17	12	2	1	3
3	13	14	16	18	20	23	19	13	5	4
4	2	4	5	9	8	20	16	15	10	11
5	1	3	6	10	7	22	18	14	7	8

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.21. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -1 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.001

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	0.4743	0.4680	0.3478	0.3895	0.7106	4.0867	4.1899	2.3778	2.3363	1.3513
2	0.0505	0.0528	0.0487	0.0496	0.0524	3.5273	3.6564	3.6041	3.7907	3.8456
3	0.0665	0.0585	0.0543	0.0526	0.0795	3.0040	3.0030	2.9626	3.0375	3.7128
4	0.0591	0.0679	0.1025	0.1542	0.2389	3.2675	3.3696	3.1316	2.9569	2.8351
5	0.0523	0.0511	0.0575	0.0516	0.0958	3.3477	3.4598	3.2655	3.2611	3.6121

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.22. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -1 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.001

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	24	23	21	22	25	24	25	3	2	1
2	3	9	1	2	7	17	20	18	22	23
3	14	12	10	8	16	8	7	6	9	21
4	13	15	18	19	20	13	15	10	5	4
5	6	4	11	5	17	14	16	12	11	19

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.23. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -1 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.0001

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	0.7196	0.7206	0.7234	0.7296	0.7536	3.9439	3.8809	3.8014	3.7153	3.5982
2	0.6954	0.6954	0.6949	0.7010	0.9769	3.4342	3.4394	3.4564	3.5115	3.7358
3	0.6584	0.6611	0.6679	0.7089	1.1162	2.5554	2.5363	2.4744	2.2251	1.4082
4	0.5525	0.5536	0.5556	0.5573	0.5526	3.5144	3.5267	3.5559	3.6214	3.7111
5	0.5153	0.5440	0.6113	0.8556	1.8514	2.5584	2.4425	2.2187	1.5906	0.6284

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.24. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -1 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.0001

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	17	18	19	20	21	25	24	23	21	18
2	13	13	12	15	23	11	12	13	14	22
3	9	10	11	16	24	9	8	7	5	2
4	3	5	6	7	4	15	16	17	19	20
5	1	2	8	22	25	10	6	4	3	1

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.25. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -1 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.0001

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	0.4833	0.4883	1.1953	1.2286	2.6939	4.2791	4.2734	1.6234	1.3246	0.3215
2	0.0708	0.0622	0.0563	0.0580	0.0701	3.0164	3.1253	3.3363	3.3219	3.0643
3	0.0696	0.0636	0.0575	0.0583	0.0803	2.9402	2.9905	3.0930	3.0709	3.3479
4	0.0670	0.0652	0.0667	0.0616	0.0664	3.2404	3.2775	3.2685	3.3137	3.3927
5	0.0603	0.0578	0.0563	0.0554	0.0627	3.1782	3.2327	3.3020	3.3099	3.4023

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.26. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -1 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.0001

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	21	22	23	24	25	25	24	3	2	1
2	19	10	2	6	18	6	10	20	19	7
3	17	12	4	7	20	4	5	9	8	21
4	16	13	15	9	14	13	15	14	18	22
5	8	5	2	1	11	11	12	16	17	23

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.27. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od 0 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.1

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	0.4897	0.4768	0.4704	0.4733	0.5439	4.0087	4.1106	4.2364	4.2502	3.8670
2	0.2129	0.1776	0.1504	0.0901	0.1982	2.9355	2.6844	2.9555	3.7663	3.0138
3	0.0687	0.0698	0.1538	0.1405	0.2124	2.7947	2.8054	2.4702	2.8458	2.1490
4	0.1772	0.1436	0.1256	0.1684	0.1762	1.8667	2.0919	2.2536	1.9759	3.4205
5	0.1798	0.1629	0.1431	0.1799	0.1270	2.1133	2.3866	2.9493	3.8551	3.4928

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.28. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od 0 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.1

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	24	23	21	22	25	22	23	24	25	21
2	20	15	9	3	18	13	9	15	19	16
3	1	2	10	6	19	10	11	8	12	5
4	14	8	4	12	13	1	3	6	2	17
5	16	11	7	17	5	4	7	14	20	18

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.29. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od 0 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.1

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	0.6670	0.4765	0.4695	0.4727	0.5373	4.6721	4.3876	4.3297	4.2703	3.9060
2	0.4018	0.0782	0.0735	0.0786	0.1472	3.6100	3.7751	3.6391	3.5128	3.3103
3	0.0623	0.0627	0.0786	0.2479	0.2207	3.4031	3.4551	2.8822	2.0490	2.8270
4	0.2267	0.1264	0.0900	0.2592	0.2130	2.4471	3.0635	3.2826	3.1062	2.5949
5	0.3191	0.2065	0.1411	1.9557	0.1968	3.4982	3.2013	3.7604	2.9712	2.9742

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.30. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od 0 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.1

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	24	22	20	21	23	25	24	23	22	21
2	19	4	3	5	10	17	20	18	16	12
3	1	2	5	16	14	13	14	5	1	4
4	15	8	7	17	13	2	8	11	9	3
5	18	12	9	25	11	15	10	19	6	7

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.31. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od 0 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.001

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	0.6073	0.6175	0.6330	0.6458	0.5985	4.5493	4.5910	4.6374	4.6280	4.4219
2	0.4936	0.5060	0.5530	0.6765	0.7807	3.9737	4.0250	4.0146	4.1229	4.3998
3	0.3239	0.3293	0.3407	0.4584	1.2012	3.9126	3.9833	3.9355	2.0807	1.3135
4	0.3565	0.3713	0.3876	0.4472	0.5905	3.8385	3.9728	4.1058	3.7937	3.8359
5	0.3268	0.3376	0.3598	0.5814	1.4709	3.796	3.8388	3.7163	1.3004	0.9403

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.32. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od 0 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.001

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	18	19	20	21	17	22	23	25	24	21
2	12	13	14	22	23	14	17	16	19	20
3	1	3	5	11	24	11	15	12	4	3
4	6	8	9	10	16	9	13	18	6	8
5	2	4	7	15	25	7	10	5	2	1

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.33. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od 0 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.001

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	0.4795	0.4692	0.4657	0.4658	0.4689	4.0394	4.1650	4.2731	4.2759	4.2180
2	0.0487	0.0504	0.0490	0.0502	0.0514	3.2977	3.6160	3.6461	3.8524	3.8596
3	0.0571	0.0538	0.0523	0.0532	0.1189	3.0391	3.2960	3.2514	3.3266	3.6255
4	0.1038	0.0801	0.0598	0.0503	0.3199	2.7888	2.8383	2.9819	3.5618	3.1017
5	0.0845	0.0572	0.0483	0.0597	0.0666	2.8935	3.1127	3.2181	2.9190	3.1816

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.34. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od 0 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.001

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	25	24	21	22	23	21	22	24	25	23
2	2	6	3	4	7	13	16	18	19	20
3	11	10	8	9	19	6	12	11	14	17
4	18	16	14	5	20	1	2	5	15	7
5	17	12	1	13	15	3	8	10	4	9

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.35. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od 0 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.0001

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	0.6839	0.6874	0.6944	0.7089	0.7113	4.5513	4.5745	4.6150	4.6770	4.6342
2	0.7699	0.7803	0.7964	0.8114	0.8145	4.2652	4.3492	4.4568	4.5688	4.6802
3	0.7101	0.7183	0.7298	0.7428	0.7665	4.2840	4.3455	4.4207	4.4845	4.4743
4	0.6959	0.7049	0.7177	0.7290	0.7259	4.2706	4.3380	4.4238	4.4850	4.3278
5	0.6685	0.6733	0.6808	0.6898	0.7100	3.9961	4.0421	4.1027	4.1589	4.1446

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.36. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od 0 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.0001

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	4	5	7	10	13	19	21	22	24	23
2	21	22	23	24	25	6	12	15	20	25
3	12	15	18	19	20	8	11	13	17	16
4	8	9	14	17	16	7	10	14	18	9
5	1	2	3	6	11	1	2	3	5	4

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.37. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od 0 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.0001

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	0.4934	0.4955	0.4879	0.4733	0.4672	4.2403	4.2336	4.2608	4.3440	4.3994
2	0.0717	0.0680	0.0586	0.0544	0.0650	2.9546	2.9877	3.1969	3.5286	3.8377
3	0.0702	0.0645	0.0575	0.0575	0.0733	2.8702	2.9546	3.1907	3.3884	3.4738
4	0.0651	0.0567	0.0532	0.0529	0.0698	3.0386	3.0770	3.2936	3.5532	3.3728
5	0.0745	0.0698	0.0629	0.0606	0.0689	3.0735	3.1134	3.2102	3.2723	3.2292

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.38. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od 0 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.0001

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	24	25	23	22	21	22	21	23	24	25
2	18	13	7	3	11	2	4	10	18	20
3	17	10	5	5	19	1	2	9	16	17
4	12	4	2	1	15	5	7	14	19	15
5	20	15	9	8	14	6	8	11	13	12

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.39. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -0.5 do 0.5 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.1

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	0.4906	0.4779	0.4707	0.4734	0.5436	4.0039	4.0995	4.2283	4.2488	3.8678
2	0.2212	0.1778	0.1461	0.0875	0.2334	2.3637	2.6943	3.0112	3.7961	3.0849
3	0.1540	0.0603	0.0621	0.0569	0.1169	2.4601	3.1545	2.8459	2.9446	3.8937
4	0.2917	0.2039	0.1949	0.1801	0.1461	2.3127	2.4834	2.2942	1.8364	1.5900
5	0.1668	0.1385	0.1546	0.1434	0.1799	2.1335	2.4097	2.2949	2.4543	1.9250

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.40. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -0.5 do 0.5 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.1

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	24	23	21	22	25	22	23	24	25	20
2	18	13	8	4	19	8	13	16	19	17
3	10	2	3	1	5	11	18	14	15	21
4	20	17	16	15	8	7	12	5	2	1
5	12	6	11	7	14	4	9	6	10	3

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.41. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -0.5 do 0.5 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.1

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	0.6670	0.4765	0.4695	0.4727	0.5373	4.6721	4.3876	4.3297	4.2703	3.9060
2	0.1424	0.0782	0.0735	0.0786	0.1150	4.2282	3.7752	3.6391	3.5128	2.9629
3	0.1347	0.0627	0.0614	0.0512	0.1378	3.2585	3.4541	2.9383	3.6149	4.9345
4	0.9130	0.6875	0.1582	0.0674	0.1138	2.9867	3.1026	4.0279	3.5635	2.3433
5	0.1824	0.2694	0.0897	0.1368	0.1026	2.5935	2.3689	3.2614	2.9558	3.1125

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.42. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -0.5 do 0.5 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.1

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	23	21	19	20	22	24	23	22	21	18
2	15	6	5	7	11	20	17	16	13	6
3	12	3	2	1	14	10	12	4	15	25
4	25	24	16	4	10	7	8	19	14	1
5	17	18	8	13	9	3	2	11	5	9

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.43. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -0.5 do 0.5 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.001

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	0.6279	0.6415	0.6642	0.8395	0.9882	4.4367	4.4767	4.4667	2.0317	1.7462
2	0.1653	0.1777	0.2603	1.0067	0.8868	2.7955	2.3907	1.3435	0.8186	1.1173
3	0.1880	0.2085	0.3050	0.5039	0.7448	2.8280	2.5494	1.8632	1.2259	1.2961
4	0.1462	0.1565	0.1846	0.2672	0.2356	2.6479	2.4330	1.9008	1.1870	1.4655
5	0.1333	0.1601	0.2297	0.3598	0.2709	2.6213	2.2965	1.5321	0.8237	1.2320

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.44. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -0.5 do 0.5 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.001

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	18	19	20	22	24	23	25	24	14	11
2	5	6	12	25	23	21	16	8	1	3
3	8	9	15	17	21	22	18	12	5	7
4	2	3	7	13	11	20	17	13	4	9
5	1	4	10	16	14	19	15	10	2	6

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.45. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -0.5 do 0.5 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.001

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	0.4801	0.4699	0.4658	0.3711	0.6197	4.0353	4.1541	4.2671	2.3450	1.4595
2	0.0489	0.0513	0.0485	0.0493	0.0589	3.3828	3.6267	3.5856	3.7631	3.8493
3	0.0676	0.0586	0.0544	0.0503	0.0843	3.0370	3.0493	2.9958	2.9984	4.1129
4	0.0583	0.0577	0.0611	0.0752	0.1281	3.1110	3.1335	3.2394	2.9854	2.7420
5	0.0588	0.0574	0.0650	0.0507	0.0629	3.1212	3.2784	3.3440	3.4555	3.9415

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.46. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -0.5 do 0.5 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.001

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	24	23	22	21	25	22	24	25	2	1
2	2	6	1	3	13	15	18	17	19	20
3	17	11	7	4	19	7	8	5	6	23
4	10	9	14	18	20	9	11	12	4	3
5	12	8	16	5	15	10	13	14	16	21

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.47. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -0.5 do 0.5 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.0001

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	0.7152	0.7159	0.7173	0.7201	0.7269	3.6799	3.6435	3.5911	3.5258	3.4969
2	0.7198	0.7197	0.7191	0.7161	0.7228	3.4358	3.4521	3.4825	3.5324	3.5305
3	0.6858	0.6856	0.6848	0.6821	0.7231	3.0521	3.0574	3.0566	3.0159	2.6397
4	0.6509	0.6503	0.6488	0.6442	0.6325	3.5321	3.5348	3.5418	3.5588	3.5711
5	0.6341	0.6408	0.6532	0.6832	1.0179	2.9854	2.9264	2.8252	2.6056	1.5894

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.48. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -0.5 do 0.5 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.0001

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	14	15	17	21	24	25	24	23	15	14
2	20	19	18	16	22	11	12	13	18	16
3	13	12	11	9	23	8	10	9	7	3
4	7	6	5	4	1	17	19	20	21	22
5	2	3	8	10	25	6	5	4	2	1

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.49. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -0.5 do 0.5 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.0001

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	0.4925	0.4980	0.4950	1.1142	1.3654	4.2288	4.2126	4.2297	1.4608	0.3508
2	0.0639	0.0574	0.0528	0.0533	0.0593	3.0414	3.1441	3.3429	3.4014	3.3292
3	0.0670	0.0608	0.0555	0.0557	0.0685	2.9709	3.0576	3.2247	3.2458	3.3771
4	0.0631	0.0607	0.0558	0.0530	0.0604	3.1213	3.1442	3.2683	3.3629	3.4624
5	0.0602	0.0568	0.0537	0.0541	0.0638	3.1022	3.1647	3.2995	3.3002	3.3729

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.50. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -0.5 do 0.5 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.0001

	„in-the-sample“					*„out-of-sample“*				
maxit	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
q	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9	λ=0.1	λ=0.3	λ=0.5	λ=0.7	λ=0.9
1	21	23	22	24	25	24	23	25	2	1
2	18	10	1	3	11	4	8	17	21	16
3	19	15	6	7	20	3	5	11	12	20
4	16	14	8	2	13	7	9	13	18	22
5	12	9	4	5	17	6	10	14	15	19

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Rezultati dobiveni u Tablicama 5.15., 5.17.,…, 5.49. pokazuju da korištenjem različitih početnih vrijednosti, koje uključuju interval od -1 do 1, interval od 0 do 1 te interval od -0.5 do 0.5 ne postoje značajne razlike u srednjim kvadratnim pogreškama na poduzorku „*in-the-sample*“, dok su srednje kvadratne pogreške na poduzorku „*out-of-sample*“ veće pri intervalu odabira početnih vrijednosti težina od 0 do 1. Ovi zaključci su usporedivi s onima kod jednosmjerne neuronske mreže te su relevantni za unaprjeđenje dosadašnje teorije i prakse neuronskih mreža. Naime, ovisno o definiranim početnim vrijednostima težina Jordanove neuronske mreže, BP algoritam može divergirati, rezultirajući lošijim prediktivnim sposobnostima modela. Zbog toga je potreban oprez prilikom definiranja intervala početnih vrijednosti težina, naročito kod Jordanove neuronske mreže. Na temelju korištenja različitih stopa učenja, koje uključuju stope učenja 0.1, 0.001 te 0.0001 na oba poduzorka mogu se uočiti značajne razlike. Jordanove neuronske mreže sa stopom učenja od 0.0001 imaju značajno više vrijednosti srednje kvadratne pogreške u odnosu na neuronske mreže s obje preostale stope učenja. Ovi zaključci dovode do unaprjeđenja dosadašnje teorije i prakse korištenja Jordanove neuronske mreže pri čemu se dokazuje da preniske vrijednosti stope učenja stvaraju problem da mreža ne konvergira ka stvarnim vrijednostima parametara. Također, u empirijskom istraživanju je potvrđeno da i stope učenja veće od 0.1 rezultiraju lošim performansama mreže i divergenciji algoritma učenja kod Jordanove neuronske mreže. Stoga, vrijednosti stopa učenja od 0.001 do 0.1 su optimalne u tom kontekstu jer BP algoritam konvergira ka stvarnim vrijednostima težina što utječe na dobre performanse modela na poduzorcima „*in-the-sample*“ i „*out-of-sample*“. Posebno se istražuje maksimalan broj iteracija algoritma učenja kao jedan od načina ranog zaustavljanja mreže s ciljem rješavanja problema predeterminiranosti modela neuronske mreže. Jordanove neuronske mreže procijenjene na temelju 10000 iteracija već pri broju skrivenih neurona većem od 1 dostižu relativno niske vrijednosti srednje kvadratne pogreške na uzorku za treniranje i validaciju, dok se na uzorku za testiranje mogu uočiti relativno više vrijednosti srednje kvadratne pogreške. Neuronske mreže procijenjene s maksimalnim brojem iteracija od 100 na poduzorku „*out-of-sample*“ daju značajno niže srednje kvadratne pogreške, uz relativno visoke vrijednosti srednjih kvadratnih pogreški na poduzorku „*in-the-sample*“. Konkretno, korištenjem maksimalnog broja iteracija od 100, samo pri stopi učenja od 0.1 i 3 skrivena neurona daje relativno niske vrijednosti prognostičke pogreške uz relativno niske vrijednosti srednje kvadratne pogreške na uzorku za treniranje i validaciju. Ovi zaključci dovode do inkonkluzivnosti. Naime, povećanjem maksimalnog broja iteracija neuronska mreža savršeno nauči vrijednosti na poduzorku za treniranje i validaciju, međutim to dovodi do predeterminiranosti modela koji se ogleda u lošijim performansama modela na

poduzorku za testiranje. U empirijskim istraživanjima općenito se rijetko maksimalan broj iteracija dovodi u pitanje, dok se u ovom radu uočava kao značajan problem. Dalje se ispituje problem odabira broja skrivenih neurona u Jordanovoj neuronskoj mreži s ciljem definiranja optimalnog broja neurona i rješavanja problema predetermininiranosti modela. Na temelju korištenja različitog broja skrivenih neurona, koji uključuju broj neurona od 1 do 5, uočava se da su na poduzorku za treniranje i validaciju zajedno performanse Jordanovih neuronskih mreža s jednim skrivenim neuronom značajno lošije u odnosu na sve ostale razine skrivenih neurona. Na poduzorku za testiranje su performanse Jordanovih neuronskih mreža s jednim i dva skrivena neurona značajno lošije u odnosu na sve ostale razine skrivenih neurona, dok se značajne razlike pri većem broju neurona u skrivenom sloju ne mogu očiti. Ovaj zaključak sugerira da je optimalan broj skrivenih neurona u Jordanovoj neuronskoj mreži upravo 3. Tako se dovodi do parsimonijskog modela koji ima optimalne performanse na oba uzorka. Svi prethodno definirani varijabilni parametri neuronskih mreža su jednako definirani kako za jednosmjerne tako i za Jordanove neuronske mreže. Međutim Jordanova neuronska mreža ima specifičan parametar kojeg je potrebno definirati prije procjene modela, a to je λ, tj. veličina težine kontekstne jedinice. Na temelju korištenja različite veličine težine kontekstne jedinice, koje uključuju vrijednosti 0.1, 0.3, 0.5, 0.7 i 0.9 uočava se da postoji značajna razlika u srednjim kvadratnim pogreškama. Međutim rezultati dovode do inkonkluzivnosti jer na poduzorku „*in-the-sample*“ vrijednost λ od 0.9 daje značajno najlošije rezultate, tj. najviše vrijednosti srednje kvadratne pogreške, dok su performanse neuronskih mreža na poduzorku „*out-of-sample*“ značajno bolje korištenjem vrijednosti λ od 0.7 i 0.9.

S obzirom na prevelik broj procijenjenih Jordanovih neuronskih mreža, iz navedenih tablica koje prikazuju srednje kvadratne pogreške ne uočavaju se nikakve zakonitosti. Stoga, kako bi se odredila prikladna Jordanova neuronska mreža koja istovremeno ima najnižu vrijednosti srednje kvadratne pogreške na poduzorku za treniranje i validaciju zajedno, te koja ima dobre prediktivne sposobnosti, tj. nisku srednju kvadratnu pogrešku na poduzorku za testiranje, pristupilo se rangiranju neuronskih mreža posebno za poduzorak za treniranje i validaciju zajedno te posebno za poduzorak za testiranje. Istovremenim rangiranjem Jordanovih neuronskih mreža na oba poduzorka žei se donjeti zaključak o podudarnosti rangova „*in-the-sample*“ i „*out-of-sample*“. Zbog izrazito drukčijih rezultata koji se uočavaju na temelju 100 i 10000 iteracija na oba poduzorka koji dovode do inkonkluzivnosti u zaključcima, rangiranje se vrši posebno za svaku vrstu iteracija. Tablicama 5.16., 5.18.,…, 5.50. prikazano je rangiranje procijenjenih Jordanovih neuronskih mreža prema vrijednostima srednjih kvadratnih pogreški

posebno na poduzorcima za treniranje i validaciju zajedno (engl. *in-the-sample*) te na poduzorku za testiranje (engl. *out-of-sample*). Međutim, rangiranje neuronskih mreža također ne dovodi do konkretnog zaključka jer se ne uočavaju podudarnosti rangiranja na oba promatrana poduzorka. Naime, najbolje Jordanove neuronske mreže na poduzorku za treniranje i validaciju zajedno nisu prikladne za odabir na temelju poduzorka za testiranje jer imaju značajno lošije prediktivne sposobnosti, i obrnuto. Stoga, rangiranje Jordanovih neuronskih mreža ne dovodi do odabira najbolje neuronske mreže koja će na oba poduzorka, tj. na poduzorku za treniranje i validaciju zajedno dati najniže srednje kvadratne pogreške uz istovremeno niske vrijednosti srednje kvadratne pogreške na poduzorku za testiranje.

S obzirom da se rangiranjem Jordanovih neuronskih mreža ne može doći do konačnog rješenja, tj. odabira prikladne neuronske mreže u konkretnom slučaju primjene, pristupa se metodologiji odabira u dva koraka: eliminaciji i selekciji.

Na temelju dobivenih rezultata iz neparnih Tablica 5.15., 5.17.,…, 5.49. može se uočiti da pojedine Jordanove neuronske mreže imaju relativno visoke vrijednosti srednjih kvadratnih pogreški na poduzorku „*in-the-sample*“. Relativno visoke vrijednosti srednje kvadratne pogreške na tom poduzorku sugeriraju da neuronska mreža nije dobro naučila uzorak za treniranje, unatoč tomu što te neuronske mreže često daju niske vrijednosti prognostičkih pogreški. Stoga, prvi korak odabira prikladne neuronske mreže podrazumijeva eliminaciju. Pri tom se iz daljnjeg istraživanja eliminiraju sve neuronske mreže koje imaju MSE viši od 0.1. Preostale neuronske mreže procijenjene na temelju 100 iteracija su prikazane u Tablici 5.51. Iz Tablice 5.51. se prvo može uočiti da je od 225 procijenjenih Jordanovih neuronskih mreža sa 100 iteracija nakon eliminacije ostalo samo 13 što upućuje na zaključak da neuronske mreže procijenjene na temelju 100 iteracija ne uče dobro. Kao što je već i prije pokazano, korištenje maksimalnog broja iteracija od 100 zahtjeva višu stopu učenja, pa tako sve preostale neuronske mreže imaju stopu učenja od 0.1. Preostale su također samo Jordanove neuronske mreže s 2 ili 3 neurona u skrivenom sloju.

Tablice 5.52.-5.54. pokazuju Jordanove neuronske mreže koje su ostale nakon eliminacije s vrijednostima MSE i AIC na poduzorku za treniranje i validaciju zajedno te na poduzorku za testiranje, s pripadajućim varijabilnim parametrima za 10000 iteracija. Od ukupno 225 procijenjenih neuronskih mreža s 10000 iteracija preostalo je 136 nakon eliminacije, što znači da upotrebom većeg broja iteracija neuronska mreža dobro uči. Međutim, javlja se problem

relativno visokih vrijednosti srednje kvadratne pogreške na poduzorku za testiranje. Ostali varijabilni parametri neuronske mreže su podjednako zastupljeni te se ne može doći do konkretnog zaključka, osim što su eliminirane sve neuronske mreže s jednim neuronom u skrivenom sloju. Konačno, rangiranjem preostalih neuronskih mreža bilo prema MSE ili prema AIC ne dovodi do prikladne neuronske mreže jer najbolja neuronska mreža na poduzorku „*in-the-sample*“, na temelju kriterija MSE i/ili AIC, na poduzorku „*out-of-sample*“ daje visoke vrijednosti oba pokazatelja prikladnosti i obrnuto.

Tablica 5.51. Jordanove neuronske mreže nakon eliminacije s varijabilnim parametrima te MSE i AIC pokazateljima prikladnosti za 100 iteracija

		„*in-the-sample*“		„*out-of-sample*“							
		MSE	AIC	MSE	AIC	*maxit*	μ	*q*	*inic*	λ	*k*
A1	JNN117	0.0933	-425.41	3.7346	62.94	100	0.1	2	[-1, 1]	0.7	15
A2	JNN103	0.0623	-488.95	2.8997	70.61	100	0.1	3	[-1, 1]	0.1	22
A3	JNN108	0.0623	-488.95	2.9109	70.71	100	0.1	3	[-1, 1]	0.3	22
A4	JNN113	0.0611	-492.68	2.8874	70.50	100	0.1	3	[-1, 1]	0.5	22
A5	JNN118	0.0597	-497.13	2.7951	69.69	100	0.1	3	[-1, 1]	0.7	22
A6	JNN123	0.0857	-427.72	4.2173	79.97	100	0.1	3	[-1, 1]	0.9	22
A7	JNN267	0.0901	-432.11	3.7663	63.15	100	0.1	2	[0, 1]	0.7	15
A8	JNN253	0.0687	-470.17	2.7947	69.69	100	0.1	3	[0, 1]	0.1	22
A9	JNN258	0.0698	-467.12	2.8054	69.78	100	0.1	3	[0, 1]	0.3	22
A10	JNN417	0.0875	-437.73	3.7961	63.34	100	0.1	2	[-0.5, 0.5]	0.7	15
A11	JNN408	0.0603	-495.21	3.1545	72.72	100	0.1	3	[-0.5, 0.5]	0.3	22
A12	JNN413	0.0621	-489.57	2.8459	70.14	100	0.1	3	[-0.5, 0.5]	0.5	22
A13	JNN418	0.0569	-506.36	2.9446	70.99	100	0.1	3	[-0.5, 0.5]	0.7	22

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.52. Jordanove neuronske mreže nakon eliminacije s varijabilnim parametrima te MSE i AIC pokazateljima prikladnosti za 10000 iteracija i intervalom od -1 do 1

		„*in-the-sample*“		„*out-of-sample*“							
		MSE	AIC	MSE	AIC	*maxit*	μ	*q*	*inic*	λ	*k*
A1	JNN2	0.0505	-543.27	3.5273	61.51	10000	0.001	2	[-1, 1]	0.1	15
A2	JNN7	0.0528	-534.72	3.6564	62.41	10000	0.001	2	[-1, 1]	0.3	15
A3	JNN12	0.0487	-550.24	3.6041	62.05	10000	0.001	2	[-1, 1]	0.5	15
A4	JNN17	0.0496	-546.72	3.7907	63.31	10000	0.001	2	[-1, 1]	0.7	15
A5	JNN22	0.0524	-536.18	3.8456	63.67	10000	0.001	2	[-1, 1]	0.9	15
A6	JNN3	0.0665	-476.43	3.0040	71.50	10000	0.001	3	[-1, 1]	0.1	22
A7	JNN8	0.0585	-501.04	3.0030	71.49	10000	0.001	3	[-1, 1]	0.3	22
A8	JNN13	0.0543	-515.34	2.9626	71.15	10000	0.001	3	[-1, 1]	0.5	22
A9	JNN18	0.0526	-521.45	3.0375	71.78	10000	0.001	3	[-1, 1]	0.7	22
A10	JNN23	0.0795	-442.14	3.7128	76.79	10000	0.001	3	[-1, 1]	0.9	22
A11	JNN4	0.0591	-485.08	3.2675	87.60	10000	0.001	4	[-1, 1]	0.1	29
A12	JNN9	0.0679	-458.43	3.3696	88.37	10000	0.001	4	[-1, 1]	0.3	29
A13	JNN5	0.0523	-494.55	3.3477	102.21	10000	0.001	5	[-1, 1]	0.1	36

A14	JNN10	0.0511	-499.00	3.4598	103.03	10000	0.001	5	[-1, 1]	0.3	36
A15	JNN15	0.0575	-476.35	3.2655	101.59	10000	0.001	5	[-1, 1]	0.5	36
A16	JNN20	0.0516	-497.13	3.2611	101.55	10000	0.001	5	[-1, 1]	0.7	36
A17	JNN25	0.0958	-378.33	3.6121	104.11	10000	0.001	5	[-1, 1]	0.9	36
A18	JNN32	0.0782	-459.31	3.7752	63.21	10000	0.1	2	[-1, 1]	0.3	15
A19	JNN42	0.0786	-458.33	3.5128	61.41	10000	0.1	2	[-1, 1]	0.7	15
A20	JNN28	0.0623	-488.95	3.4035	74.62	10000	0.1	3	[-1, 1]	0.1	22
A21	JNN33	0.0628	-487.42	3.4530	74.98	10000	0.1	3	[-1, 1]	0.3	22
A22	JNN38	0.0573	-505.02	3.7437	77.00	10000	0.1	3	[-1, 1]	0.5	22
A23	JNN43	0.0512	-526.63	3.5959	75.99	10000	0.1	3	[-1, 1]	0.7	22
A24	JNN48	0.0674	-459.85	3.5642	89.77	10000	0.1	4	[-1, 1]	0.7	29
A25	JNN53	0.0773	-419.53	1.6627	84.71	10000	0.1	5	[-1, 1]	0.7	36
A26	JNN52	0.0708	-478.40	3.0164	57.60	10000	0.0001	2	[-1, 1]	0.1	15
A27	JNN57	0.0622	-503.26	3.1253	58.49	10000	0.0001	2	[-1, 1]	0.3	15
A28	JNN62	0.0563	-522.40	3.3363	60.12	10000	0.0001	2	[-1, 1]	0.5	15
A29	JNN67	0.0580	-516.68	3.3219	60.01	10000	0.0001	2	[-1, 1]	0.7	15
A30	JNN72	0.0701	-480.30	3.0643	58.00	10000	0.0001	2	[-1, 1]	0.9	15
A31	JNN53	0.0696	-467.68	2.9402	70.96	10000	0.0001	3	[-1, 1]	0.1	22
A32	JNN58	0.0636	-484.99	2.9905	71.39	10000	0.0001	3	[-1, 1]	0.3	22
A33	JNN63	0.0575	-504.35	3.0930	72.23	10000	0.0001	3	[-1, 1]	0.5	22
A34	JNN68	0.0583	-501.69	3.0709	72.05	10000	0.0001	3	[-1, 1]	0.7	22
A35	JNN73	0.0803	-440.22	3.3479	74.21	10000	0.0001	3	[-1, 1]	0.9	22
A36	JNN54	0.0670	-460.99	3.2404	87.39	10000	0.0001	4	[-1, 1]	0.1	29
A37	JNN59	0.0652	-466.22	3.2775	87.68	10000	0.0001	4	[-1, 1]	0.3	29
A38	JNN64	0.0667	-461.85	3.2685	87.61	10000	0.0001	4	[-1, 1]	0.5	29
A39	JNN69	0.0616	-477.12	3.3137	87.95	10000	0.0001	4	[-1, 1]	0.7	29
A40	JNN74	0.0664	-462.72	3.3927	88.54	10000	0.0001	4	[-1, 1]	0.9	29
A41	JNN55	0.0603	-467.22	3.1782	100.91	10000	0.0001	5	[-1, 1]	0.1	36
A42	JNN60	0.0578	-475.35	3.2327	101.33	10000	0.0001	5	[-1, 1]	0.3	36
A43	JNN65	0.0563	-480.40	3.3020	101.86	10000	0.0001	5	[-1, 1]	0.5	36
A44	JNN70	0.0554	-483.49	3.3099	101.92	10000	0.0001	5	[-1, 1]	0.7	36
A45	JNN75	0.0627	-459.72	3.4023	102.61	10000	0.0001	5	[-1, 1]	0.9	36

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.53. Jordanove neuronske mreže nakon eliminacije s varijabilnim parametrima te MSE i AIC pokazateljima prikladnosti za 10000 iteracija i intervalom od 0 do 1

		„*in-the-sample*“		„*out-of-sample*“							
		MSE	AIC	MSE	AIC	*maxit*	μ	*q*	*inic*	λ	*k*
A46	JNN152	0.0487	-550.24	3.2977	59.83	10000	0.001	2	[0, 1]	0.1	15
A47	JNN157	0.0504	-543.65	3.6160	62.13	10000	0.001	2	[0, 1]	0.3	15
A48	JNN162	0.0490	-549.06	3.6461	62.34	10000	0.001	2	[0, 1]	0.5	15
A49	JNN167	0.0502	-544.41	3.8524	63.72	10000	0.001	2	[0, 1]	0.7	15
A50	JNN172	0.0514	-539.88	3.8596	63.76	10000	0.001	2	[0, 1]	0.9	15
A51	JNN153	0.0571	-505.69	3.0391	71.79	10000	0.001	3	[0, 1]	0.1	22
A52	JNN158	0.0538	-517.12	3.2960	73.82	10000	0.001	3	[0, 1]	0.3	22
A53	JNN163	0.0523	-522.55	3.2514	73.48	10000	0.001	3	[0, 1]	0.5	22

A54	JNN168	0.0532	-519.27	3.3266	74.05	10000	0.001	3	[0, 1]	0.7	22
A55	JNN159	0.0801	-426.70	2.8383	84.08	10000	0.001	4	[0, 1]	0.3	29
A56	JNN164	0.0598	-482.82	2.9819	85.31	10000	0.001	4	[0, 1]	0.5	29
A57	JNN169	0.0503	-516.03	3.5618	89.76	10000	0.001	4	[0, 1]	0.7	29
A58	JNN155	0.0845	-402.43	2.8935	98.56	10000	0.001	5	[0, 1]	0.1	36
A59	JNN160	0.0572	-477.35	3.1127	100.39	10000	0.001	5	[0, 1]	0.3	36
A60	JNN165	0.0483	-509.82	3.2181	101.22	10000	0.001	5	[0, 1]	0.5	36
A61	JNN170	0.0597	-469.14	2.9190	98.78	10000	0.001	5	[0, 1]	0.7	36
A62	JNN175	0.0666	-448.14	3.1816	100.93	10000	0.001	5	[0, 1]	0.9	36
A63	JNN182	0.0782	-459.31	3.7751	63.21	10000	0.1	2	[0, 1]	0.3	15
A64	JNN187	0.0735	-471.21	3.6391	62.29	10000	0.1	2	[0, 1]	0.5	15
A65	JNN192	0.0786	-458.33	3.5128	61.41	10000	0.1	2	[0, 1]	0.7	15
A66	JNN178	0.0623	-488.95	3.4031	74.62	10000	0.1	3	[0, 1]	0.1	22
A67	JNN183	0.0627	-487.72	3.4551	75.00	10000	0.1	3	[0, 1]	0.3	22
A68	JNN188	0.0786	-444.33	2.8822	70.46	10000	0.1	3	[0, 1]	0.5	22
A69	JNN189	0.0900	-404.33	3.2826	87.72	10000	0.1	4	[0, 1]	0.5	29
A70	JNN202	0.0717	-475.97	2.9546	57.08	10000	0.0001	2	[0, 1]	0.1	15
A71	JNN207	0.0680	-486.14	2.9877	57.36	10000	0.0001	2	[0, 1]	0.3	15
A72	JNN212	0.0586	-514.71	3.1969	59.05	10000	0.0001	2	[0, 1]	0.5	15
A73	JNN217	0.0544	-528.99	3.5286	61.52	10000	0.0001	2	[0, 1]	0.7	15
A74	JNN222	0.0650	-494.81	3.8377	63.62	10000	0.0001	2	[0, 1]	0.9	15
A75	JNN203	0.0702	-466.03	2.8702	70.36	10000	0.0001	3	[0, 1]	0.1	22
A76	JNN208	0.0645	-482.29	2.9546	71.08	10000	0.0001	3	[0, 1]	0.3	22
A77	JNN213	0.0575	-504.35	3.1907	73.01	10000	0.0001	3	[0, 1]	0.5	22
A78	JNN218	0.0575	-504.35	3.3884	74.51	10000	0.0001	3	[0, 1]	0.7	22
A79	JNN223	0.0733	-457.73	3.4738	75.13	10000	0.0001	3	[0, 1]	0.9	22
A80	JNN204	0.0651	-466.51	3.0386	85.78	10000	0.0001	4	[0, 1]	0.1	29
A81	JNN209	0.0567	-493.04	3.0770	86.10	10000	0.0001	4	[0, 1]	0.3	29
A82	JNN214	0.0532	-505.27	3.2936	87.80	10000	0.0001	4	[0, 1]	0.5	29
A83	JNN219	0.0529	-506.36	3.5532	89.70	10000	0.0001	4	[0, 1]	0.7	29
A84	JNN224	0.0698	-453.13	3.3728	88.39	10000	0.0001	4	[0, 1]	0.9	29
A85	JNN205	0.0745	-426.62	3.0735	100.07	10000	0.0001	5	[0, 1]	0.1	36
A86	JNN210	0.0698	-439.13	3.1134	100.39	10000	0.0001	5	[0, 1]	0.3	36
A87	JNN215	0.0629	-459.11	3.2102	101.16	10000	0.0001	5	[0, 1]	0.5	36
A88	JNN220	0.0606	-466.26	3.2723	101.64	10000	0.0001	5	[0, 1]	0.7	36
A89	JNN225	0.0689	-441.62	3.2292	101.31	10000	0.0001	5	[0, 1]	0.9	36

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Tablica 5.54. Jordanove neuronske mreže nakon eliminacije s varijabilnim parametrima te MSE i AIC pokazateljima prikladnosti za 10000 iteracija i intervalom od -0.5 do 0.5

		„*in-the-sample*“		„*out-of-sample*“							
		MSE	AIC	MSE	AIC	*maxit*	μ	*q*	*inic*	λ	*k*
A90	JNN302	0.0489	-549.45	3.3828	60.47	10000	0.001	2	[-0.5, 0.5]	0.1	15
A91	JNN307	0.0513	-540.25	3.6267	62.21	10000	0.001	2	[-0.5, 0.5]	0.3	15
A92	JNN312	0.0485	-551.03	3.5856	61.92	10000	0.001	2	[-0.5, 0.5]	0.5	15
A93	JNN317	0.0493	-547.89	3.7631	63.13	10000	0.001	2	[-0.5, 0.5]	0.7	15

A94	JNN322	0.0589	-513.73	3.8493	63.70	10000	0.001	2	[-0.5, 0.5]	0.9	15
A95	JNN303	0.0676	-473.28	3.0370	71.77	10000	0.001	3	[-0.5, 0.5]	0.1	22
A96	JNN308	0.0586	-500.71	3.0493	71.87	10000	0.001	3	[-0.5, 0.5]	0.3	22
A97	JNN313	0.0544	-514.99	2.9958	71.43	10000	0.001	3	[-0.5, 0.5]	0.5	22
A98	JNN318	0.0503	-530.03	2.9984	71.45	10000	0.001	3	[-0.5, 0.5]	0.7	22
A99	JNN323	0.0843	-430.89	4.1129	79.35	10000	0.001	3	[-0.5, 0.5]	0.9	22
A100	JNN304	0.0583	-487.69	3.1110	86.37	10000	0.001	4	[-0.5, 0.5]	0.1	29
A101	JNN309	0.0577	-489.68	3.1335	86.55	10000	0.001	4	[-0.5, 0.5]	0.3	29
A102	JNN314	0.0611	-478.69	3.2394	87.38	10000	0.001	4	[-0.5, 0.5]	0.5	29
A103	JNN319	0.0752	-438.82	2.9854	85.34	10000	0.001	4	[-0.5, 0.5]	0.7	29
A104	JNN305	0.0588	-472.05	3.1212	100.46	10000	0.001	5	[-0.5, 0.5]	0.1	36
A105	JNN310	0.0574	-476.68	3.2784	101.68	10000	0.001	5	[-0.5, 0.5]	0.3	36
A106	JNN315	0.0650	-452.81	3.3440	102.18	10000	0.001	5	[-0.5, 0.5]	0.5	36
A107	JNN320	0.0507	-500.51	3.4555	103.00	10000	0.001	5	[-0.5, 0.5]	0.7	36
A108	JNN325	0.0629	-459.11	3.9415	106.29	10000	0.001	5	[-0.5, 0.5]	0.9	36
A109	JNN332	0.0782	-459.31	3.7752	63.21	10000	0.1	2	[-0.5, 0.5]	0.3	15
A110	JNN337	0.0735	-471.21	3.6391	62.29	10000	0.1	2	[-0.5, 0.5]	0.5	15
A111	JNN342	0.0786	-458.33	3.5128	61.41	10000	0.1	2	[-0.5, 0.5]	0.7	15
A112	JNN333	0.0627	-487.72	3.4541	74.99	10000	0.1	3	[-0.5, 0.5]	0.3	22
A113	JNN338	0.0614	-491.75	2.9383	70.95	10000	0.1	3	[-0.5, 0.5]	0.5	22
A114	JNN343	0.0512	-526.63	3.6149	76.13	10000	0.1	3	[-0.5, 0.5]	0.7	22
A115	JNN344	0.0674	-459.85	3.5635	89.77	10000	0.1	4	[-0.5, 0.5]	0.7	29
A116	JNN340	0.0897	-390.97	3.2614	101.55	10000	0.1	5	[-0.5, 0.5]	0.5	36
A117	JNN352	0.0639	-498.08	3.0414	57.81	10000	0.0001	2	[-0.5, 0.5]	0.1	15
A118	JNN357	0.0574	-518.68	3.1441	58.64	10000	0.0001	2	[-0.5, 0.5]	0.3	15
A119	JNN362	0.0528	-534.72	3.3429	60.17	10000	0.0001	2	[-0.5, 0.5]	0.5	15
A120	JNN367	0.0533	-532.91	3.4014	60.60	10000	0.0001	2	[-0.5, 0.5]	0.7	15
A121	JNN372	0.0593	-512.43	3.3292	60.07	10000	0.0001	2	[-0.5, 0.5]	0.9	15
A122	JNN353	0.0670	-474.99	2.9709	71.22	10000	0.0001	3	[-0.5, 0.5]	0.1	22
A123	JNN358	0.0608	-493.63	3.0576	71.94	10000	0.0001	3	[-0.5, 0.5]	0.3	22
A124	JNN363	0.0555	-511.14	3.2247	73.27	10000	0.0001	3	[-0.5, 0.5]	0.5	22
A125	JNN368	0.0557	-510.45	3.2458	73.43	10000	0.0001	3	[-0.5, 0.5]	0.7	22
A126	JNN373	0.0685	-470.74	3.3771	74.43	10000	0.0001	3	[-0.5, 0.5]	0.9	22
A127	JNN354	0.0631	-472.50	3.1213	86.46	10000	0.0001	4	[-0.5, 0.5]	0.1	29
A128	JNN359	0.0607	-479.95	3.1442	86.64	10000	0.0001	4	[-0.5, 0.5]	0.3	29
A129	JNN364	0.0558	-496.11	3.2683	87.61	10000	0.0001	4	[-0.5, 0.5]	0.5	29
A130	JNN369	0.0530	-505.99	3.3629	88.32	10000	0.0001	4	[-0.5, 0.5]	0.7	29
A131	JNN374	0.0604	-480.90	3.4624	89.05	10000	0.0001	4	[-0.5, 0.5]	0.9	29
A132	JNN355	0.0602	-467.54	3.1022	100.30	10000	0.0001	5	[-0.5, 0.5]	0.1	36
A133	JNN360	0.0568	-478.70	3.1647	100.80	10000	0.0001	5	[-0.5, 0.5]	0.3	36
A134	JNN365	0.0537	-489.47	3.2995	101.84	10000	0.0001	5	[-0.5, 0.5]	0.5	36
A135	JNN370	0.0541	-488.05	3.3002	101.85	10000	0.0001	5	[-0.5, 0.5]	0.7	36
A136	JNN375	0.0638	-456.38	3.3729	102.39	10000	0.0001	5	[-0.5, 0.5]	0.9	36

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Da bi se došlo do najboljeg kompromisnog rješenja, tj. prikladne Jordanove neuronske mreže koristi se PROMETHEE metoda. Pri tom se kao kriteriji uzimaju MSE i AIC pokazatelji prikladnosti na poduzorcima „*in-the-sample*“ i „*out-of-sample*“, a neuronske mreže predstavljaju alternative. Korišten je Gaussov generalizirani kriterij s parametrom *s* koji predstavlja standardnu devijaciju normalne distribucije pojedinog kriterija. Za parametar *s* se odabiru vrijednosti 0.01 za MSE „*in-the-sample*“, 0.1 za MSE „*out-of-sample*“, 50 za AIC „*in-the-sample*“ te 10 za AIC „*out-of-sample*“. Donositelj odluke određuje težine (pondere) za svaki kriterij. Pri tome su dok su ponderi važnosti za MSE dvostruko veći nego za AIC, tj. ponder važnosti za MSE „*in-the-sample*“ je 2, za MSE „*out-of-sample*“ 2, za AIC „*in-the-sample*“ 1 te za AIC „*out-of-sample*“ 1. Isti kriteriji i isti ponderi su korišteni za sve neuronske mreže. Rezultati su prikazani na Slici 5.8. za 100 iteracija te na slici 5.9. za 10000 iteracija. Slike 5.8. i 5.9. prikazuju s lijeve strane rangiranje alternativa, tj. neuronskih mreža, prema neto toku (*Phi*) koji se dobije kao razlika „snage“ (*Phi*+) i „slabosti“ (*Phi*-) pojedine alternative.

Rangiranjem Jordanovih neuronskih mreža PROMETHEE metodom, istovremeno prema 4 kriterija, dobiva se kompromisno rješenje u kontekstu da izabrana JNN mreža udovoljava zahtjevu da je dobro naučila uzorak za treniranje i validaciju, a istovremeno ima dobru prediktivnu sposobnost u odnosu na ostale JNN mreže. To je alternativa A5 na Slici 5.8. ili JNN118 u Tablici 5.51., tj. mreža JNN(4,3,1) s brojem iteracija 100, sa stopom učenja 0. 1, početnim vrijednostima težina iz intervala [-1, 1] te težinom veze kontekstne jedinice same sa sobom od 0.7. Rangiranjem Jordanovih neuronskih mreža s 10000 iteracija dobivena je kao najbolja alternativa A98 na Slici 5.9. ili FNN318 u Tablici 5.54., tj. mreža JNN(4,3,1) sa stopom učenja 0.001, brojem iteracija 10000 i početnim vrijednostima težina iz intervala [-0.5, 0.5], te s težinom veze kontekstne jedinice same sa sobom od 0.7. Može zaključiti da je Jordanova neuronska mreža izrazito osjetljiva na maksimalni broj iteracija te je pri tom važno istaknuti da veći broj iteracija (10000) zahtjeva manju stopu učenja (0.001), dok niži broj iteracija (100) zahtjeva veću stopu učenja (0.1). Premala stopa učenja od 0.0001 s 10000 utječe na to da neuronska mreža predobro nauči uzorka za treniranje i validaciju te konačno rezultira relativno lošijim prediktivnim sposobnostima. Konačno, prikladna Jordanova neuronska mreža ima 3 neurona u skrivenom sloju.

Rank	action	Phi	Phi+	Phi-
1	A5	0,3630	0,3723	0,0093
2	A12	0,2927	0,3167	0,0240
3	A4	0,2632	0,3061	0,0429
4	A13	0,2594	0,3447	0,0852
5	A8	0,2405	0,3137	0,0731
6	A2	0,2404	0,2947	0,0543
7	A3	0,2304	0,2929	0,0625
8	A9	0,2110	0,2997	0,0887
9	A11	0,0423	0,2785	0,2362
10	A10	-0,4677	0,0729	0,5406
11	A7	-0,4832	0,0711	0,5542
12	A1	-0,5008	0,0760	0,5769
13	A6	-0,6913	0,0100	0,7013

Slika 5.8. Rangiranje preostalih Jordanovih neuronskih mreža sa 100 iteracija PROMETHEE metodom
Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*Visual PROMETHEE*“

Rank	action	Phi	Phi+	Phi-
1	A98	0,4808	0,5111	0,0304
2	A8	0,4328	0,4653	0,0325
3	A9	0,4177	0,4590	0,0413
4	A97	0,4131	0,4502	0,0372
5	A46	0,3482	0,4584	0,1102
6	A51	0,3417	0,3996	0,0579
7	A7	0,3409	0,3996	0,0588
8	A118	0,3382	0,4083	0,0702
9	A113	0,3262	0,4016	0,0754
10	A96	0,3100	0,3800	0,0700

Slika 5.9. Rangiranje prvih 10 preostalih Jordanovih neuronskih mreža s 10000 iteracija PROMETHEE metodom
Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*Visual PROMETHEE*“

Usporedbom s rezultatima dobivenim jednosmjernim neuronskim mrežama u potpoglavlju 5.2.2. može se zaključiti da je u Jordanovoj neuronskoj mreži optimalan broj skrivenih neurona manji nego u jednosmjernoj. Prikladna jednosmjerna neuronska mreža bez obzira na maksimalan broj iteracija je FNN(4,5,1), tj. neuronska mreža s 5 neurona u skrivenom sloju, dok je prikladna Jordanova neuronska mreža neovisno o maksimalnom broju iteracija JNN(4,3,1), tj. neuronska mreža s 3 neurona u skrivenom sloju. 8. Na temelju usporedbe dviju „najboljih“ neuronskih mreža iz svake skupine (jednosmjernih i Jordanovih) zaključuje se da je u približno sličnim uvjetima potrebno manje neurona u skrivenom sloju Jordanove neuronske

mreža u odnosu na jednosmjernu. Stoga se potvrđuje da je Jordanova neuronska mreža parsimonijska u odnosu na jednosmjernu neuronsku mrežu. Tako se može dokazati pomoćna hipoteza **PH 1** koja glasi: **Jedan skriveni sloj u Jordanovoj neuronskoj mreži je nužan i dovoljan za rješavanje problema predeterminiranosti poštujući načelo parsimonije**. Naime, jednosmjerna neuronska mreža ne može procijeniti dio modela pomičnih prosjeka koje Jordanova neuronska mreža može procijeniti dodavanjem kontekstne jedinice. Drugi način procjene dijela modela pomičnih prosjeka je povećanjem kompleksnosti modela jednosmjerne neuronske mreže dodavanjem novih inputa i/ili novih skrivenih neurona. Nedostatak toga je što veliki broj neurona zahtjeva mnogo vremena računanja u mreži, kao i veliki uzorak, što često nije moguće ostvariti. Stoga, kako bi se u procijenio dio modela pomičnih prosjeka potrebno je koristiti Jordanovu neuronsku mrežu koja konačno zahtjeva niži broj skrivenih neurona u modelu u odnosu na jednosmjernu neuronsku mrežu. Tako se došlo do parsimonijskog modela uz istovremeno rješavanje problema predeterminiranosti modela.

5.4. Rezultati empirijskog istraživanja u prognoziranju očekivane inflacije

5.4.1. Odabir prikladne neuronske mreže za predviđanje očekivane inflacije

Nakon eliminacije jednosmjernih i Jordanovih neuronskih mreža koje ne zadovoljavaju kriterij $MSE \leq 0.1$, izračunani su pokazatelji prikladnosti AIC koji uzimaju u obzir veličinu uzorka, srednju kvadratnu pogrešku te broj procijenjenih parametara kako bi se izvršila selekcija prikladne neuronske mreže za mjerenje i prognoziranje očekivane inflacije. Rangiranje preostalih neuronskih mreža prema pokazateljima MSE i/ili AIC istovremeno na poduzorcima „*in-the-sample*“ i „*out-of-sample*“ daje kontradiktorne zaključke, tj. ne može se odabrati neuronska mreža koja istovremeno ima najnižu vrijednost srednje kvadratne pogreške na poduzorku za treniranje i validaciju zajedno, te koja ima najnižu vrijednost srednje kvadratne pogreške na poduzorku za testiranje. Stoga su rangirane posebno jednosmjerne i posebno Jordanove neuronske mreže, posebno za različit maksimalni broj iteracija, PROMETHEE metodom istovremeno prema 4 kriterija. Tako se dobilo kompromisno rješenje u kontekstu da izabrana mreža udovoljava zahtjevu da je dobro naučila uzorak za treniranje i validaciju, a istovremeno ima dobru prediktivnu sposobnost u odnosu na ostale mreže. Konačno se odabiru po dvije neuronske mreže od svake pojedine vrste, tj. dvije FNN i dvije JNN koje imaju broj iteracija od 100 i 10000. Odabrane neuronske mreže s pokazateljima prikladnosti na poduzorcima „*in-the-sample*“ i „*out-of-sample*“ su prikazane u Tablici 5.55.

Tablica 5.55. Pokazatelji prikladnosti odabranih neuronskih mreža za predviđanje očekivane inflacije

	„in-the-sample“			
	FNN5	FNN160	JNN318	JNN118
MSE	0.04590	0.06629	0.05028	0.05971
MAE	0.16910	0.20286	0.17598	0.18918
Theil-U	0.04824	0.05858	0.05036	0.05476
AIC	-529.62	-459.04	-530.09	-497.11
SIC	-428.64	-358.06	-458.43	-425.45
HQIC	-265.65	-195.08	-342.76	-309.78
	„out-of-sample“			
MSE	3.12270	2.74596	2.99844	2.79508
MAE	1.69974	1.58620	1.68154	1.61424
Theil-U	1.73182	1.71707	1.73284	1.71473
AIC	72.46	69.25	71.45	69.69
SIC	99.28	96.07	98.26	96.51
HQIC	170.09	166.88	169.08	167.33

Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Najniža vrijednost srednje kvadratne pogreške na poduzorku „*in-the-sample*“ dobivena je na temelju FNN5, koja ujedno ima i najvišu vrijednost srednje kvadratne pogreške na poduzorku „*out-of-sample*“. Za neuronsku mrežu FNN160 vrijedi suprotno, tj. ima najvišu vrijednost srednje kvadratne pogreške na poduzorku „*in-the-sample*“ te ujedno ima i najnižu vrijednost srednje kvadratne pogreške na poduzorku „*out-of-sample*“. Jordanove neuronske mreže imaju vrijednosti srednjih kvadratnih pogreški između ovih ekstrema, te se na temelju vrijednosti srednjih kvadratnih pogreški na oba poduzorka, s obzirom da daju suprotne informacije, ne može odabrati najbolja neuronska mreža. Ostali pokazatelji prikladnosti kao što su MAE i Theil-U sugeriraju iste zaključke kao i MSE. Informacijski kriteriji koji u obzir uzimaju srednju kvadratnu pogrešku, veličinu uzorka te broj parametara koje je potrebno procijeniti pokazuju drukčije rezultate. Prema sva tri informacijska kriterija na poduzorku „*in-the-sample*“ najbolja neuronska mreža je JNN318, a najgora FNN160, dok se JNN118 i FNN5 izmjenjuju s obzirom na različite informacijske kriterije koji više ili manje penaliziraju povećan broj parametara koje je potrebno procijeniti. Na poduzorku „*out-of-sample*“ se korištenjem sva tri informacijska kriterija FNN160 pokazuje kao najbolja, a zatim slijede JNN118, JNN318 te FNN5.

Da bi se testiralo postoji li statistički značajna razlika u prediktivnim sposobnostima pojedinih modela koristi se Diebold-Mariano test. Nulta hipoteza DM testa pretpostavlja jednakost u prediktivnoj sposobnosti između dva modela. U Tablici 5.56. su prikazane vrijednosti DM testa dobivenih na temelju usporedbe prediktivnih sposobnosti modela u parovima jednosmjernim testom. Naime, uspoređuju se prediktivne sposobnosti jednosmjerne i Jordanove neuronske

mreže posebno za maksimalan broj iteracija od 10000, tj. uspoređuju se FNN5 i JNN318, te se posebno za maksimalan broj iteracija od 100 uspoređuju FNN160 i JNN118. Testiranje razlike u prediktivnim sposobnostima neuronskih mreža procijenjenih na temelju različitog broja iteracija nije provedeno zbog neusporedivosti rezultata. Također, takvo testiranje nije ključno za ovo istraživanje s obzirom da je ispitivanje ranog zaustavljanja s aspekta konvergencije algoritma učenja navedeno samo kao jedan od ciljeva, a ne kao hipoteza istraživanja. Testiranje je provedeno na temelju različitih vremenskih horizonata, tj. na temelju 1, 6 i 12 mjeseci. Na temelju DM testovne veličine od -1.7680 te empirijske razine signifikantnosti *z* distribucije manje od 5% može se odbaciti nulta hipoteza, tj. rezultati pokazuju da za predviđanja 1 mjesec unaprijed Jordanova neuronska mreža procijenjena na temelju 10000 iteracija (JNN318) ima statistički značajno manju prognostičku pogrešku u odnosu na jednosmjernu neuronsku mrežu procijenjenu na temelju 10000 iteracija (FNN5). Pri 100 iteracija statistički značajna razlika između Jordanove (JNN118) i jednosmjerne neuronske mreže (FNN160) ne postoji, tj. na temelju DM testovne veličine od 0.4344 te empirijske razine signifikantnosti *z* distribucije veće od 10% može se odbaciti nulta hipoteza. Za predviđanja 6 mjeseci unaprijed na temelju DM testovne veličine od -1.3919 te empirijske razine signifikantnosti *z* distribucije manje od 10% može se odbaciti nulta hipoteza, tj. rezultati pokazuju da Jordanova neuronska mreža procijenjena na temelju 10000 iteracija (JNN318) ima statistički značajno manju prognostičku pogrešku u odnosu na jednosmjernu neuronsku mrežu procijenjenu na temelju 10000 iteracija (FNN5). Pri 100 iteracija statistički značajna razlika između Jordanove (JNN118) i jednosmjerne neuronske mreže (FNN160) ne postoji. Rezultati DM testa za predviđanja 12 mjeseci unaprijed (kao i za vremenske horizonte više od 12 mjeseci) pokazuju da ne postoji statistički značajna razlika u prediktivnim sposobnostima između Jordanovih i jednosmjernih neuronskih mreža na temelju signifikantnosti većoj od 10%. Naime, neuronske mreže općenito su se u empirijskim istraživanjima pokazale kao dobra metoda za predviđanje u kratkom roku, dok u srednjem i dugom roku ne daju dobre rezultate kao ni druge linearne i nelinearne metode. U ovom istraživanju se također pokazalo da u kratkom roku imaju dobre prediktivne sposobnosti. Osim toga, Jordanova neuronska mreža ima statistički značajno bolje prediktivne sposobnosti 1 i 6 mjeseci unaprijed u odnosu na jednosmjernu neuronsku mrežu. Tako se može dokazati **pomoćna hipoteza PH2** koja glasi: **Prognostička pogreška Jordanove neuronske mreže za mjerenje i prognoziranje očekivane inflacije je manja u odnosu na jednosmjerne neuronske mreže.**

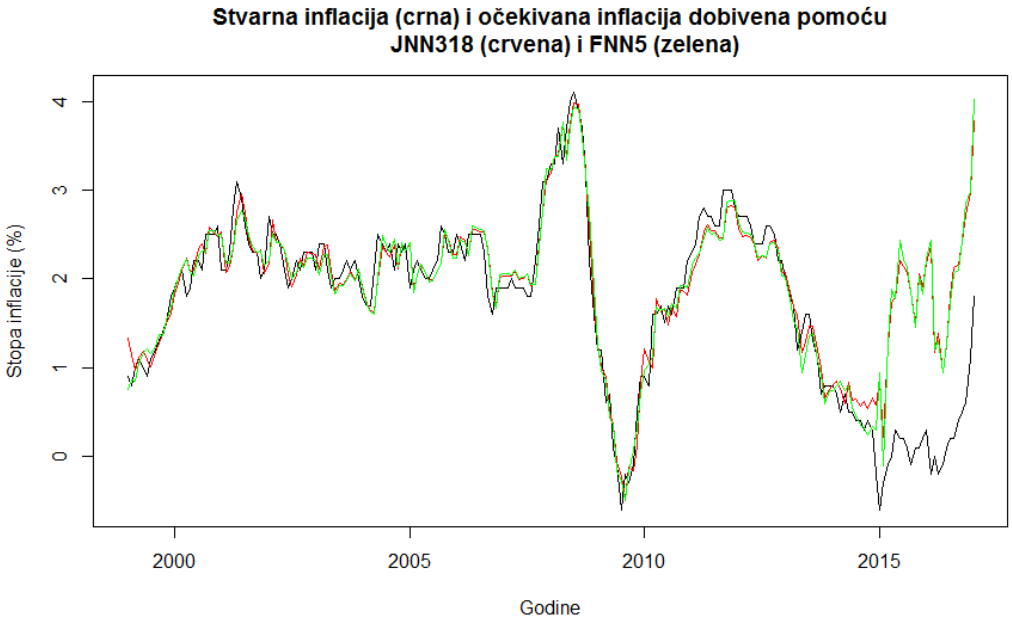
Tablica 5.56. Diebold-Mariano test prediktivnih sposobnosti odabranih neuronskih mreža

h=1	FNN5	FNN160	JNN318	JNN118
FNN5			1.7680**	
FNN160				-0.4344
JNN318	-1.7680**			
JNN118		0.4344		
h=6	FNN5	FNN160	JNN318	JNN118
FNN5			1.3919*	
FNN160				-0.4855
JNN318	-1.3919*			
JNN118		0.4855		
h=12	FNN5	FNN160	JNN318	JNN118
FNN5			1.3068	
FNN160				-0.4564
JNN318	-1.3068			
JNN118		0.4564		

Napomena: ***, ** i * označavaju signifikantnost na razini 1%, 5% i 10% značajnosti.
Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

U ovom istraživanju se pokazalo da je korištenjem 100 iteracija od procijenjenih 45 jednosmjernih neuronskih mreža preostalo nakon eliminacije samo 3, tj. 6.67% te da je od procijenjenih 225 Jordanovih neuronskih mreža preostalo nakon eliminacije samo 13, tj. 5.78%. Suprotno tomu, korištenjem 10000 iteracija od procijenjenih 45 jednosmjernih neuronskih mreža preostalo nakon eliminacije njih 25, tj. 55.56% te je od procijenjenih 225 Jordanovih neuronskih mreža preostalo nakon eliminacije njih 136, tj. 60.44%. Ta razlika u proporciji preostalih neuronskih mreža je statistički značajna. Unatoč tomu što preostale neuronske mreže procijenjene na temelju 100 iteracija imaju dobre performanse na uzorku za treniranje i validaciju te dobre prediktivne sposobnosti, s obzirom na preveliki postotak eliminiranih, njihove dobre performanse se ne mogu potvrditi kao pravilo, već kao iznimka. Zbog toga se ne mogu odabrati kao prikladna neuronska mreža u konkretnom slučaju primjene te se isključuju iz daljnje analize. Rezultati dobiveni na temelju 10000 iteracija su konzistentni. Stoga se sa sigurnošću može reći da je prikladna neuronska mreža u konkretnom slučaju primjene Jordanova neuronska mreža JNN318 jer ima statistički značajno bolje prediktivne sposobnosti u odnosu na procijenjenu jednosmjernu neuronsku mrežu FNN5 procijenjenu na temelju istog broja iteracija od 10000. Slika 5.10. pokazuje stvarne i očekivane vrijednosti inflacije za neuronske mreže dobivene na temelju 10000 iteracija. Može se uočiti da su u promatranom razdoblju inflatorna očekivanja bila u skladu sa stvarnim vrijednostima inflacije osim u razdobljima oko 2008. kada je inflacija bila niža od očekivane, u razdoblju oko 2011. godine

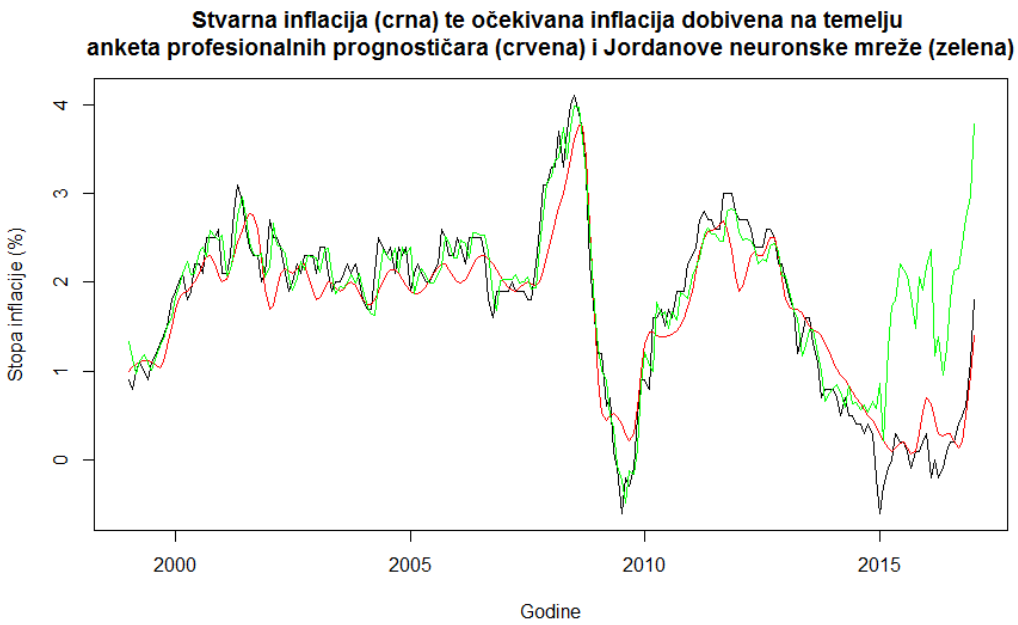
kada je inflacija bila viša od očekivane te od 2015. godine na dalje kada bi prema očekivanjima inflacija trebala biti mnogo viša od stvarne.



Slika 5.10. Stvarne i očekivane vrijednosti inflacije za neuronske mreže dobivene na temelju 10000 iteracija
Izvor: izradila autorica pomoću programske potpore „*R*“

Kako bi se dokazala glavna hipoteza istraživanja koja glasi: **Povratnom neuronskom mrežom mogu se procijeniti inflatorna očekivanja s minimalnom prognostičkom pogreškom u uvjetima kada je funkcionalni oblik povezanosti između inputa i outputa nepoznat**, procijenjene vrijednosti outputa iz prikladne Jordanove neuronske mreže dalje se koriste kao inflatorna očekivanja u preformuliranom obliku Taylorovog pravila s ciljem ispitivanja konvergencije kamatnih stopa na razini euro zone. Međutim, kako bi se provjerilo mogu li se neuronske mreže koristiti kao metoda za procjenu inflacijskih očekivanja, uspoređuju se vrijednosti očekivane inflacije dobivene na temelju odabrane Jordanove neuronske mreže (JNN318) te očekivana inflacija dobivenu pomoću anketa profesionalnih prognostičara (SPF), koja se na kvartalnoj razini objavljuje na stranicama ECB-a. Ova varijabla je dostupna samo na kvartalnoj razini za razliku od očekivane inflacije procijenjene pomoću Jordanove neuronske mreže. Stoga je potrebno kvartalne podatke konvertirati u mjesečne upotrebom interpolacije krivulje (engl. *spline interpolation*) u *R*-u. Kretanje ove varijable je prikazano na Slici 5.11. usporedno s očekivanom inflacijom dobivenom pomoću odabrane Jordanove neuronske i stvarnom inflacijom. Može se uočiti da obje metode daju dobre procjene očekivane inflacije do 2015. godine. Nakon toga, ni profesionalni prognostičari ni Jordanova neuronska mreža nisu mogli predvidjeti deflacijska kretanja i periode niske inflacije. Naime, period nakon 2015.

godine je obilježilo razdoblje deflacije, niskih stopa inflacije i konačnog rasta inflacije u 2016. godini. Iako je 2015. godina bila godina oporavka gospodarstva u euro zoni te su sukladno tomu i varijable korištene u teorijskom modelu inflacije ukazivale na oporavak pa su očekivanja o budućoj inflaciji rasla, no inflacija se nastavila smanjivati. U takvim je okolnostima u 2015. glavni zadatak u euro zoni bio ojačati povjerenje kako bi se potaknuo oporavak i podržalo vraćanje inflacije prema ciljnoj razini ispod, ali blizu 2%. Na početku 2016. godine vladala je neizvjesnost te strah od novoga globalnog zastoja, što je prouzročilo izrazitu kolebljivost na financijskim tržištima. Postojala je opasnost da će se povratak na ciljne stope inflacije dodatno odgoditi, a s obzirom da je inflacija već bila vrlo niska, pojavili su se rizici deflacije te su se i inflacijska očekivanja korigirala na dolje, no unatoč tomu su inflacijska očekivanja dobivena odabranom Jordanovom neuronskom mrežom bila visoka. Konačno je ECB postigla svoj cilj te je gospodarstvo na kraju 2016. godine bilo najstabilnije otkako je započela kriza (ECB, 2015; 2016; IMF, 2016).



Slika 5.11. Stvarna inflacija i očekivana inflacija dobivena na temelju anketa profesionalnih prognostičara i Jordanove neuronske mreže
Izvor: izradila autorica pomoću programske potpore „*R*“ na temelju izvora https://www.ecb.europa.eu/stats/ecb_surveys/survey_of_professional_forecasters/html/table_hist_hicp.en.html [30.05.2017.]

5.5. Rezultati empirijskog istraživanja u analizi konvergencije kamatnih stopa u euro zoni

5.5.1. Odabir modificiranog Taylorovog pravila za analizu konvergencije kamatnih stopa

Konačno se ispituje konvergencija kamatnih stopa korištenjem preformuliranog oblika Taylorovog pravila definiranog u jednadžbi (4.6) u četvrtom poglavlju, tj.:

$$\Delta i_t = i^* + \lambda i_{t-1} + \phi_\pi \left(E\{\pi_t \mid \Omega_{t-1}\} - \pi^* \right) + \phi_y \left(E\{y_t \mid \Omega_{t-1}\} - y^* \right)$$

Konvergencija postoji ako je $\lambda < 0$. Stoga se može provesti jednosmjerni test na donju granicu testirajući je li λ statistički značajno manji od nule (Arghyrou et al., 2009; Ickes, 2008; Faith, 2013). U Tablici 5.57. su prikazane varijable i indikatori s izvorom podataka za Taylorovo pravilo.

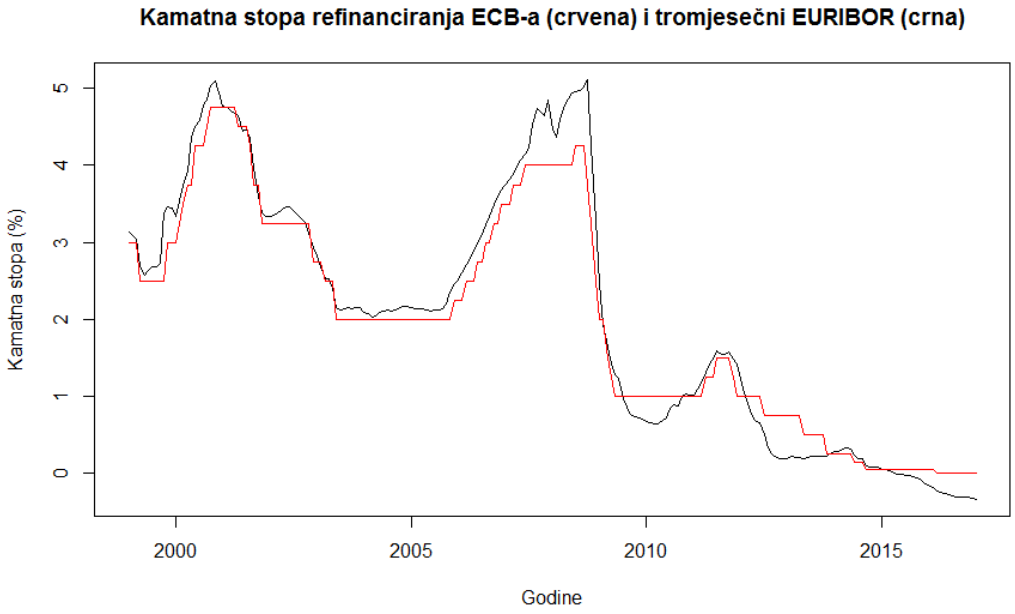
Tablica 5.57. Varijable, indikatori i izvor podataka za Taylorovo pravilo

Varijabla	Indikator	Izvor podataka
Očekivana inflacija	Output iz JNN318	Izračun autorice
	Predviđanja profesionalnih prognostičara	ECB
BDP	IPI (2010=100)	ECB
Kamatna stopa	tromjesečni EURIBOR	DB
	Kamatna stopa refinanciranja	ECB

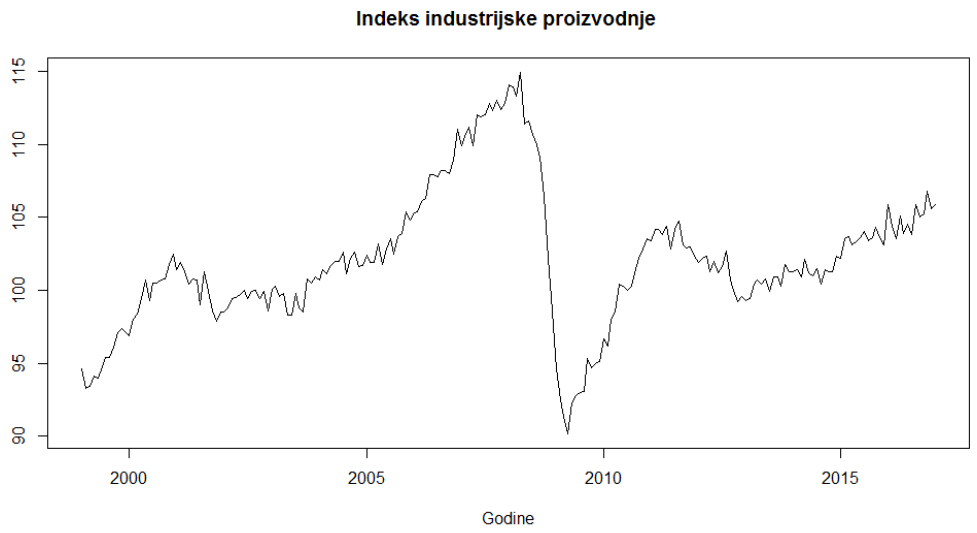
Izvor: izradila autorica

Za referentnu kamatnu stopu odabire se tromjesečni EURIBOR čije je kretanje prikazano na Slici 5.12. crnom bojom. Osim toga, koristi se i kamatna stopa refinanciranja ECB-a (Slika 5.12. crvene boje) kao referentna kamatna stopa kako bi se usporedili dobiveni rezultati. Naime, kada se kaže kamatna stopa ECB-a, zapravo se misli na stopu refinanciranja kod ECB-a. Razina ove stope je cijena koju banke plaćaju da bi posudile novac od ECB-a. Povećavajući ili snižavajući kamatne stope, ECB može direktno utjecati na kamatne stope koje banke koriste kod međubankarskih transakcija, kredita poduzećima, kućanstvima, za hipotekarne kredite te depozite između ostalog. Međutim, kao referentni pokazatelj cijene novca u istraživanjima se koriste tromjesečni EURIBOR (Gerlach-Kristen, 2003; Lee, 2011; Hillmann i Wilde, 2011) i EONIA (Ullrich, 2003; Gerdesmeier i Roffia, 2004; Sauer i Sturm, 2007). Nakon odabira prikladne neuronske mreže za modeliranje i predviđanje očekivane inflacije, predviđene vrijednosti, tj. output iz Jordanove neuronske mreže, se koriste kao input u u preformuliranom obliku Taylorovog pravila. Naime, očekivana inflacija iz Taylorovog pravila je procijenjena pomoću Jordanove neuronske mreže. Za ciljnu inflaciju odabire se inflacija od 2% jer se stabilnost cijena pri ECB-u definira se kao stopa inflacije, tj. godišnje povećanje

harmoniziranog indeksa potrošačkih cijena za euro zonu koja je ispod, ali blizu 2%. S obzirom na nedostatak mjesečnih podataka o BDP-u koristit će se indeks fizičkog obujma industrijske proizvodnje kao proxy za BDP. Indeks fizičkog obujma industrijske proizvodnje (engl. *Industrial Production Indeks* - IIP) (Slika 5.13.) je indeks koji pokriva proizvodnju rudarstva, industrije i javnih komunalnih poduzeća (kao što su struja, plin i voda), ali isključuje gradnju. Točna pokrivenost, način ponderiranja i metoda obračuna razlikuju se od zemlje do zemlje, ali su odstupanja manje važna od npr., u slučaju indeksa cijena. U ovom kontekstu može se koristiti kao proxy za BDP s obzirom da se prikuplja na mjesečnoj razini kao i s obzirom da predstavlja glavni kratkoročni gospodarski pokazatelj jer fluktuacije na razini industrijske aktivnosti imaju utjecaja na ostatak gospodarstva. Jaz indeksa industrijske proizvodnje se računa kao odstupanje logaritma indeksa industrijske proizvodnje od potencijalnog, pri čemu je potencijalni indeks industrijske proizvodnje dobiven korištenjem HP-filtra u programskom paketu „*R*“ s parametrom izglađivanja 14400 jer se radi o mjesečnim podacima.



Slika 5.12. Kamatna stopa refinanciranja ECB-a (crvena) i tromjesečni EURIBOR (crna) na temelju mjesečnih podataka od siječnja 1999. do siječnja 2017. godine
Izvor: izradila autorica na temelju izvora
http://www.ecb.europa.eu/stats/policy_and_exchange_rates/key_ecb_interest_rates/html/index.en.html [23.05.2017]
https://www.bundesbank.de/Navigation/EN/Statistics/Time_series_databases/Macro_economic_time_series/its_details_value_node.html?nsc=true&https=1&https=1&https=1&https=1&tsId=BBK01.SU0316 [23.05.2017]



Slika 5.13. Indeks industrijske proizvodnje – IIP (2010=100) od siječnja 1999. do siječnja 2017. godine na razini euro zone
Izvor: izradila autorica na temelju izvora
http://sdw.ecb.europa.eu/quickview.do?SERIES_KEY=132.STS.M.I8.Y.PROD.NS0020.4.000 [23.05.2017]

Procjenjuje se model uvjetne konvergencije u programskom paketu „*R*“. Testiranje konvergencije kamatnih stopa na razini euro zone u različitim periodima koristeći očekivanu inflaciju dobivenu kao output iz odabrane Jordanove neuronske mreže u preformuliranom obliku Taylorovog pravila je prikazano u Tablici 5.58. Procijenjeni su različiti modeli korištenjem različitih referentnih kamatnih stopa, pri čemu se modeli (1)-(3) odnose na tromjesečni EURIBOR, a modeli od (4)-(6) na kamatnu stopu refinanciranja ECB-a. Modeli pokrivaju različita razdoblja, tj. modeli (1) i (4) prikazuju rezultate za cjelokupno razdoblje, modeli (2) i (5) pokrivaju razdoblje od siječnja 1999. do prosinca 2008. godine kao početak provođenja jedinstvene monetarne politike za sve države članice ekonomske i monetarne unije te vrijeme nastanka financijske krize, dok su modeli (3) i (6) procijenjeni za razdoblje od siječnja 2009. do siječnja 2017. godine koje predstavlja razdoblje oporavka od financijske krize kao i korištenje netradicionalnih mjera monetarne politike.

Na temelju cijelog uzorka je parametar uz kamatnu stopu s pomakom manji od nule, no nije statistički značajno manji od nule pri 10% signifikantnosti. Ovi rezultati su prikazani u Tablici 5.58. u prvom stupcu (Model 1). Jednadžba preformuliranog oblika Taylorovog pravila je:

$$\Delta i_t = 0.00472 - 0.01109 i_{t-1} - 0.03759\left(E\{\pi_t \mid \Omega_{t-1}\} - \pi^*\right) + 2.48643\left(E\{y_t \mid \Omega_{t-1}\} - y^*\right)$$

S obzirom da je $\lambda = -0.01109$, brzina konvergencije iznosi 1.109% mjesečno.

Model 2 se procjenjuje za razdoblje od 1999. do 2009. godine, a rezultati su prikazani u drugom stupcu Tablice 5.58. Parametar uz kamatnu stopu s pomakom je statistički značajno manji od nule pri 1% signifikantnosti te se može potvrditi da konvergencija kamatnih stopa postoji u tom razdoblju. Jednadžba preformuliranog oblika Taylorovog pravila je:

$$\Delta i_t = 0.33799 - 0.10556 i_{t-1} - 0.07278\left(E\{\pi_t \mid \Omega_{t-1}\} - \pi^*\right) + 5.39573\left(E\{y_t \mid \Omega_{t-1}\} - y^*\right)$$

S obzirom da je $\lambda = -0.10556$, brzina konvergencije u razdoblju od 1999. do 2009. godine iznosi 10.556% mjesečno.

Model 3 se procjenjuje za razdoblje od 2009. do 2017. godine, a rezultati su prikazani u trećem stupcu Tablice 5.58. Parametar uz kamatnu stopu s pomakom je manji od nule no nije statistički značajno manji od nule pri 10% signifikantnosti. Jednadžba preformuliranog oblika Taylorovog pravila je:

$$\Delta i_t = -0.00359 - 0.01844 i_{t-1} + 0.00209\left(E\{\pi_t \mid \Omega_{t-1}\} - \pi^*\right) + 0.71739\left(E\{y_t \mid \Omega_{t-1}\} - y^*\right)$$

S obzirom da je $\lambda = -0.01844$, brzina konvergencije od 2009. do 2017. godine iznosi 1.844% mjesečno.

Tablica 5.58. Testiranje konvergencije kamatnih stopa na razini euro zone u različitim periodima koristeći očekivanu inflaciju dobivenu Jordanovom neuronskom mrežom u preformuliranom obliku Taylorovog pravila

Parametri	Model 1 1999-2017	Model 2 1999-2008	Model 3 2009-2017	Model 4 1999-2017	Model 5 1999-2008	Model 6 2009-2017
Φ_0	0.0047 (0.0191)	0.3379*** (0.0682)	-0.0167* (0.0094)	-0.0027 (0.0198)	0.2211*** (0.0710)	-0.0085 (0.0166)
Φ_i	-0.0111 (0.0073)	-0.1056*** (0.0204)	-0.0131 (0.0119)	-0.0069 (0.0082)	-0.0754*** (0.0233)	-0.0192 (0.0181)
Φ_π	-0.0376* (0.0195)	-0.0727** (0.0387)	-0.0247** (0.0103)	-0.0362* (0.0199)	-0.0877** (0.0378)	-0.0214 (0.0146)
Φ_y	2.4864*** (0.5030)	5.3957*** (0.8529)	1.3418*** (0.3888)	1.8646*** (0.4892)	4.4806*** (1.1205)	1.3318*** (0.4046)
Standardna pogreška	0.1516	0.1743	0.0588	0.1474	0.1755	0.0837
Koeficijent determinacije	0.1147	0.2843	0.1293	0.0682	0.1396	0.1865
F-test	9.114***	16.02***	4.259***	5.152***	6.22***	7.029***

Napomena: ***, ** i * označavaju signifikantnost na razini 1%, 5% i 10% značajnosti, standardne pogreške parametara su dane u zagradama.
Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Parametri uz varijable očekivane inflacije i jaza BDP-a su statistički značajni u Modelu 1 i 2 te se može zaključiti da se na razini euro zone korekcija kamatnih stopa vrši u većem dijelu kao odgovor na jaz indeksa industrijske proizvodnje. To je naročito izraženo u razdoblju do 2009.

godine koje je odlikovala izrazita volatilnost indeksa industrijske proizvodnje pa samim time i kamatnih stopa. U periodu od 2009. do 2017. godine indeks industrijske proizvodnje ima nižu volatilnost, te je i sami odgovor kamatne stope na ove promjene niži. Jaz očekivane od ciljne inflacije je manji intenzitetom te je negativnog predznaka, što je u suprotnosti s predloženim koeficijentom u Taylorovom pravilu koji pretpostavlja pozitivan predznak ovog koeficijenta. Pozitivan predznak je prisutan samo u Modelu 3, no parametar nije statistički značajan. Zbog toga se ne može potvrditi funkcioniranje Taylorovog pravila na razini euro zone. Unatoč tomu, konvergencija kamatnih stopa se može potvrditi, naročito u razdoblju od 1999. do 2009. godine. Modeli 4, 5 i 6 u Tablici 5.58. prikazuju da su konzistentni rezultati dobiveni i koristeći kamatnu stopu refinanciranja ECB-a.

Tablica 5.59. Testiranje konvergencije kamatnih stopa na razini euro zone u različitim periodima koristeći očekivanu inflaciju dobivenu pomoću anketa profesionalnih prognostičara u preformuliranom obliku Taylorovog pravila

Parametri	Model 1 1999-2017	Model 2 1999-2008	Model 3 2009-2017	Model 4 1999-2017	Model 5 1999-2008	Model 6 2009-2017
Φ_0	0.0014 (0.0244)	0.3110*** (0.0675)	-0.0036 (0.0165)	-0.0206 (0.0254)	0.1795** (0.0696)	0.0159 (0.0316)
Φ_i	-0.0114 (0.0084)	-0.1009*** (0.0201)	-0.0184 (0.0168)	-0.0023 (0.0095)	-0.0655*** (0.0229)	-0.0383 (0.0282)
Φ_π	-0.0207 (0.0192)	-0.1218*** (0.0388)	0.0021 (0.0116)	-0.0353* (0.0188)	-0.1385*** (0.0389)	0.0071 (0.0195)
Φ_y	2.1019*** (0.4437)	5.8269*** (0.8098)	0.7174** (0.3309)	1.6417*** (0.4292)	4.56721*** (1.0085)	0.7936* (0.4494)
Standardna pogreška	0.1525	0.1703	0.0607	0.1474	0.1705	0.0847
Koeficijent determinacije	0.1041	0.3165	0.0723	0.0679	0.1883	0.1686
F-test	8.18***	18.68***	2.23*	5.12***	8.89***	6.22***

Napomena: ***, ** i * označavaju signifikantnost na razini 1%, 5% i 10% značajnosti, standardne pogreške parametara su dane u zagradama.
Izvor: izračun autorice pomoću programske potpore „*R*“

Kako bi se provjerilo mogu li se neuronske mreže koristiti kao komplementarna metoda za procjenu inflacijskih očekivanja ostalim mjerama, s obzirom na definirane prednosti u trećem poglavlju, procjenjuje se model uvjetne konvergencije koristeći očekivanu inflaciju dobivenu pomoću anketa profesionalnih prognostičara (SPF). Testiranje konvergencije kamatnih stopa na razini euro zone u različitim periodima koristeći očekivanu inflaciju dobivenu pomoću anketa profesionalnih prognostičara u preformuliranom obliku Taylorovog pravila je prikazano u Tablici 5.59. Procijenjeni su modeli kao i u Tablici 5.58. korištenjem različitih referentnih kamatnih stopa, pri čemu se modeli (1)-(3) odnose na tromjesečni EURIBOR, a modeli (4)-(6) na kamatnu stopu refinanciranja ECB-a, te za različita razdoblja, tj. modeli (1) i (4) prikazuju

rezultate za cjelokupno razdoblje, modeli (2) i (5) pokrivaju razdoblje od siječnja 1999. do prosinca 2008. godine, dok su modeli (3) i (6) procijenjeni za razdoblje od siječnja 2009. do siječnja 2017. godine.

Rezultati su konzistentni s rezultatima iz Tablice 5.58. koji predstavljaju testiranje konvergencije kamatnih stopa na razini euro zone u različitim periodima koristeći očekivanu inflaciju dobivenu Jordanovom neuronskom mrežom u preformuliranom obliku Taylorovog pravila. Procijenjeni parametri istih modela u Tablici 5.58. i 5.59. se uvelike podudaraju smjerom, intenzitetom i statističkom značajnosti. Iz navedenog se može zaključiti da je jedan od ciljeva istraživanja ostvaren. Naime, u ovom radu se na temelju definiranih prednosti i nedostataka ostalih metoda za procjenu inflacijskih očekivanja, definiranih u trećem poglavlju, predlaže korištenje Jordanove neuronske mreže za mjerenje i prognoziranje očekivane inflacije. Istraživanje je pokazalo da su rezultati dobiveni korištenjem očekivane inflacije pomoću Jordanove neuronske mreže i pomoću anketa profesionalnih prognostičara konzistentni korištenjem različitih varijabli i različitih razdoblja. Stoga se neuronske mreže kao nelinearni ekonometrijski model mogu koristiti za procjenu očekivane inflacije kao komplementarna metoda ostalim mjerama u uvjetima nedostajućih podataka. Naime, inflacijska očekivanja je neuronskim mrežama moguće procjenjivati na mjesečnoj razini i za sve zemlje. Druge mjere inflacijskih očekivanja dobivene na primjer na temelju istraživanja profesionalnih prognostičara (SPF), dostupne su od 1999. godine za euro zonu (za SAD i ranije), no samo na kvartalnoj bazi dok su ankete pouzdanja potrošača (CS) dostupne ne mjesečnoj bazi, međutim nisu dostupne za sve zemlje. Također, mjere inflacijskih očekivanja bazirane na tržišnim podacima su dostupne s visokom frekvencijom, međutim podaci su dostupni tek od 2006. godine, ali ne za sve zemlje i sva tržišta, dok na nekim tržištima postoji problem nedostatka podataka kao i problem likvidnosti. S obzirom da su rezultati dobiveni Jordanovom neuronskom mrežom u mjerenju očekivane inflacije konzistentni onima dobivenim anketom profesionalnih prognostičara, mogu se koristiti kao komplementarna metoda u uvjetima nedostajućih podataka i izraženih nedostataka ostalih mjera inflacijskih očekivanja. Stoga se procijenjene vrijednosti outputa iz prikladne Jordanove neuronske mreže mogu koristiti kao inflatorna očekivanja u preformuliranom obliku Taylorovog pravila s ciljem ispitivanja konvergencije kamatnih stopa na razini euro zone. Ovim se potvrđuje glavna hipoteza istraživanja koja glasi: **Povratnom neuronskom mrežom mogu se procijeniti inflatorna očekivanja s minimalnom prognostičkom pogreškom u uvjetima kada je funkcionalni oblik povezanosti između inputa i outputa nepoznat.**

6. ZAKLJUČNA RAZMATRANJA

U ovom doktorskom radu se sistematizacijom prednosti i nedostataka različitih ekonometrijskih modela u analizi vremenskih nizova, koji uključuju različite parametarske i neparametarske te linearne i nelinearne modele, te na temelju prednosti i nedostataka dosadašnjih pristupa u mjerenju i prognoziranju očekivane inflacije, koji uključuju različite mjere temeljene na anketama, tržišnim podacima ili na tradicionalnim ekonometrijskim modelima, došlo do zaključka o nužnosti primjene semi-parametarskog pristupa u mjerenju i prognoziranju očekivane inflacije koji se temelji na neuronskim mrežama. Naime, neuronske mreže je prikladno koristiti u analizi vremenskih nizova u uvjetima narušenih pretpostavki, tj. u uvjetima nelinearnosti i „nenormalnosti" podataka. Stoga se korištenjem neuronskih mreža mogu izbjeći brojni ekonometrijski problemi, a procjena očekivane inflacije je preciznija, tj. postiže se manja prognostička pogreška u odnosu na standardne linearne ili nelinearne prognostičke modele. U ovom doktorskom radu se detaljno objašnjava problematika neuronskih mreža s aspekta novog metodološkog pristupa u mjerenju i prognoziranju očekivane inflacije.

Kako bi se zahvatili svi aspekti inflacijskog procesa polazi se od teorijskog modela koji uključuje karakteristike inflacije potražnje i inflacije troškova. Pri tom se koriste varijable tržišta rada, financijske varijable, eksterni faktori te sama inflacija iz prethodnog razdoblja. Istraživanje se provodi na agregiranoj razini zemalja euro zone na temelju mjesečnih podataka u periodu od siječnja 1999. do siječnja 2017. godine. Empirijsko istraživanje započinje podjelom uzorka na dva perioda: period „unutar uzorka" (engl. *in the sample*) i period „izvan uzorka" (engl. *out of sample*). Poduzorak „*in-the-sample*" se koristi za procjenu modela, a poduzorak „*out-of-sample*" za testiranje prediktivnih sposobnosti modela. Za svaku varijablu korištenu u empirijskom istraživanju izračunani su deskriptivno statistički pokazatelji. Uz uobičajene pokazatelje provedeni su testovi normalnosti, testovi stacionarnosti i test nezavisnosti. Rezultati testiranja pokazuju da inflacija nije normalno distribuirana varijabla, nestacionarna je (nema konstantno očekivanje niti konstantnu varijancu), a varijable vremenskog niza inflacije nisu nezavisno distribuirane, tj. vremenski niz je nelinearan. Isti testovi su provedeni i za ostale varijable. Svi rezultati upućuju na to da su pretpostavke normalnosti, stacionarnosti i linearnosti narušene, što dovodi do nužnosti primjene neuronskih mreža. Također, zbog narušenih pretpostavki o normalnosti i linearnosti te stacionarnosti varijabli očekuje se da će i pretpostavke modela, koje se odnose na rezidualna odstupanja, također biti narušene. Dakle, nakon procjene modela koriste se isti dijagnostički testovi da bi

se utvrdila prikladnost procijenjenog modela. Dijagnostička provjera procijenjenog modela vrši se na rezidualima. Na temelju dobivenih rezultata zaključuje se da je linearni model pogrešno specificiran te da postoji nelinearnost. Međutim, korištenje tradicionalnih nelinearnih modela zahtjeva da se unaprijed pretpostavi funkcionalni oblik nelinearnosti, kao i stanja režima s obzirom na utvrđeni prag, što je glavni nedostatak navedenih modela, te se zahtjeva da su vremenski nizovi stacionarni. Stoga, u uvjetima kada je funkcionalni oblik nelinearnosti nepoznat i kada zavisna varijabla (inflacija) nema navedena svojstva, potrebno je koristiti neparametarske modele. Nastojeći objediniti prednosti parametarskih i neparametarskih modela u analizi vremenskih nizova, javlja se potreba za primjenom semi-parametarskog pristupa, tj. neuronskih mreža.

Jednosmjerna neuronska mreža je najčešće istraživana i najčešće korištena u empirijskim istraživanjima zbog svojih karakteristika, dokazanih svojstava i dobrih performansi. Stoga i ovo istraživanje započinje definiranjem jednosmjerne neuronske mreže i njene strukture. Identifikacija strukture jednosmjerne neuronske mreže podrazumijeva odabir inputa i outputa, definiranje broja skrivenih slojeva kao i broja neurona u skrivenim slojevima, odabir veza između inputa, skrivenih neurona i outputa, definiranje prijenosnih funkcija i funkcije cilja, vrste algoritma učenja, maksimalnog broja iteracija, stope učenja i početnih vrijednosti težina između ostalog. Ako je poznata funkcija koju se želi procijeniti, moguće je izvršiti odabir pojedinih dijelova strukture neuronske mreže na temelju teorijskih spoznaja, međutim često je potrebno procijeniti više različitih neuronskih mreža kako bi se došlo do „optimalne“ mreže s najvećom prediktivnom sposobnosti. Konačno, ne postoji jasno definirani pristup ili univerzalna metoda odabira najbolje neuronske mreže. Stoga se na temelju definiranih prednosti i nedostataka jednosmjernih neuronskih mreža, a koji mogu rezultirati predeterminiranosti modela, javlja potreba za korištenjem povratnih neuronskih mreža, konkretnije Jordanove neuronske mreže, u analizi vremenskih nizova. Naime, jednosmjernom neuronskom mrežom se ne može procijeniti dio modela pomičnih prosjeka koje Jordanova neuronska mreža može procijeniti dodavanjem kontekstne jedinice. Drugi način procjene dijela modela pomičnih prosjeka je povećanjem kompleksnosti modela jednosmjerne neuronske mreže dodavanjem novih inputa i/ili novih skrivenih neurona. Nedostatak toga je što veliki broj neurona zahtjeva mnogo vremena računanja u mreži, kao i veliki uzorak, što često nije moguće ostvariti. Stoga, kako bi se u procijenio dio modela pomičnih prosjeka potrebno je koristiti Jordanovu neuronsku mrežu koja konačno zahtjeva niži broj skrivenih neurona u modelu u

odnosu na jednosmjernu neuronsku mrežu. Tako se dolazi do parsimonijskog modela uz istovremeno rješavanje problema predeterminiranosti modela.

Kako bi se procijenile neuronske mreže poduzorak „*in-the-sample*“ se dijeli na dva poduzorka: poduzorak za treniranje i poduzorak za validaciju. Podjela na ova dva poduzorka je bitna radi ispitivanja problema predeterminiranosti neuronske mreže. Naime, siguran pokazatelj da postoji problem predeterminiranosti modela neuronske mreže je rast prosječne kvadratne pogreške na uzorku za validaciju nakon određene iteracije. Ukupno je procijenjeno 540 neuronskih mreža, od čega je 90 jednosmjernih neuronskih mreža i 450 Jordanovih neuronskih mreža, u ovisnosti o parametrima čije su se vrijednosti mijenjale. Vrijednosti promjenjivih parametara su maksimalan broj iteracija, stopa učenja, intervali početnih vrijednosti težina, broj skrivenih neurona i vrijednost težine kontekstne jedinice. Izračunane su vrijednosti prosječne kvadratne pogreške (MSE) za dva perioda: period „unutar uzorka“ (engl. *in the sample*) i period „izvan uzorka“ (engl. *out of sample*). S obzirom da se samim promatranjem rezultata te rangiranjem neuronskih mreža ne može doći do konačnog rješenja, tj. odabira prikladne neuronske mreže u konkretnom slučaju primjene, pristupa se metodologiji odabira u dva koraka: eliminaciji i selekciji. Naime, na temelju dobivenih rezultata uočava se da pojedine neuronske mreže imaju relativno visoke vrijednosti srednjih kvadratnih pogreški na poduzorku za treniranje i validaciju zajedno, tj. na poduzorku „*in-the-sample*“. Relativno visoke vrijednosti srednje kvadratne pogreške na tom uzorku sugeriraju da neuronska mreža nije dobro naučila uzorak za treniranje. Stoga, prvi korak odabira prikladne neuronske mreže podrazumijeva eliminaciju. Pri tom se eliminiraju iz daljnjeg istraživanja sve neuronske mreže koje imaju MSE viši od 0.1. Drugi korak odabira prikladne neuronske mreže podrazumijeva selekciju. Naime, želi se odabrati prikladna neuronska mreža uvažavajući načelo parsimonije s ciljem rješavanja problema predeterminiranosti u modeliranju i predviđanju inflacijskih očekivanja. Srednja kvadratna pogreška kao pokazatelj prikladnosti neuronskih mreža ne uzima u obzir broj parametara koji se procjenjuju u neuronskoj mreži, koji raste s povećanjem broja neurona u skrivenom sloju, te može dovesti do predeterminiranosti modela. Pokazatelji prikladnosti koji uzimaju u obzir veličinu uzorka, srednju kvadratnu pogrešku i broj parametara u modelu se nazivaju informacijskim kriterijima. Akaikeov informacijski kriterij (AIC) je najčešće korišteni informacijski kriterij u empirijskim istraživanjima. U ovom doktorskom radu se na temelju srednje kvadratne pogreške posebno na poduzorku za treniranje i validaciju zajedno te posebno na poduzorku za testiranje računaju vrijednosti AIC.

Rangiranje neuronskih mreža bilo prema MSE ili prema AIC ne dovodi do prikladne neuronske mreže jer najbolja neuronska mreža na poduzorku „*in-the-sample*“, na temelju kriterija MSE i/ili AIC, na poduzorku „*out-of-sample*“ daje visoke vrijednosti oba pokazatelja prikladnosti i obrnuto. Stoga, da bi se došlo do najboljeg kompromisnog rješenja koristi se PROMETHEE metoda. Potpunim rangiranjem posebno jednosmjernih i posebno Jordanovih neuronskih mreža PROMETHEE metodom, istovremeno prema 4 kriterija, dobiva se kompromisno rješenje u kontekstu da izabrana mreža udovoljava zahtjevu da je dobro naučila uzorak za treniranje, a istovremeno ima dobru prediktivnu sposobnost u odnosu na ostale neuronske mreže.

Odabrane su dvije jednosmjerne i dvije Jordanove neuronske mreže koje se razlikuju u maksimalnom broju iteracija. Da bi se testiralo postoji li statistički značajna razlika u prediktivnim sposobnostima pojedinih modela koristi se Diebold-Mariano test. Nulta hipoteza DM testa pretpostavlja jednakost u prediktivnoj sposobnosti između dva modela. U ovom empirijskom istraživanju se uspoređuju prediktivne sposobnosti jednosmjerne i Jordanove neuronske mreže posebno za maksimalan broj iteracija od 10000 te se posebno za maksimalan broj iteracija od 100. Testiranje razlike u prediktivnim sposobnostima neuronskih mreža procijenjenih na temelju različitog broja iteracija nije provedeno zbog neusporedivosti rezultata. Testiranje je provedeno na temelju različitih vremenskih horizonata, tj. na temelju 1, 6 i 12 mjeseci. U ovom istraživanju se pokazalo da neuronske mreže u kratkom roku imaju dobre prediktivne sposobnosti. Osim toga, Jordanova neuronska mreža ima statistički značajno bolje prediktivne sposobnosti 1 i 6 mjeseci unaprijed u odnosu na jednosmjernu neuronsku mrežu. Konačno, prosječna kvadratna pogreška odabrane Jordanove neuronske mreže na uzorku za validaciju opada za zadani broj iteracija.

Konačno se analizirala konvergencija kamatnih stopa, uključivanjem inflatornih očekivanja procijenjenih Jordanovom neuronskom mrežom u preformulirani oblik Taylorovog pravila. Na temelju dobivenih rezultata se ne može potvrditi funkcioniranje Taylorovog pravila na razini zemalja euro zone u promatranom razdoblju. Unatoč tomu, konvergencija kamatnih stopa se može potvrditi, naročito u razdoblju od 1999. do 2009. godine. Rezultati su robusni na korištenje različitih kamatnih stopa koje uključuju EURIBOR i kamatnu stopu refinanciranja ECB-a te na korištenje očekivane inflacije dobivene pomoću anketa profesionalnih prognostičara (SPF) u preformuliranom obliku Taylorovog pravila. Istraživanje je pokazalo da su rezultati dobiveni korištenjem očekivane inflacije pomoću Jordanove neuronske mreže i pomoću anketa profesionalnih prognostičara konzistentni korištenjem različitih varijabli i

različitih razdoblja. Stoga se neuronske mreže kao nelinearni ekonometrijski model mogu koristiti za procjenu očekivane inflacije kao komplementarna metoda ostalim mjerama u uvjetima nedostajućih podataka. Naime, inflacijska očekivanja je neuronskim mrežama moguće procjenjivati na mjesečnoj razini i za sve zemlje. Mjere inflacijskih očekivanja dobivene na temelju istraživanja profesionalnih prognostičara, dostupne su od 1999. godine za euro zonu (za SAD i ranije), no samo na kvartalnoj bazi dok su ankete pouzdanja potrošača (CS) dostupne ne mjesečnoj bazi, međutim nisu dostupne za sve zemlje. Također, mjere inflacijskih očekivanja bazirane na tržišnim podacima su dostupne s visokom frekvencijom, međutim podaci su dostupni tek od 2006. godine, ali ne za sve zemlje i sva tržišta, dok na nekim tržištima postoji problem nedostatka podataka kao i problem likvidnosti. S obzirom da su rezultati dobiveni Jordanovom neuronskom mrežom u mjerenju očekivane inflacije konzistentni onima dobivenim anketom profesionalnih prognostičara, mogu se koristiti kao komplementarna metoda u uvjetima nedostajućih podataka i izraženih nedostataka ostalih mjera inflacijskih očekivanja. Stoga se procijenjene vrijednosti outputa iz prikladne Jordanove neuronske mreže mogu koristiti kao inflatorna očekivanja u preformuliranom obliku Taylorovog pravila s ciljem ispitivanja konvergencije kamatnih stopa na razini euro zone.

6.1. Rasprava o rezultatima istraživanja

Na temelju procijenjenih 90 jednosmjernih neuronskih mreža (FNN) i 450 Jordanovih neuronskih mreža (JNN) dobiveni su pokazatelji prikladnosti za svaku neuronsku mrežu koji se odnose na dva perioda. To su period „unutar uzorka“ (engl. *in the sample*) i period „izvan uzorka“ (engl. *out of sample*), a osnovna mjera prikladnosti od koje se polazi pri usporedbi performansi neuronskih mreža je prosječna kvadratna pogreška (MSE) na uzorku za testiranje. Ako je prosječna kvadratna pogreška jedini pokazatelj prikladnosti tada se neuronska mreža s najmanjim MSE smatra „najboljom“. Ukupno je procijenjeno 540 neuronskih mreža, što jednosmjernih, što Jordanovih, u ovisnosti o parametrima čije su se vrijednosti mijenjale. Vrijednosti promjenjivih parametara su maksimalan broj iteracija, stopa učenja, intervali početnih vrijednosti težina, broj skrivenih neurona i vrijednost težine kontekstne jedinice. Uspoređujući pokazatelje MSE došlo se do sljedećih zaključaka.

Niske vrijednosti prosječnih kvadratnih pogrešaka (MSE) na poduzorku za treniranje i validaciju (engl. *in the sample*) se postižu pri većoj stopi učenja (0.1) i manjem broju iteracija (100), kako u jednosmjernim tako i u Jordanovim neuronskim mrežama.

Niske vrijednosti prosječnih kvadratnih pogrešaka (MSE) na poduzorku za testiranje (engl. *out of sample*) postižu se pri nižoj stopi učenja (0.0001) i većem broju iteracija (10000), kako u jednosmjernim tako i u Jordanovim neuronskim mrežama.

Također, ne može se dobiti ni jednosmjerna neuronska mreža, a ni Jordanova neuronska mreža, koja istovremeno ima najmanju prosječnu kvadratnu pogrešku „*in the sample*“ i „*out of sample*“, tj. ona koja je dobro naučila uzorak za treniranje i validaciju, a istovremeno ima najveću prediktivnu sposobnost.

Dolazi se i do spoznaje da neuronske mreže dobro ne uče uzorak za treniranje u uvjetima kada je broj iteracija 100 i stopa učenja 0.1 na temelju čega su eliminirane takve neuronske mreže prema kriteriju MSE>0.1.

Nadalje, kada se uspoređuju preostale neuronske mreže s vrijednosti MSE<0.1 u obzir se uzima veličina uzorka i broj parametara da bi se došlo do Akaikeovog informacijskog kriterija (AIC) kao dodatnog pokazatelja prikladnosti. Naime, MSE pokazatelj je nužan, ali nije dovoljan za usporedbu performansi neuronskih mreža jer ne daje konzistentne rezultate „*in the sample*“ i „*out of sample*“ te u obzir ne uzima veličinu uzorka i broj parametara. Zato se za usporedbu preostalih neuronskih mreža, uz MSE, računa i AIC informacijski kriterij za oba poduzorka.

Rangiranjem jednosmjernih neuronskih mreža metodom PROMETHEE, istovremeno prema 4 kriterija, dobiva se kompromisno rješenje u kontekstu da izabrana jednosmjerna neuronska mreža udovoljava zahtjevu da je dobro naučila uzorak za treniranje, a istovremeno ima dobru prediktivnu sposobnost u odnosu na ostale jednosmjerne neuronske mreže. To je mreža FNN(4,5,1) sa stopom učenja 0.0001, brojem iteracija 10000 i početnim vrijednostima težina iz intervala [-1, 1].

Rangiranjem Jordanovih neuronskih mreža metodom PROMETHEE, istovremeno prema 4 kriterija, dobiva se kompromisno rješenje u kontekstu da izabrana Jordanova neuronska mreža udovoljava zahtjevu da je dobro naučila uzorak za treniranje, a istovremeno ima dobru prediktivnu sposobnost u odnosu na ostale Jordanove neuronske mreže. To je mreža JNN(4,3,1) sa stopom učenja 0.001, brojem iteracija 10000, početnim vrijednostima težina iz intervala [-0.5, 0.5] te težinom veze kontekstne jedinice same sa sobom od 0.7.

Na temelju usporedbe dviju „najboljih“ neuronskih mreža iz svake skupine (jednosmjernih i Jordanovih) zaključuje se da je u približno jednakim uvjetima potrebno manje neurona (3 skrivena neurona) u skrivenom sloju Jordanove neuronske mreža u odnosu na jednosmjernu (5 skrivenih neurona). Stoga se potvrđuje da je Jordanova neuronska mreža parsimonijska u odnosu na jednosmjernu neuronsku mrežu. Također, kod Jordanove neuronske mreže na temelju srednje kvadratne pogreške na uzorku za validaciju koja opada za zadani broj iteracija se dokazuje da ne postoji problem predetermininranosti modela. Tako se dokazala **pomoćna hipoteza PH 1** koja glasi: **Jedan skriveni sloj u Jordanovoj neuronskoj mreži je nužan i dovoljan za rješavanje problema predetermininranosti poštujući načelo parsimonije**.

Također se dolazi do spoznaje da izabrana Jordanova neuronska mreža ima veću prediktivnu sposobnost „*out of sample*“ (2.9984) u odnosu na izabranu jednosmjernu neuronsku mrežu (3.1227). Štoviše, Jordanova neuronska mreža ima veću prediktivnu sposobnost uz manji broj parametara (težina) koje je potrebno procijeniti. Broj parametara koji se procjenjuje u mreži FNN(4,5,1) je 31, dok broj parametara koji se procjenjuje u mreži JNN(4,3,1,0.7) iznosi 22.

U ovom istraživanju se također potvrdilo da neuronske mreže u kratkom roku imaju dobre prediktivne sposobnosti. Osim toga, Jordanova neuronska mreža ima statistički značajno bolje prediktivne sposobnosti 1 i 6 mjeseci unaprijed u odnosu na jednosmjernu neuronsku mrežu. Tako se dokazala **pomoćna hipoteza PH2** koja glasi: **Prognostička pogreška Jordanove neuronske mreže za mjerenje i prognoziranje očekivane inflacije je manja u odnosu na jednosmjerne neuronske mreže.**

Osim toga, dolazi do spoznaje da su performanse neuronskih mreža, bilo jednosmjernih ili Jordanovih, izrazito osjetljive na broj iteracija, a manje su osjetljive na intervale početnih vrijednosti težina. Pri tome se samo interval od 0 do 1 ne pokazuje prikladnim, tj. isključivo pozitivne početne vrijednosti težina ne daju dobre rezultate. Zato se preporuča koristiti intervale koji obuhvaćaju i negativne i pozitivne početne vrijednosti.

Potvrđuje se i spoznaja da manja stopa učenja zahtjeva veći broj iteracija te se preporuča koristiti stopu učenja od 0.001 koja će omogućiti konvergenciju algoritma učenja iako u tom slučaju algoritam uči sporije.

Konačno, u skupini Jordanovih neuronskih mreža preporuča se koristiti vrijednost težine kontekstne jedinice od 0.7, što predstavlja relativno veliku dugoročnu memoriju Jordanove neuronske mreže u konkretnom slučaju primjene što doprinosi većoj prediktivnoj sposobnosti uz manji broj skrivenih neurona.

S obzirom da su rezultati dobiveni Jordanovom neuronskom mrežom u mjerenju očekivane inflacije konzistentni onima dobivenim anketom profesionalnih prognostičara, mogu se koristiti kao komplementarna metoda u uvjetima nedostajućih podataka i izraženih nedostataka ostalih mjera inflacijskih očekivanja. Stoga se procijenjene vrijednosti outputa iz prikladne Jordanove neuronske mreže mogu koristiti kao inflatorna očekivanja u preformuliranom obliku Taylorovog pravila s ciljem ispitivanja konvergencije kamatnih stopa na razini euro zone. Ovim se dokazala i **glavna hipoteza GH** istraživanja koja glasi: **Povratnom neuronskom mrežom mogu se procijeniti inflatorna očekivanja s minimalnom prognostičkom pogreškom u uvjetima kada je funkcionalni oblik povezanosti između inputa i outputa nepoznat.**

6.2. Ograničenja provedenog istraživanja

Ovo empirijsko istraživanje se oslanja na literaturu o determinantama inflacije i inflacijskih očekivanja, uzima u obzir prvi stup strategije monetarne politike Europske središnje banke, tj. ekonomsku analizu, pretpostavlja racionalna očekivanja u smislu da su sve dostupne informacije korištene u procjeni inflacijskih očekivanja te se temelji na teorijskom modelu inflacije koji zahvaća karakteristike inflacije potražnje i inflacije troškova. Kako bi se zahvatili svi aspekti inflacijskog procesa koriste se varijable tržišta rada, financijske varijable, eksterni faktori te sama inflacija iz prethodnog razdoblja. S obzirom da se dodavanjem novih nezavisnih varijabli kao inputa u neuronskim mrežama povećava broj parametara koje je potrebno procijeniti što može dovesti do problema predetermininanosti modela, ovo istraživanje se ograničilo na odabrane četiri varijable. Konkretno, stopa monetarne ekspanzije promatrana kroz stopu promjene monetarnog agregata M3 predstavlja financijsku varijablu, stopa promjene troškova rada po zaposlenom predstavlja varijablu tržišta rada, a stopa deprecijacije promatrana kroz stopu promjene nominalnog efektivnog deviznog tečaja predstavlja eksterni faktor. U empirijskim istraživanjima se osim prethodno navedenih varijabli koriste još i kamatne stope, različiti cjenovni indeksi koji uključuju cijene imovine, energenata i hrane, uvozne i izvozne cijene, stopu (ne)zaposlenosti, BDP, jaz BDP-a i slične determinante uz korištenje pojedinih

fiskalnih i realnih varijabli. Stoga se odabirom drugog skupa varijabli može istražiti robusnost rezultata te osjetljivost neuronskih mreža na odabir samih inputa.

Istraživanje se provodi na agregiranoj razini zemalja euro zone na temelju mjesečnih podataka u periodu od siječnja 1999. do siječnja 2017. godine. Taj period uključuje početak provođenja jedinstvene monetarne politike za sve države članice ekonomske i monetarne unije, tj. period fiksiranja deviznih tečajeva te uvođenje eura, zatim kontinuiranog pristupanja novih članica i financijsku krizu 2007.-2008. godine. Štoviše, period istraživanja uključuje razdoblje oporavka od financijske krize kao i korištenje netradicionalnih mjera monetarne politike od 2010. godine te efekte nelinearnosti koji se gledaju kroz nulte kamatne stope. Upravo zbog nultih kamatnih stopa je djelokrug monetarne politike ograničen, jer ne može više stimulirati agregatnu potražnju daljnjim spuštanjem kamatnih stopa koje nisu daleko od efikasne donje granice. Povećanje agregatne potražnje u tom slučaju se može postići ekspanzivnom fiskalnom politikom, no ne postoji konsenzus istraživača i ekonomske teorije oko toga pitanja. Monetarna politika može stimulirati agregatnu potražnju operacijama na otvorenom tržištu tzv. kvantitativnim popuštanjem, kupnjom drugih imovina osim kratkoročnog duga, intervencijama na deviznom tržištu kao i usvajanjem ciljanja inflacije. Stoga se može istaknuti i samo ograničenje primjene Taylorovog pravila u takvim uvjetima.

Potrebno je istaknuti da je istraživanje provedeno na recentnim podacima te je cilj bio istražiti performanse neuronskih mreža u predviđanju na kratki i srednji rok. Stoga su zadnje dvije godine odabrane za poduzorak za testiranje neuronskih mreža, a prvih šesnaest godina za treniranje i validaciju neuronskih mreža. Konkretno, uzorak je podijeljen upravo u trenutku loma vremenskog niza inflacije u kojem završava razdoblje pada stopa inflacije i počinje razdoblje rasta stopa inflacije. Naime, period nakon 2015. godine je obilježilo razdoblje deflacije, zatim niskih stopa inflacije i konačnog rasta inflacije u 2016. godini. Stoga je ograničenje istraživanja i u odabiru samog uzorka. Naime, korištenjem drugih poduzoraka bi se taj prijelaz mogao bolje zahvatiti neuronskim mrežama, tj. neuronske mreže općenito bi imale bolje prediktivne sposobnosti. Naime, preliminarno istraživanje je pokazivalo bolje prediktivne sposobnosti neuronskih mreža općenito jer se koristio drugi vremenski period istraživanja.

S aspekta neuronskih mreža, a s obzirom na velik broj parametara koji je potrebno uzeti u obzir, neki parametri su fiksirani, a odabrani skup parametara definiran ciljevima istraživanja je

variran. Stoga, je ograničenje istraživanja upravo u fiksiranim parametrima, čijom promjenom postoji mogućnost dobivanja drukčijih rezultata. Između ostalih, velik broj algoritama učenja koji je dostupan za procjenu jednosmjernih neuronskih mreža, dok je manji broj dostupan za procjenu Jordanovih neuronskih mreža. U ovom doktorskom radu je cilj bio koristiti iste postavke neuronskih mreža što uključuje iste algoritme učenja kako bi se ispitale razlike u istim uvjetima. Procjenjivanjem neuronskih mreža korištenjem različitih algoritama učenja bi se moglo doći do drukčijih rezultata. Osim toga, modaliteti varijabilnih parametara su ograničeni te nisu iscrpni. Stoga, promjenom modaliteta varijabilnih parametara je moguće doći do drukčijih zaključaka.

6.3. Implikacije za primjenu u praksi

Očekivanja imaju ključnu ulogu u makroekonomskom načinu razmišljanja. Tako se kućanstva moraju brinuti o očekivanim budućim prihodima, zaposlenju, inflaciji i porezima, kao i kretanjima na tržištu novca, dionica i stambenog tržišta. Poduzeća moraju predvidjeti razinu buduće potražnje za proizvodima, troškova plaća, razinu produktivnosti, deviznih tečajeva te kamatnih stopa. Nositelji monetarne i fiskalne politike moraju predvidjeti inflaciju i stope gospodarskog rasta kako bi mogli sagledati direktne i indirektne efekte njihovih odluka na inflacijska očekivanja. Stoga, kako bi se predvidjela inflacijska očekivanja, očekivanja o outputu, kako bi se predvidjele vrijednosti kamatnih stopa, deviznih tečajeva i drugih varijabli koje su ključne za sve ekonomske subjekte, ovaj doktorski rad upućuje na upotrebu neuronskih mreža. U ovom radu se stoga detaljno objašnjavaju neuronske mreže s ekonometrijske perspektive kako bi se mogle koristiti u praksi. Osim toga, za istraživače neuronskih mreža kao i za buduće korisnike ovih alata daje se detaljan pregled literature, dostupnih alata kao i konačna uputa za korištenje prikladne neuronske mreže u analizi vremenskih nizova. Stoga, ovaj doktorski rad pridonosi boljem razumijevanju problematike neuronskih mreža koji može biti koristan kako za istraživače tako i za praktičare.

6.4. Preporuke za daljnja istraživanja

Iz prethodno navedenih ograničenja ovog empirijskog istraživanja proizlaze preporuke za daljnja istraživanja.

Ovo empirijsko istraživanje se oslanja na teorijski model inflacije koji zahvaća karakteristike inflacije potražnje i inflacije troškova, pri čemu se koriste varijable tržišta rada, financijske varijable, eksterni faktori te sama inflacija iz prethodnog razdoblja. Odabirom drugog skupa varijabli u daljnjim istraživanjima može se istražiti robusnost rezultata te osjetljivost neuronskih mreža na odabir samih inputa. Također, u budućim istraživanjima je moguće odabrati drugi vremenski kao i drugi prostorni obuhvat kako bi se ispitala robusnost neuronskih mreža u predviđanjima. Naime, potrebno je ispitati postoji li razlika u rezultatima predviđanja između različitih zemalja kako bi se utvrdilo postoji li uopćeno pravilo za odabir neuronskih mreža u mjerenju i predviđanju očekivane inflacije.

Osim toga, u ovom doktorskom radu su neuronske mreže ispitivane samo za modeliranje i predviđanje očekivane inflacije, no u Taylorovom pravilu postoji potreba uključivanja i očekivanja o kretanju outputa. Stoga se za buduća istraživanja preporučuje i uključivanje očekivanja o kretanju outputa dobivenih korištenjem prikladne neuronske mreže u Taylorovo pravilo.

Sukladno tome, inflacijska očekivanja dobivena korištenjem prikladne neuronske mreže se mogu dalje koristiti u drugim ekonomskim zakonitostima kao npr. u Philipsovoj krivulji i Fisherovoj jednadžbi. U tom kontekstu očekivana inflacija služi da bi se takve zakonitosti mogle empirijski potvrditi ili opovrgnuti.

S aspekta neuronskih mreža, buduća istraživanja mogu promatrati različite fiksne i varijabilne parametre. Konkretno, potrebno je istražiti druge algoritme učenja kako bi se ispitala robusnost dobivenih rezultata. Sukladno odabranom algoritmu potrebno je podesiti i druge varijabilne parametre.

Konačno, u ovom radu su se primjenjivale Jordanove neuronske mreže zbog svojih dobrih svojstava u modeliranju i predviđanju vremenskih nizova kao i ekonometrijske eksplikacije dobivenih rezultata. Međutim, razvijeni su i drugi tipovi povratnih neuronskih mreža koje je primjerenije koristiti u odnosu na jednosmjerne neuronske mreže, a čiji su rezultati nedovoljno istraženi u analizi ekonomskih vremenskih nizova kao što su duboke neuronske mreže (engl. *deep neural networks*), neuronske mreže dugog kratkotrajnog pamćenja (engl. *Long Short Term Memory*) i konvolucijske neuronske mreže (engl. *Convolutional neural networks*).

LITERATURA

1. Abid, F., Ben Salah, M. (2002) Estimating Term Structure of Interest Rates: Neural Network Vs one Factor Parametric Models, *U of Sfax*, Business and Economics Working Paper.
2. Aguilar, A., Martins, M.M.F. (2005) Testing the significance and the non-linearity of the Phillips trade-off in the Euro Area, *Empirical Economics* 30(3), February, pp. 665-691.
3. Aljinović, Z., Poklepović, T., (2013) Neural networks and vector autoregressive model in forecasting yield curve, *The 6th International Conference on Information Technology (ICIT)*, Al-Zaytoonah University of Jordan, Amman, 1, 1-8.
4. Al-Maqaleh, B.M., Al-Mansoub, A.A., Al-Badani, F.N. (2016) Forecasting using Artificial Neural Network and Statistics Models, *I.J. Education and Management Engineering*, 3, pp. 20-32.
5. Aminian, F., Suarez, E.D., Aminian, M., Walz, D.T. (2006) Forecasting Economic Data with Neural Networks, *Computational Economics*, 28, pp. 71-88.
6. Andersson, M., Masuch, K., Schiffbauer, M. (2009) Determinants of inflation and price differentials across the euro area countries, *ECB Working Paper Series*, No. 1129, December.
7. Ang, A., Bekaert, G., Wei, M. (2007) Do macro variables, asset markets, or surveys forecast inflation better?, *Journal of Monetary Economics* 54, pp. 1163-1212.
8. Angus, J.E. (1991) Criteria For Choosing The Best Neural Network: Part I, *Report* No. 91-16.
9. Arghyrou, M.G., Gregoriou, A., Kontonikas, A. (2009) Do real interest rates converge? Evidence from the European Union, *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money* 19 (3), pp. 447-460.
10. Armantier, O., de Bruin, W.B., Topa, G., van der Klaauw, W., Zafar, B. (2013) Inflation Expectations and Behavior: Do Survey Respondents Act on their Beliefs?, *International Economic Review* 56, No. 2, May, pp. 505-536.
11. Arnerić, J., Poklepović, T., Aljinović, Z. (2014) GARCH based artificial neural networks in forecasting conditional variance of stock returns, *Croatian Operational Research Review*, Vol.5, No.2, Prosinac, pp. 329-343.
12. Arnerić, J., Poklepović, T. (2016) Nonlinear Extension of Asymmetric GARCH Model within Neural Network Framework, *Computer Science & Information Technology*, Zizka, J.; Nagamalai, D. (ur.). - Chennai, India: AIRCC Publishing Corporation, pp. 101-111.

13. Arnold, I., van Ewijk, S. (2014) The impact of sovereign and credit risk on interest rate convergence in the euro area, *DNB Working Paper*, No. 425, June.
14. Babić, M. (2003) *Makroekonomija*, 13. dopunjeno i izmijenjeno izdanje, Zagreb, Mate.
15. Babić, Z. (2017) *Modeli i metode poslovnog odlučivanja*, 2. izdanje, Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet u Splitu.
16. Bahovec, V., Erjavec, N. (2009) *Uvod u ekonometrijsku analizu*, Element, Zagreb
17. Balkin, S.D. (1997) Using Recurrent Neural Networks for Time Series Forecasting, *Working Paper* No 97-11, International Symposium on Forecasting, Barbados.
18. Ball, L.M. (1999) Policy Rules for Open Economies, In: *Monetary Policy Rules*, J.B. Taylor (ed.), University of Chicago Press, pp. 127-156.
19. Banerjee, A., Marcellino, M., Masten, I. (2005) Leading Indicators for Euro-area Inflation and GDP Growth, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 67, pp. 786-813.
20. Basilio, J. R. (2013) Empirics of Monetary Policy Rules: The Taylor Rule in Different Countries, *doktorski rad*, Sveučilište u Illinoisu, Chicago.
21. Beale, R., Finlay, J. (1992) Neural Networks and Pattern Recognition in Human-Computer Interaction, *Ellis Horwood*, Upper Saddle River, NJ, USA.
22. Bektipratiwi, A., Irawan, M.I. (2011) A RBF-EGARCH neural network model for time series forecasting, *Proceedings of "The IceMATH 2011*, Topic, 8 pp.
23. Benalal, N., del Hoyo, J.L.D., Landau, B., Roma, M., Skudelny, F. (2004) To aggregate or not to aggregate?, *ECB Working Paper Series* No 374, July.
24. Bergmeir, C., Benítez, J.M. (2012) Neural Networks in R Using the Stuttgart Neural Network Simulator: RSNNS. *Journal of Statistical Software*, 46(7), 1-26.
25. Bernake, B.S. (2007) Inflation Expectations and Inflation Forecasting, *Speech at the Monetary Economics Workshop of the National Bureau of Economic Research Summer Institute*, Cambridge, Massachusetts, July 10, http://www.federalreserve.gov/newsevents/speech/bernanke20070710a.htm [28.04.2014]
26. Bildirici, M., Ersin, Ö.Ö. (2009) Improving forecasts of GARCH family models with the artificial neural networks: An application to the daily returns in Istanbul Stock Exchange, *Expert Systems with Applications*, No. 36, pp. 7355-7362.
27. Bildirici, M., Ersin, Ö.Ö. (2012) Nonlinear volatility models in economics: smooth transition and neural network augmented GARCH, APGARCH, FIGARCH and FIAPGARCH models, *MPRA Paper* No. 40330.

28. Bildirici, M., Ersin, Ö.Ö. (2014) Modelling Markov Switching ARMA-GARCH Neural Networks Models and an Application to Forecasting Stock Returns, Hindawi Publishing Corporation: *The Scientific World Journal*, Vol. 2014, Article ID 497941, 21 pp.
29. Bilski, J., Smolag, J. (2013) Parallel Approach to Learning of the Recurrent Jordan Neural Network, in L. Rutkowski et al. (Eds.): *ICAISC 2013*, Part I, LNAI 7894, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, pp. 32–40.
30. Binner, J.M., Elger, T., Nilsson, B., Tepper, J.A. (2004) Tools for non-linear time series forecasting in economics – an empirical comparison of regime switching vector autoregressive models and recurrent neural networks, in Binner, J.M., Kendall, G., Chen, S.-H. (eds): *Applications of Artificial Intelligence in Finance and Economics (Advances in Econometrics, Volume 19)* Emerald Group Publishing Limited, pp. 71 – 91.
31. Binner, J.M., Bissoondeeal, R.K., Elger, T., Gazely, A.M., Mullineux, A.W. (2005) A Comparison of Linear Forecasting Models and Neural Networks: An Application to Euro inflation and Euro Divisia, *Applied Economics*, 37(6), pp. 665-680.
32. Binner, J.M., Elger, C.T., Nilsson, B., Tepper, J.A. (2006) Predictable non-linearities in U.S. inflation, *Economic Letters* 93, pp. 323-328.
33. Binner, J.M., Jones, B., Kendall, G., Tino, P., Tepper, J. (2007) Evolution, Recurrency and Kernels in Learning to Model Inflation, *Aston Business School Research Papers*, RP 0716, pp. 1-16.
34. Bisaglia, L., Gerolimetto, M. (2014) Testing for (non)linearity in economic time series: a Montecarlo comparison, *QUADERNI DI STATISTICA*, vol. 16, pp. 5-32.
35. Blanchflower, D.G., Coille, C.M. (2009) The formation of inflation expectations: an empirical analysis for the UK, *Banco do Brasil XI Annual Inflation Targeting Seminar*, Rio de Janeiro, 14-15 May.
36. Blejer, M.I., Ize, A., Leone, A.M., Werlang, S. (1999) Inflation Targeting in Practice, Strategic and Operational Issues and Application to Emerging Market Economies, *IMF, Seminar held in Rio de Janeiro*, Brazil, May, 3-5.
37. Bowles, C., Friz, R., Genre, V., Kenny, G., Meyler, A., Rautanen, T. (2007) The ECB survey of professional forecasters (SPF). A review after eight years' experience, *ECB, Occasional paper series*, No. 59, April.
38. Brans, J.P., Marechal, B. (2005) *PROMETHEE methods*, in J. Figueira, S. Greco, M. Ehrgott (eds): Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys, pp. 163-196. Springer Verlag, Boston, Dordrecht, London

39. Brezak, D., Bacek, T., Majetic, D., Kasac, J., Novakovic, B. (2012) A Comparison of Feed-forward and Recurrent Neural Networks in Time Series Forecasting, *2012 IEEE Conference on Computational Intelligence for Financial Engineering & Economics*, NY, pp. 1-6.
40. Brock, W., J. Scheinkman, W. Dechert, B. LeBaron (1996) A test for independence based on the correlation dimension. *Econometric Reviews* 15, pp. 197-235.
41. Bruno, M., Melnick, R. (1995) High Inflation Dynamics: Integrating Short-Run Accommodation and Long-Run Steady-States, *Discussion Paper* No. 95.06.
42. Bulsari, A.B., Saxén, H. (1993) A Recurrent Neural Network for Time-series Modelling, u *Artificial Neural Nets and Genetic Algorithms: Proceedings of the International Conference in Innsbruck*, Austria, eds. Rudolf F. Albrecht, Colin Reeves, Nigel C. Steele, Springer Verlag, Wien, New York, pp. 285-292.
43. Burney, S.M.A., Jilani, T.A., Ardil, C. (2005) A Comparison of First and Second Order Training Algorithms for Artificial Neural Networks, Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology, Vol. 1, pp. 9-15.
44. Caporale, G. M., Catik, A.N., Helmi, M.H., Ali, F.M., Akdeniz, C. (2016) Monetary Policy Rules in Emerging Countries: Is There an Augmented Nonlinear Taylor Rule?, *Discussion Papers of DIW Berlin* 1588, DIW Berlin, German Institute for Economic Research.
45. Cerisola, M., Gelos, R.G. (2005) What Drives Inflation Expectations in Brazil? An empirical analysis, *IMF Working Paper*, WP/05/109.
46. Chaudhuri, T.D, Ghosh, I. (2016) Artificial Neural Network and Time Series Modeling Based Approach to Forecasting the Exchange Rate in a Multivariate Framework, *Journal of Insurance and Financial Management*, Vol. 1, Issue 5, pp. 92-123.
47. Chauvin, V., Devulder, A. (2008) An inflation forecasting model for the euro area, Banque de France, *Notes d'Études et de Recherche, NER* - E # 192.
48. Choudhary, A, Haider, A. (2008) Neural network models for inflation forecasting: an appraisal, *Discussion Papers in Economics*, University of Surrey, UK, DP 08/08.
49. Clarida, R., Galí, J., Gertler, M. (1998) Monetary policy rules in practice. Some international evidence, *European Economic Review*, 42, pp. 1033-1067.
50. Clarida, R., Galí, J., Gertler, M. (1999) The Science of Monetary Policy: A New Keynesian Perspective, *Journal of Economic Literature*, Vol. XXXVII (December), pp. 1661–1707
51. Clarida, R., Galí, J., Gertler, M. (2000) Monetary policy rules and macroeconomic stability: evidence and some theory, *The Quarterly Journal of Economics*, February, pp. 147-180.
52. Claveria, O., Torra, S. (2014) Forecasting tourism demand to Catalonia: Neural Networs vs. time series models, *Economic Modelling*, 36, pp. 220-228.

53. Coibion, O., Gorodnichenko, Y. (2011) Monetary Policy, Trend Inflation and the Great Moderation: An Alternative Interpretation, *American Economic Review, American Economic Association*, vol. 101(1), pp. 341-370, February.
54. Coibion, O., Gorodnichenko, Y. (2012) Why Are Target Interest Rate Changes So Persistent?, *American Economic Journal: Macroeconomics, American Economic Association*, vol. 4(4), pp. 126-162., October.
55. Čorić, B., Malešević Perović, L. (2013) *Makroekonomija. Teorija i politika*., Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet u Splitu.
56. Côté, A. (2015) Inflation, Expectations and Monetary Policy, *BIS central bankers' speeches, Speech to the Association québécoise des technologies*, Mont-Tremblant, Quebec, 19 February 2015.
57. Curtin, R. (2005) Inflation Expectations: Theoretical Models and Empirical Tests, *National Bank of Poland*, December.
58. Das, D.K. (2010) *Financial Globalization Growth, Integration, Innovation and Crisis*, Palgrave Macmillan
59. DB (2015) Inflation expectations: newer instruments, current developments and key determinants, *Deutsche Bundesbank Monthly Report*, June, pp. 45-60.
60. Dedi, R., Yoga, A.N., Rahmawati, K.D. (2011) Forecasting the Indonesian Government Securities Yield Curve Using Neural Networks and Vector Autoregressive Model, *ISI 58th Session*, Dublin, August 21-26.
61. De Grauwe, P. (2007) *Economics of Monetary Union*, Oxford University Press, 7th edition
62. Diebold, F., Mariano, R. (1995) Comparing Predictive Accuracy, *Journal of Business and Economic Statistics*, 13:3, pp. 253-263.
63. Domić, A. (2012) An application of New Keynesian models to inflation in Croatia, *Business Systems Research*, Vol. 3, No. 2, pp. 6-13.
64. Donaldson, R.G., Kamstra, M. (1997) An Artificial Neural Network - GARCH Model for International Stock Return Volatility, *Journal of Empirical Finance*, 4 (1), pp. 17-46.
65. Dunis, C.L., Williams, M. (2002) Modelling and trading the euro/US dollar exchange rate: Do neural networks perform better?, *J. of Derivatives and Hedge Funds*, 8, 3, pp. 211-239.
66. ECB (2001) A guide to Eurosystem staff macroeconomic projection exercises, *European Central Bank*, June 2001.
67. ECB (2010) Tools for preparing short-term projections of euro area inflation, *European Central Bank Monthly Bulletin*, April 2010, pp. 65-73.

68. ECB (2011) The monetary policy of the ECB, *European Central Bank* http://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/other/monetarypolicy2011en.pdf?4004e7099b3dcdbf58d0874f6eab650e [02.10.2016.].
69. ECB (2013a) An assessment of Eurosystem staff macroeconomic projections, *European Central Bank Monthly Bulletin*, May, pp. 71-83.
70. ECB (2013b) Commodity prices and their role in assessing euro area growth and inflation, *European Central Bank Monthly Bulletin*, October, pp. 53-68.
71. ECB (2015) Godišnje izvješće, https://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/annrep/ar2015hr.pdf?a96273c22d387b21f05896a4ed535e42 [02.06.2017]
72. ECB (2016) Godišnje izvješće, https://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/annrep/ar2016hr.pdf?e9edc2c99144d9be7380168a5a9d141c [02.06.2017]
73. Edwards, S. (1998) Interest rate volatility, contagion and convergence: an empirical investigation of the cases of Argentina, Chile and Mexico, *Journal of Applied Economics*, Vol. 1, No. 1, pp. 55-86.
74. Elman, J.L. (1990) Finding Structure in Time, *Cognitive Science*, 14, pp. 179-211.
75. Elshamy, H. M. (2012) Estimating the monetary policy reaction function in Egypt, *Singidunum Journal of Applied Sciences*, 9 (2), pp. 27-32.
76. Evans, G.W., Honkapohja, S. (2009) Learning and Macroeconomics, *Annual Review of Economics*, 1, pp. 421–449.
77. Fagan, G., Morgan, J. (eds.) (2005) *Econometric models of the euro area central banks*, Edward Elgar Publishing.
78. Faith, B.G. (2013) Economic Growth: An Empirical Analysis - Testing the Hypothesis of Absolute and Conditional Convergence, *University of Ottawa WP*, pp. 1-41.
79. Faraway, J., Chatfield, C. (1998) Time series forecasting with neural networks: a comparative study using airline data, *Appl. Statist*. 47, Part 2, pp. 231-250.
80. Fountas, S., Wu, J. (1999) Testing for real interest rate convergence in European countries, *Scottish Journal of Political Economy*, Vol. 46, No. 2, pp. 158-174.
81. Franses, P.H., van Dijk, D. (2003) *Nonlinear Time Series Models in Empirical Finance*, Cambridge University Press.
82. Frömmel, M., Kruse, R. (2009) Interest rate convergence in the EMS prior to European Monetary Union, *CREATES Research Papers* 2009-23, School of Economics and Management, University of Aarhus.

83. Gençay, R., Liu, T. (1997) Nonlinear modelling and prediction with feedforward and recurrent networks, *Physica D* 108, pp. 119-134.
84. Gerdesmeier, D., Roffia, B. (2004) Taylor rules for the euro area: the issue of real-time data, *Discussion Paper Series 1: Economic Studies*, 37, Deutsche Bundesbank, Research Centre.
85. Gerlach, S., Schnabel, G. (2000) The Taylor rule and interest rates in the EMU area, *Economics Letters* 67, pp. 165-171.
86. Gerlach-Kristen, P. (2003) Interest Rate Reaction Functions and the Taylor Rule in the Euro Area, *European Central Bank, Working Paper* No. 258, Frankfurt / Main.
87. Ghiassi, M., Saidane, H., Zimbra, D.K. (2005) A dynamic artificial neural network model for forecasting time series events, *International Journal of Forecasting* 21, pp. 341-362.
88. Golinelli, R., Orsi, R. (2002) Modelling Inflation in EU Accession Countries: The Case of the Czech Republic, Hungary and Poland, *Ezoneplus working paper*, No. 9.
89. Gonzales, S. (2000) Neural Networks for Macroeconomic Forecasting: A Complementary Approach to Linear Regression Models, *Working Paper* 2000-07.
90. Gottschalk, J. (2001) Measuring Expected Inflation and the Ex-Ante Real Interest Rate in the Euro Area Using Structural Vector Autoregressions, *Kieler Arbeitspapiere*, No. 1067.
91. Grgić, M., Bilas, V., Šimović, H. (2006) Financijska liberalizacija, monetarna i fiskalna politika Europske unije, *SERIJA ČLANAKA U NASTAJANJU*, Sveučilište u Zagrebu, Ekonomski fakultet, Članak broj 06-14, pp. 1-22.
92. Grothe, M., Meyler, A. (2015) Inflation forecasts: Are market-based and survey-based measures informative?, *ECB Working Paper* 1865, November.
93. Gu, A. (2015) Ideal ECB Policy: Lessons from Ideal Interest Rate Deviations in EMU Member Countries, *Honors Thesis, Collection*. Paper 262.
94. Guerrero, G., Million, N. (2004) The US Phillips Curve and inflation expectations: A State Space Markov-Switching explanatory model, *Society for Computational Economics in its series Computing in Economics and Finance*, 133, October.
95. Gupta, G., Yadav, R.N., Kalra, P.K., John, J. (2005) Modelling with Recurrent Neural Networks using Compensatory Neuron Model, *Neural Information Processing – Letters and Reviews*, Vol. 6, No. 3, March, pp. 69-78.
96. Hammond, G. (2012) State of the art of inflation targeting, *CCBS Handbook* No. 29, Bank of England, February.
97. Hamzaçebi, C. (2008) Improving artificial neural networkss' performance in seasonal time series forecasting, *Information Sciences*, 178, pp. 4550-4559.

98. Härdle, W., Müller, M., Sperlich, S., Werwatz, A. (2004) *Nonparametric and semiparametric models, An introduction*, xplore-stat.de//ebooks/ebooks.html [5.2.2014.]
99. Hawkins, D.M. (2004) The Problem of Overfitting, *Journal of Chemical Information and Modeling*, 44, pp. 1-12.
100. Hein, E. (2017) *An alternative macroeconomic policy approach for the Eurozone*, in: Herr, H., Priewe, J., Watt, E. (eds), Re-designing the Euro Area – Proposals for Economic Reform, Brussels: Social Europe Books, forthcoming, pp. 61-81.
101. Hillman, K., Wilde, W. (2011) Current Account Imbalances in the Euro Area: The Role of Monetary Policy, http://ssrn.com/abstract=1926062 [14.7.2015.].
102. Ho, S.L., Xie, M., Goh, T.N. (2002) A comparative study of neuroal network and Box-Jenkins ARIMA modeling in time series prediction, *Computers and Industrial Engineering*, No. 42, pp. 371-375.
103. Hofmann, B., Bogdanova, B. (2012) Taylor rules and monetary policy: a global „Great Deviation"?, *BIS Quarterly Review*, September, pp. 47-49.
104. Holtemöller, O. (2005) Uncovered interest rate parity and analysis of monetary convergence of potential EMU accession countries, *International Economics and Economic Policy*, Springer, vol. 2(1), pp. 33-63, 06.
105. Hornik, K., Stinchcombe, M., White, H. (1989) Multilayer feedforward networks are universal approximators, *Neural Networks*, 2, 5, July, pp. 359-366.
106. Hornik, K., Stinchcombe, M., White, H. (1990) Universal Approximation Of An Unknown Mapping And Its Derivatives Using Multilayer Feedforward Networks", *Neural Networks*, Vol. 3, pp. 500-551.
107. Hwarng, H.B. (2001) Insights into neural-network forecasting of time series corresponding to ARMA(p,q) structures, *Omega* 29, pp. 273-289.
108. Hwarng, H.B., Ang, H.T. (2001) A simple neural network for ARMA(p,q) time series, *Omega* 29, pp. 319-333.
109. Ickes, B.W. (2008) Introduction to Development Economics, http://grizzly.la.psu.edu/~bickes/introdev.pdf [14.7.2015.].
110. IMF (2016) Global Disinflation In An Era Of Constrained Monetary Policy, *Ch. 3 in World Economic Outlook: Subdued Demand—Symptoms And Remedies*, October, pp. 121-170.
111. Ivanov, M. (2012) Izbor strategije i ograničenja monetarne politike u malim i otvorenim gospodarstvima, *Zbornik radova znanstvenog skupa: Razvojna strategija malog nacionalnog gospodarstva u globaliziranom svijetu*, ur. Družić, G.; Družić, I., Ekonomski fakultet Zagreb; Hrvatska akademija znanosti i umjetnosti, chapter 6, pp. 119-153.

112. Jagrič, T. (2003) Forecasting with Leading Economic Indicators — A Neural Network Approach. In: Leopold-Wildburger U., Rendl F., Wäscher G. (eds) *Operations Research Proceedings* 2002. vol 2002. Springer, Berlin, Heidelberg
113. Jansen, E.S. (2004) Modelling inflation in the euro area, *ECB Working Paper Series*, No. 322, March
114. Jaumotte, F., Morsy, H. (2012) Determinants of Inflation in the Euro Area: The Role of Labor and Product Market Institutions, *IMF Working Paper*, WP/12/37.
115. Jordan, M.I. (1996) Serial order: A parallel distributed processing approach, *Technical Report* 8604, Institute for Cognitive Science, University of California, San Diego, 1986
116. Jović, S. (1976) *Analiza inflacije u Jugoslaviji*, Tanjug – redakcija ekonomskih informacija, Beograd.
117. Kaashoek, J.F., van Dijk, H.K. (2001) Neural networks as econometric tool, *Econometric Institute Report*, EI 2001-05, pp. 1-32.
118. Kavkler, A., Böhm, B. (2005) A nonlinear monetary model of inflation, In: Zadnik Stirn, L., Drobne, S. (eds), *The 8th International Symposium on Operational Research Proceedings*, Ljubljana, Section for Operational Research (SOR), pp. 291-296.
119. Keenan, D. (1985) A Tukey nonadditivity-type test for time series nonlinearity, *Biometrika*, 72, pp. 39-44.
120. Kibritçioğlu, A. (2002) Causes of Inflation in Turkey: A Literature Survey with Special Reference to Theories of Inflation, Forthcoming in: *Inflation and Disinflation in Turkey*. ed. by Kibritçioğlu, A., Rittenberg, L. and Selçuk, F., Aldershot: *Ashgate*, pp. 43-76.
121. Kim, T.Y., Oh, K.J., Kim, C., Do, J.D. (2004) Artificial neural networks for non-stationary time series, *Neurocomputing*, 61, pp. 439-447.
122. Koprnická, K. (2008) Inflation Differentials in the European Union, Panel Data Analysis of the Driving Factors for Inflation Differentials in the New Member States, *Doktorska disertacija*: Charles University in Prague.
123. Koskinen, J.-P., Koivu, T., Chowdhury, A. (2004) Selecting inflation indicators under an inflation targeting regime: evidence from the MCL method, *BOFIT Discussion Papers* 16/2004, Helsinki.
124. Kozicki, S. (2001) Why Do Central Banks Monitor So Many Inflation Indicators?, Federal Reserve Bank of Kansas City, *Economic Review*, Third quarter.
125. Krueger, D. (2009) *Makroekonomika*, Preveli i prilagodili Ivo Bičanić Sveučilište u Zagrebu, Ekonomski fakultet i Jasena Kukavčić Goran Nikšić, Vjerana Spajić

126. Krznar, I. (2011) Analiza kretanja domaće stope inflacije i Phillipsova krivulja, *Hrvatska Narodna Banka, Istraživanja* I-31., Zagreb, Travanj
127. Kuan, C.-M., White, H. (1994) Artificial neural networks: an econometric perspective, *Econometric Reviews*, 13, pp. 1-92.
128. Kuan, C.-M., Liu, T. (1995) Forecasting Exchange Rates Using Feedforward and Recurrent Neural Networks, *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 10, No. 4, pp. 347-364.
129. Kuan, C.-M. (2006) Artificial Neural Networks, *IEAS Working Paper*: academic research 06-A010, Institute of Economics, Academia Sinica, Taipei, Taiwan http://homepage.ntu.edu.tw/~ckuan/pdf/Neural-Rev.pdf [13.05.2014.].
130. Larrain, M. (2007) The PMI, the T-Bill and Inventories: A Comparative Analysis of Neural Network and Regression Forecasts, *J. of Supply Chain Management*, 43, 2, pp. 39-51.
131. Laryea, S.A., Sumaila, U.R. (2001) Determinants of inflation in Tanzania, *Chr. Michelsen Institute, Development Studies and Human Rights*, Norway, WP 2001:12.
132. Lawrence, S., Giles, C.L., Tsoi, A.C. (1997) Lessons in Neural Network Training: Overfitting May be Harder than Expected, *Proceedings of the Fourteenth National Conference on Artificial Intelligence*, AAAI-97, pp. 540-545.
133. Leahy, J. (2013) The Importance of Non-Linearities and Expectations in the Recent Crisis, *International Journal of Central Banking*, Vol. 9, No. 2, pp. 287-293.
134. Lee, J. (2011) An evaluation of European Central Bank's monetary policy, *Journal of International Finance and Economics*, Vol. 11, No. 2, pp. 115-119.
135. Lee, T.-H., White, H., Granger, C.W.J. (1993) Testing for neglected nonlinearity in time series models: A comparison of neural network methods and alternative tests, *Journal of Econometrics*, 56, pp. 269-290.
136. Lim, C.H., Papi, L. (1997) An Econometric Analysis of the Determinants of Inflation in Turkey, *IMF Working Paper*, WP/97/170.
137. Lim, Y.C., Sek, S.K. (2015) An Examination on the Determinants of Inflation, *Journal of Economics, Business and Management*, vol. 3, no. 7, pp. 678-682.
138. Lolić, I., Sorić, P. (2015) Nonlinear effects in the Croatian inflation generating process, *International Journal of Monetary Economics and Finance* 7(3), pp. 175 – 191, December.
139. Malešević Perović, L. (2009) Kointegracijski pristup analizi inflacije u Hrvatskoj, *Financijska teorija i praksa*, 33 (2), pp. 201-218.
140. Mańdziuk, J., Mikołajczak, R. (2002) Chaotic time series prediction with feed-forward and recurrent neural nets, *Control and Cybernetics*, vol. 31, No. 2, 24 pp.

141. Mantri, J.K., Gahan, P., Nayak, B.B. (2010) Artificial Neural Networks – An Application to Stock Market Volatility, *International Journal of Engineering Science and Technology*, Vol. 2, No. 5, pp. 1451-1460.
142. Mantri, J.K., Mohanty, D., Nayak, B.B. (2012) Design Neural Network for Stock Market Volatility: Accuracy Measurement, *International Journal on Computer Technology & Applications*, Vol. 3, No. 1, pp. 242-250.
143. Mariano, R.S., Preve, D. (2012) Statistical tests for multiple forecast comparison, *Journal of Econometrics*, Volume 169, Issue 1, July, pp. 123-130.
144. Matignon, R. (2005) *Neural Network Modeling using SAS Enterprise Miner*, Author House.
145. McLeod, A., Li, W. (1983) Diagnostic checking ARMA time series models using squared-residual autocorrelations. *Journal of Time Series Analysis* 4, pp. 269-273.
146. McNelis, P., McAdam, P. (2004) Forecastin inflation with thick models and neural networks, *ECB Working Paper Series*, No. 352, April.
147. Medeiros, M. C., Teräsvirta, T., Rech, G. (2006) Building neural network models for time series: a statistical approach, *Journal of Forecasting*, 25, pp. 49–75.
148. Million, E. (2007) The Hadamard Product, http://buzzard.ups.edu/courses/2007spring/projects/million-paper.pdf [14.06.2017.]
149. Mishkin, F.S. (1999) International Experiences with Different Monetary Policy Regimes, *NBER Working Papers* 6965, National Bureau of Economic Research, Inc.
150. Mishkin, F.S. (2007) Inflation Dynamics, *International Finance*, 10:3, pp. 317-334.
151. Mishkin, F.S. (2011) Monetary Policy Strategy: Lessons from the Crisis, *NBER Working Papers* 16755, National Bureau of Economic Research, Inc.
152. Monfort, P. (2008) Convergence of EU regions Measures and evolution, *European Union Regional Policy Working Paper*, A series of short papers on regional research and indicators produced by the Directorate-General for Regional Policy, No. 1, pp. 1-20.
153. Moretti, L. (2013) Determinants of inflation differentials in the euro area, *Working Paper*, Center for Financial Studies, Goethe University Frankfurt
154. Moshiri, S., Cameron, N. (2000) Neural Networks Versus Econometric Models in Forecasting Inflation, *Journal of Forecasting*, Vol. 19, pp. 201-217.
155. Moshiri, S., Cameron, N., Scuse, D. (1999) Static, Dynamic, and Hybrid Neural Networks in Forecasting Inflation, *Computational Economics*, Vol 14, pp. 219-235.

156. Murata, N., Yoshizawa, S., Amari, S.I. (1994) Network Information Criterion-Determining The Number Of Hidden Units For An Artificial Neural Network Model, *Ieee Transactions On Neural Networks*, Vol. 5, No. 6, pp. 865-872.
157. Musso, A., Stracca, L., van Dijk, D. (2009) Instability and Nonlinearity in the Euro-Area Phillips Curve, *International Journal of Central Banking* 5(2), pp. 181-212, June.
158. Nechio, F. (2011) Monetary Policy When One Size Does Not Fit All, *FRBSF Economic Letter*.
159. Neugebauer, F. (2011) Taylor Ruling Brazil – a System Dynamics Model for Monetary Policy Feedback, *doktorski rad*, Escola de Administração de Empresas de São Paulo.
160. Orlowski, L. (2010) Monetary policy rules for convergence to the Euro, Economic Systems, Vol. 34 (2), pp. 148-159.
161. Orphanides, A. (2003) Historical monetary policy analysis and the Taylor rule, *Finance and Economics Discussion Series*, Board of Governors of the Federal Reserve System (U.S.), No 2003-36, http://EconPapers.repec.org/RePEc:fip:fedgfe:2003-36. [14.6.2017.]
162. Ortega, L.F. (2012) A Neuro-wavelet Method for the Forecasting of Financial Time Series, *Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science 2012* Vol I, WCECS 2012, October 24-26, 2012, San Francisco, USA.
163. Palley, T. (2017) Fixing the Euro's Original Sins: The Monetary - Fiscal Architecture and Monetary Policy Conduct, in: Herr, H., Priewe, J., Watt, E. (eds) *Re-designing the Euro Area – Proposals for Economic Reform*, Brussels: Social Europe Books, forthcoming, pp. 83-103.
164. Palmer, A., Montaño, J.J., Sesé, A. (2006) Designing an artificial neural network for forecasting tourism time series, *Tourism Management* 27, pp. 781-790.
165. Patra, M.D., Ray, P. (2010) Inflation Expectations and Monetary Policy in India: An Empirical Exploration, *IMF Working Paper*, WP/10/84.
166. Patterson, D.W. (1995) *Artificial Neural Networks, Theory and Applications*, Prentice Hall
167. Petrović, I., Baotić, M., Perić, N. (2011) *Inteligentni sustavi upravljanja: Neuronske mreže i genetički algoritmi u upravljanju sustavima*, Sveučilište u Zagrebu Fakultet elektrotehnike i računarstva, pp. 1-147.
168. Pigott, C. (1993) International Interest Rate Convergence: A Survey of the Issues and Evidence, *Federal Reserve Bank of New York Quarterly Review*, Winter, pp. 24-37.
169. Pufnik, A., Kunova, D. (2006) Kratkoročno prognoziranje inflacije u Hrvatskoj korištenjem sezonskih ARIMA procesa, HNB, *Istraživanja I* – 18, Listopad.

170. Qi, M. (2001) Predicting US recession with leading indicators via neural network models, *International Journal of Forecasting*, 17, pp. 383-401.

171. Qi, M., Zhang, G.P. (2001) An investigation of model selection criteria for neural network time series forecasting, *European Journal of Operational Research*, 132, pp. 666-680.

172. Ramsey, J.B. (1969) Tests for specification errors in classical linear least-squares analysis, *Journal of the Royal Statistical Society*, Series B, 71, pp. 350-371.

173. Rech, G. (2002) Forecasting with artificial neural network models, SSE/EFI *Working Paper Series in Economics and Finance*, No. 491.

174. Reichenbachas, T. (2013) Analysis of the ECB monetary policy match for the needs of the euro area countries' needs, *Ekonomika* 92(3), pp. 41-58.

175. Roger, S. (2010) Inflation Targeting Turns 20, *Finance&Development*, March, pp. 46-49.

176. Romer, D. (2011) *Advanced Macroeconomics*, McGraw-Hill Education, 4 edition

177. Rudd, J., Whealan, K. (2005) Modeling Inflation Dynamics: A Critical Review of Recent Researches, *Journal of Money, Credit and Banking*, Supplement to Vol. 39, No. 1, February, pp. 156-170.

178. Sala-i-Martin, X.X. (1996) The Classical Approach to Convergence Analysis, *The Economic Journal*, Vol. 106, No. 437 (Jul.), pp. 1019-1036.

179. Sauer, S., Sturm, J.-E. (2007) Using Taylor Rules to Understand European Central Bank Monetary Policy, *German Economic Review*, Verein für Socialpolitik, vol. 8, pp. 375-398.

180. Scheufele, R. (2010) Empirical determinants of inflation, *Doktorska disertacija*, Freien Universität Berlin

181. Schmidt-Hebbel, K., Muñoz, F. (2012) Monetary policy decisions by the world's central banks using real-time data, *Documentos de Trabajo* 426, Instituto de Economia. Pontificia Universidad Católica de Chile.

182. Siklos, P.L., Wohar, M.E. (1997) Convergence in Interest Rates and Inflation Rates across Countries and over Time, *Review of International Economics*, Vol. 5(1), pp. 129-141.

183. Škrabić Perić, B., Sorić, P., Arnerić, J. (2013) The Fisher effect at the borders of the European Monetary Union: evidence from post-communist countries, *Post-Communist Economies*, 25 (3), pp. 309-324.

184. Söderlind, P. (2011) Inflation Risk Premia and Survey Evidence on Macroeconomic Uncertainty", *International Journal of Central Banking*, Vol. 7, No. 2, pp. 113-133.

185. Sørensen, P.B., Whitta-Jacobsen, H.J. (2010) *Introducing Advanced Macroeconomics: Growth and Business Cycles*, 2nd edition, McGraw Hill.

186. Sorić, P. (2012) Can Croatian Consumers Predict Inflation Dynamics?, *Privredna kretanja i ekonomska politika* 131, pp. 27-57.

187. Stock, J.H., Watson, M.W. (2001) Forecasting output and inflation: The role of asset prices, *NBER Working Paper* 8180, March.

188. Stoica, O., Damian, M. (2013) The Analysis of Inflation Rate Dynamics in Central and South-Eastern Europe's States in the Context of The EU Accession, *International Journal of Economics and Finance*, Vol. 5, No. 2, pp. 102-110.

189. Svensson, L.E.O. (1996) Inflation Forecast Targeting: Implementing and Monitoring Inflation Targets, *NBER Working Papers* 5797, National Bureau of Economic Research.

190. Svensson, L.E.O. (1999) Inflation targeting as a monetary policy rule, *Journal of Monetary Economics*, Elsevier, 43 (3), June, pp. 607-654.

191. Svensson, L.E.O. (2010) Inflation Targeting, *NBER Working Papers* 16654.

192. Swanson, E.T. (2008) Convergence of Long-Term Bond Yields in the Euro Area, *FRBSF Economic Letter*, No. 37

193. Sydykova, M., Stadtmann, G. (2015) Taylor rules for CEE-EU countries: How much heterogeneity?, *European University Viadrina Frankfur, Discussion Paper*, No. 377

194. Tal, B. (2003) Background Information on our Neural Network-Based System of Leading Indicators, *CBIC World Markets, Economics & Strategy*, September.

195. Tang, Z., Almeida, C. de, Fishwick, P.A. (1991) Time series forecasting using neural network vs. Box-Jenkins methodology, *Simulation*, 57, pp. 303-310.

196. Täppinen, J. (1998) Interest rate forecasting with neural networks, *Government Institute for Economic Research, Vatt-Discussion Papers*, 170.

197. Taylor, J.B. (1993) Discretion versus policy rules in practice, *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, no 39, pp. 195–214.

198. Taylor, J.B. (1999a) A historical analysis of monetary policy rules, in *Monetary Policy Rules*, Taylor, J.B. (ed.), University of Chicago Press by the National Bureau of Economic Research in NBER Book Series Studies in Business Cycles, pp. 319 – 348.

199. Taylor, J.B. (1999b) The robustness and efficiency of monetary policy rules as guidelines for interest rate setting by the European central bank, *Journal of Monetary Economics*, 43, pp. 655-679.

200. Taylor, J.B. (2000) Using Monetary Policy Rules in Emerging Market Economies, *75th Anniversary Conference, "Stabilization and Monetary Policy, The International Experience"*, November 14-15, at the Bank of Mexico.

201. Teräsvirta, T. (2008): An introduction to univariate GARCH models, In: Andersen, T.G., Davis, R.A., Kreiss, J.-P. and Mikosch, T. (eds.): *Handbook of Financial Time Series*, pp. 17–42, Springer, New York.

202. Teräsvirta, T., Lin, C.-F., Granger, C. W. J. (1993) Power of the neural network linearity test, *Journal of Time Series Analysis*, 14, pp. 209–220.

203. Teräsvirta, T., van Dijk, D., Medeiros, M.C. (2005) Linear models, smooth transition autoregressions, and neural networks for forecasting macroeconomic time series: A re-examination, *International Journal of Forecasting*, 21 (4), pp. 755-774.

204. Tkacz, G. (2001) Neural network forecasting of Canadian GDP growth, *International Journal of Forecasting*, 17, pp. 57-69.

205. Tkacz, G., Hu, S. (1999) Forecasting GDP Growth Using Artificial Neural Networks, *Bank of Canada Working Paper* 99-3.

206. Totonchi, J. (2011) Macroeconomic Theories of Inflation, *2011 International Conference on Economics and Finance Research IPEDR* vol.4, IACSIT Press, Singapore.

207. Trehan, B. (2010) Survey Measures of Expected Inflation and the Inflation Process, *Federal Reserve Bank of San Francisco, Working Paper* 2009-10.

208. Tsay, R. (1986) Nonlinearity tests for time series. *Biometrika* 73, pp. 461-466.

209. Uddin, S., Chowdhury, N.M., Hossain, M.A. (2014) Determinants of inflation in Bangladesh: An econometric investigation, *Journal of World Economic Research*, 3(6), pp. 83-94.

210. Ueda, K. (2009) Determinants of Households' Inflation Expectations, *IMES Discussion Paper Series* 2009-E-8.

211. Ullrich, K. (2003) A Comparison Between the Fed and the ECB: Taylor Rules, *ZEW Discussion Paper* No. 03-19. https://ssrn.com/abstract=428482.

212. van Poeck, A. (2010) One money and sixteen needs: Has the ECB's monetary policy become more balanced towards the needs of the member states?, *De Economist*, 158, No. 1, pp. 43-60.

213. Vávra, M. (2013) Testing for Non-linearity and Asymmetry in Time Series, *Doktorska disertacija*, Birkbeck College, Univerity of London, UK.

214. Vizek, M., Broz, T. (2007) Modelling Inflation in Croatia, *EIZ Working Paper*, EIZ-WP-0703, Zagreb, June.

215. Vujčić, B. (1999) Monetarna politika i gospodarski rast, *Privredna kretanja i ekonomska politika*, Broj 73, pp. 226-240.

216. Wang, J., Wang, J., Fang, W., Niu, H. (2016) Financial Time Series Prediction Using Elman Recurrent Random Neural Networks, *Hindawi Publishing Corporation Computational Intelligence and Neuroscience Volume* 2016, Article ID 4742515, 14 pp.

217. Warner, B., Misra, M. (1996) Understanding Neural Networks as Statistical Tool, *The American Statistician*, Vol. 50, No. 4, November.

218. Wehinger, G.D. (2000) Causes of Inflation in Europe, the United States and Japan: Some Lessons for Maintaining Price Stability in the EMU from a Structural VAR Approach, *Empirica*, vol. 27, issue 1, pp. 83-107.

219. White, H. (1989) An additional hidden unit test for neglected nonlinearity in multilayer feedforward networks. *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks* 2, pp. 451-455.

220. Williams, R., Zipser, D. (1989) A learning algorithm for continually running fully recurrent neural networks, *Neural Computation*, pp. 270-280.

221. Zapranis, A., Refenes, A.-P. (1999) Neural model identification, variable selection and model adequacy, *Journal of Forecasting*, 18, pp. 299-332.

222. Zekić-Sušac, M. (2000) Neuronske mreže u predviđanju profitabilnosti ulaganja, *doktorski rad*, Varaždin: Fakultet organizacije i informatike.

223. Zekić-Sušac, M., Kliček, B. (2002) A Nonlinear Strategy of Selecting NN Architectures for Stock Return Predictions, *Finance, Proceedings from the 50th Anniversary Financial Conference Svishtov*, Bulgaria, 11-12 April, Svishtov, Veliko Tarnovo, Bulgaria: ABAGAR, pp. 325-355.

224. Zell, A. et al. (1998) SNNS Stuttgart Neural Network Simulator User Manual, Version 4.2, IPVR, University of Stuttgart and WSI, University of Tübingen. http://www.ra.cs.uni-tuebingen.de/SNNS/ [11.07.2017]

225. Zhang, G.P. (2003) Time series forecasting using hybrid ARIMA and neural network model, *Neurocomputing* 50, pp. 159-175.

226. Zhang, G.P. (2007) Avoiding Pitfalls in Neural Network Research, *Systems, Man and Cybernetics, Part* C: *Applications and Reviews, IEEE Transactions on* (37:1), pp. 3-16.

227. Zhang, G.P., Kline, D.M. (2007) Quarterly Time-Series Forecasting With Neural Networks, *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol. 18, No. 6, pp. 1800-1814, November.

Izvori podataka

1. Harmonizirani indeks potrošačkih cijena - HICP
http://sdw.ecb.europa.eu/quickview.do?SERIES_KEY=122.ICP.M.U2.N.000000.4.ANR [13.05.2017]
2. Novčana masa M3
http://sdw.ecb.europa.eu/quickview.do?SERIES_KEY=117.BSI.M.U2.Y.V.M30.X.I.U2.2300.Z01.A [13.05.2017]
3. Troškovi rada po zaposlenom
http://sdw.ecb.europa.eu/quickview.do?SERIES_KEY=320.MNA.Q.Y.I8.W2.S1.S1._Z.ULC_PS._Z._T._Z.EUR.D.GY [13.05.2017]
4. Nominalni efektivni devizni tečaj - NEER
http://sdw.ecb.europa.eu/browseChart.do?dc=&removeItem=&ec=&rc=&node=9691301&oc=&df=true&FREQ=M&pb=&legendNor=&activeTab=&SERIES_KEY=120.EXR.M.E5.EUR.EN00.A&legendRef=reference&DATASET=0&DATASET=1&trans=N [13.05.2017]
5. Kamatna stopa refinanciranja
http://www.ecb.europa.eu/stats/policy_and_exchange_rates/key_ecb_interest_rates/html/index.en.html [23.05.2017]
6. Tromjesečni EURIBOR
https://www.bundesbank.de/Navigation/EN/Statistics/Time_series_databases/Macro_economic_time_series/its_details_value_node.html?nsc=true&https=1&https=1&https=1&https=1&tsId=BBK01.SU0316 [23.05.2017]
7. Indeks fizičkog obujma industrijske proizvodnje - IPI
http://sdw.ecb.europa.eu/quickview.do?SERIES_KEY=132.STS.M.I8.Y.PROD.NS0020.4.000 [23.05.2017]
8. Predviđanja profesionalnih prognostičara - SPF
https://www.ecb.europa.eu/stats/ecb_surveys/survey_of_professional_forecasters/html/table_hist_hicp.en.html [30.05.2017.]

POPIS KRATICA I OZNAKA

ADALINE – adaptivna mreža linearnog neurona (engl. *ADAptive LInear NEuron*)

ADF – prošireni Dicky Fullerov test jediničnog korjena(engl. *Augmented Dickey-Fuller*)

AIC - Akaikeov informacijski kriterij (engl. *Akaike Information Criterion*)

ANOVA – analiza varijance (engl. *analysis of variance*)

APGARCH – asimetričan autoregresijski model uvjetne heteroskedastičnosti(engl. *asymmetric power GARCH*)

AR – autoregresijski model (engl. *autoregressive*)

ARDL – autoregresijski model s distribuiranim pomacima (engl. *autoregressive distributed lag*)

ARIMA – integrirani autoregresijski model i model pomičnih prosjeka (engl. *AutoRegressive Integrated Moving Average*)

ARMA –autoregresijski model i model pomičnih prosjeka (engl. *AutoRegressive Moving Average*)

ART - Teorija adaptivne rezonancije (engl. *Adaptive Resonance Theory*)

AWM – model cijelog područja (engl. *area-wide model*)

BAM - bidirekcijska povezujuća memorija (engl. *Bidirectional Associative Memory*).

BDP - Bruto Domaći Proizvod

BDS - Brock, Dechert i Scheinkmanov test (engl. *Brock, Dechert and Scheinkman*)

BP – algoritam povratnog prostiranja pogreške (engl. *BackPropagation*)

BSB mreža – mreža stanja mozga u kutiji (engl. *Brain State-in-a-Box*)

BVAR – Bajesovska vektorska autoregresija (engl. *Bayesian vector autoregression*)

C - kapacitet čuvanja ili pohrane (engl. *capacity*)

CG - algoritam konjugiranih gradijenata (engl. *Conjugate Gradient*)

CR – stopa konfuzije (engl. *confusion rate*)

CS – ankete potrošača (engl. *consumer survey*)

DA - točnost smjera (engl. *Direction Accuracy*)

DM – Diebold-Marianov test (engl. *Diebold-Mariano*)

DSGE – dinamički stohastički modeli opće ravnoteže (engl. *dynamic stochastic general equilibrium*)

ECB – Europska središnja banka (engl. *European Central Bank*)

EEA - Europski gospodarski prostor (engl. *European Economic Area*)

EGARCH – eksponencijalni GARCH model (engl. *exponential GARCH*)

ENN – Elmanova neuronska mreža (engl. *Elman neural network*)

EONIA - prekonoćni prosječni indeks eura (engl. *euro overnight indeks average*)

ESSB - Europski sustav središnjih banaka (engl. *European System of Central Banks* - ESCB)

EU - Europska unija

EURIBOR – eurska međubankarska kamatna stopa (engl. *euro interbank offered rate*)

FED – Sustav federalnih rezervi (engl. *Federal Reserve System*)

FIGARCH – frakcijski integrirani GARCH model (engl. *Fractionally Integrated GARCH*)

FNN – jednosmjerna neuronska mreža (engl. *feedforward neural network*)

FPE - konačna prognostička pogreška (engl. *Final Prediction Error*)

GARCH - poopćena autoregresijska uvjetna heteroskedastičnost (engl. *Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity*)

GH – glavna hipoteza

GJR-GARCH – GARCH prema Glostenu, Jagannathanu i Runkleu (engl. *Glosten, Jagannathan and Runkle - GARCH*)

GMM - poopćena metoda momenata (engl. *Generalized Method of Moments*)

HICP - Harmonizirani indeks potrošačkih cijena (engl. *Harmonized Indices of Consumer Prices*)

HP-filtar – Hodrick-Prescotov filtar(engl. *Hodrick–Prescott filter*).

HQIC - Hannan–Quinn informacijski kriterij (engl. *Hannan–Quinn Information Criterion*)

i.i.d. – nezavisna i identično distribuirana (engl. *independent and identically distributed*)

ICM – nepotpuni model natjecanja (engl. *Incomplete Competition Model*)

IIP – Indeks industrijske proizvodnje (engl. *Industrial Production Index*)

ISE – Istanbulska burza (engl. *Istanbul Stock Exchange*)

J-B – Jarque-Berrov test normalnosti (engl. *Jarque-Berra*)

JNN – Jordanova neuronska mreža (engl. *Jordan neural network*)

KOSPI – Korejski kompozitni indeks cijena dionica (engl. *Korea Composite Stock Price Index*)

LM - Levenberg-Marquard (engl. *Levenberg–Marquardt*)

LSTAR-GARCH-NN – logistički *threshold* izglađeni autoregresijski GARCH model neuronskih mreža (engl. *logistic smooth transition autoregressive GARCH-NN*)

MA – model pomičnih prosjeka (engl. *moving average*)

MADALINE – mnogo ADALINE mreža (engl. *Many ADALINE*)

MAE/MAD - prosječna apsolutna pogreška/devijacija (engl. Mean Absolute Error/Mean Absolute Deviation)

MAPE - prosječna apsolutna postotna pogreška (engl. *Mean Absolute Percentage Error*)

MCM – model više zemalja (engl. *multy country model*)

MDL - najmanja opisana dužina (engl. *Minimum Description Lenglth*)

MLE – maksimalno vjerodostojna procjena (engl. *Maximum Likelihood Estimation*)

MLP - višeslojni perceptron (engl. *multi layer perceptron*)

MPE - prosječna postotna pogreška (engl. *Mean Percentage Error*)

MS - Markovljev model promjenjivog režima (engl. *Markov-Switching model*)

MS-AR – Markovljev autoregresijski model promjenjivog režima (engl. *Markov-Switching autoregression*)

MSE - srednja kvadratna pogreška (engl. *mean squared error*)

MS-GARCH - Markovljev GARCH model promjenjivog režima (engl. *Markov-Switching GARCH*)

NARX – nelinearni autoregresijski modela s egzogenim inputima (engl. *nonlinear autoregressive network with exogenous inputs*)

NCB - nacionalne središnje banke (engl. *national central banks*)

NEER – nominalni efektivni devizni tečaj (engl. *nominal effective exchange rate*)

NGARCH – nelinearni GARCH (engl. *nonlinear GARCH*)

NKPC - nova Keynezijanska Phillipsova krivulja (engl. *New Keynesian Phillips Curve*)

NLS – nelinearna metoda najmanjih kvadrata (engl. *nonlinear least squares*)

NM – neuronske mreže (engl. *neural networks* - NN)

NMSE - normalizirana prosječna kvadratna pogreška (engl. *Normalized Mean Squared Error*)

NN-GARCH – GARCH model neuronskih mreža (engl. *Neural Network - GARCH*)

NPGARCH – neparametarski GARCH model (engl. *nonparametric GARCH*)

OECD - Organizacija za ekonomsku suradnju i razvoj (engl. *Organisation for Economic Cooperation and Development*)

PGARCH – potencijalni GARCH model (engl. *Power GARCH*)

PH – pomoćna hipoteza

PP – Phillips-Perronov test (engl. *Phillips-Perron*).

PROMETHEE (engl. *Preference Ranking Organization Method for Enrichment Evaluation*)

PSC - prediktivna stohastička složenost (engl. *Predictive Stohastic Complexity*)

QTM - kvantitativna teorija novca (engl. *quantity theory of money*)

RBF – mreža s radijalno zasnovanom funkcijom (engl. *Radial Basis Function*)

RESET – test ispitivanja pogrešaka u specifikaciji jednadžbe regresije (engl. *Regression Equation Specification Error Test*)

RMSE - prosječna pogreška (engl. *Root Mean Squared Error*)

RNN - povratna (rekurentna) neuronska mreža (engl. *recurrent neural network*)

RPROP – elastični BP algoritam (engl. *Resilient BackPropagation algoritam*)

RS-VAR - vektorski autoregresijski model promjenjivog režima (engl. *regime switch VAR*)

S - predznak (engl. Sign)

SAD – Sjedinjene Američke Države

SAGARCH – jednostavni asimetrični GARCH model (engl. *simple asymmetric GARCH*)

SANN - sezonske neuronske mreže (engl. *Seasonal Artificial Neural Network*)

SBIC/SIC/SBC - Schwarzov informacijski kriterij (engl. *Schwarz's (Bayesian) Information Criterion*)

SETAR - (engl. *Self-Exciting Threshold Auto-Regressive*)

SOM – samo-organizirajuće mape (engl. *Self-Organizing Map*)

SPF - ankete profesionalnih prognostičara (engl. *Survey of Professional Forecasters*)

STAR – *threshold* izglađeni autoregresijski model (engl. *Smooth Transition Autoregressive model*),

TAR - *threshold* autoregresijski model (engl. *Threshold Autoregressive model*),

TDNN – neuronske mreže s vremenskom odgodom (engl. *Time Delay Neural Network*)

TGARCH - *threshold* GARCH model (engl. *threshold GARCH*)

UIP - nepokriveni paritet kamatnih stopa (engl. *Uncovered Interest Rate Parity*)

UK – Ujedinjeno Kraljevstvo

VAR - vektorska autoregresija (engl. *Vector AutoRegression*)

VECM - vektorski model korekcije pogreške (engl. *Vector error correction model*)

POPIS SLIKA

Slika 2.1. Mreža jednostavnog perceptrona 24
Slika 2.2. Linearno odvojivi skupovi u odnosu na liniju razgraničenja 26
Slika 2.3. ADALINE mreža 27
Slika 2.4. Hopfield-ova mreža 35
Slika 2.5. BSB mreža 37
Slika 2.6. Opća višeslojna jednosmjerna neuronska mreža 40
Slika 2.7. Troslojna jednosmjerna neuronska mreža s varijablama i težinama 41
Slika 2.8. Elmanova neuronska mreža 78
Slika 2.9. Jordanova neuronska mreža 79
Slika 2.10. a) (lijevo) FNN mreža s jednim skrivenim slojem predstavljajući nelinearni AR(p) model i b) (desno) JNN s jednim skrivenim slojem predstavljajući nelinearni ARMA(p,1) ... 80
Slika 2.11. Jordanova neuronska mreža bez skrivenog sloja 82
Slika 2.12. a) (lijevo) logistička i b) (desno) tangens-hiperbolna prijenosna funkcija 97
Slika 5.1. a) Izvorne vrijednosti HICP-a, b) Logaritmirane vrijednosti HICP-a, c) Godišnje stope inflacije, d) Mjesečne stope inflacije - na mjesečnoj razini zemalja euro zone od siječnja 1999. do siječnja 2017. godine 171
Slika 5.2. Stope promjene monetarnog agregata M3 (u %) na mjesečnoj razini zemalja euro zone od siječnja 1999. do siječnja 2017. godine 172
Slika 5.3. Stope promjene troškova rada po zaposlenom (u %) na mjesečnoj razini zemalja euro zone od siječnja 1999. do siječnja 2017. godine 173
Slika 5.4. Nominalni efektivni devizni tečaj (u %) na mjesečnoj razini zemalja euro zone od siječnja 1999. do siječnja 2017. godine 173
Slika 5.5. Rangiranje preostalih jednosmjernih neuronskih mreža sa 100 iteracija PROMETHEE metodom 192
Slika 5.6. Rangiranje prvih 10 preostalih jednosmjernih neuronskih mreža s 10000 iteracija PROMETHEE metodom 192
Slika 5.7. FNN(4,5,1) 192
Slika 5.8. Rangiranje preostalih Jordanovih neuronskih mreža sa 100 iteracija PROMETHEE metodom 214
Slika 5.9. Rangiranje prvih 10 preostalih Jordanovih neuronskih mreža s 10000 iteracija PROMETHEE metodom 214

Slika 5.10. Stvarne i očekivane vrijednosti inflacije za neuronske mreže dobivene na temelju 10000 iteracija 219
Slika 5.11. Stvarna inflacija i očekivana inflacija dobivena na temelju anketa profesionalnih prognostičara i Jordanove neuronske mreže 220
Slika 5.12. Kamatna stopa refinanciranja ECB-a (crvena) i tromjesečni EURIBOR (crna) na temelju mjesečnih podataka od siječnja 1999. do siječnja 2017. godine 222
Slika 5.13. Indeks industrijske proizvodnje – IIP (2010=100) od siječnja 1999. do siječnja 2017. godine na razini euro zone 223

POPIS TABLICA

Tablica 2.1. Broj parametara koji se procjenjuju u JNN mreži s obzirom na broj inputa i broj neurona u jednom skrivenom sloju 95
Tablica 5.1. Varijable, indikatori i izvor podataka 170
Tablica 5.2. Deskriptivna statistika varijabli 174
Tablica 5.3. Procjena modela linearne regresije s testiranjem pretpostavki modela 175
Tablica 5.4. Radna pravila za određivanje optimalnog broja skrivenih neurona 180
Tablica 5.5. Fiksni i varijabilni parametri jednosmjerne neuronske mreže 183
Tablica 5.6. Procijenjene jednosmjerne neuronske mreže korištenjem intervala od -1 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina 184
Tablica 5.7. Rangovi jednosmjerne neuronske mreže korištenjem intervala od -1 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina 184
Tablica 5.8. Procijenjene jednosmjerne neuronske mreže korištenjem intervala od 0 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina 185
Tablica 5.9. Rangovi jednosmjerne neuronske mreže korištenjem intervala od 0 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina 185
Tablica 5.10. Procijenjene jednosmjerne neuronske mreže korištenjem intervala od -0.5 do 0.5 za odabir početnih vrijednosti težina 186
Tablica 5.11. Rangovi jednosmjerne neuronske mreže korištenjem intervala od -0.5 do 0.5 za odabir početnih vrijednosti težina 186
Tablica 5.12. Jednosmjerne neuronske mreže nakon eliminacije s varijabilnim parametrima te MSE i AIC pokazateljima prikladnosti za 100 iteracija 190
Tablica 5.13. Jednosmjerne neuronske mreže nakon eliminacije s varijabilnim parametrima te MSE i AIC pokazateljima prikladnosti za 10000 iteracija 190

Tablica 5.14. Fiksni i varijabilni parametri Jordanove neuronske mreže 196
Tablica 5.15. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -1 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.1 197
Tablica 5.16. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -1 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.1 197
Tablica 5.17. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -1 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.1 197
Tablica 5.18. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -1 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.1 ... 197
Tablica 5.19. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -1 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.001 198
Tablica 5.20. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -1 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.001 ... 198
Tablica 5.21. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -1 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.001 198
Tablica 5.22. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -1 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.001 198
Tablica 5.23. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -1 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.0001 199
Tablica 5.24. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -1 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.0001 . 199
Tablica 5.25. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -1 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.0001 199
Tablica 5.26. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -1 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.0001 199
Tablica 5.27. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od 0 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.1 200

Tablica 5.28. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od 0 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.1 200
Tablica 5.29. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od 0 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.1 ... 200
Tablica 5.30. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od 0 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.1 ... 200
Tablica 5.31. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od 0 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.001 ... 201
Tablica 5.32. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od 0 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.001 ... 201
Tablica 5.33. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od 0 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.001 201
Tablica 5.34. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od 0 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.001 201
Tablica 5.35. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od 0 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.0001 . 202
Tablica 5.36. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od 0 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.0001 . 202
Tablica 5.37. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od 0 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.0001 202
Tablica 5.38. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od 0 do 1 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.0001 202
Tablica 5.39. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -0.5 do 0.5 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.1 203
Tablica 5.40. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -0.5 do 0.5 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.1 203
Tablica 5.41. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -0.5 do 0.5 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.1 203

Tablica 5.42. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -0.5 do 0.5 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.1 203
Tablica 5.43. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -0.5 do 0.5 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.001 204
Tablica 5.44. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -0.5 do 0.5 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.001 204
Tablica 5.45. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -0.5 do 0.5 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.001 204
Tablica 5.46. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -0.5 do 0.5 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.001 204
Tablica 5.47. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -0.5 do 0.5 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.0001 205
Tablica 5.48. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -0.5 do 0.5 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 100 te stope učenja od 0.0001 205
Tablica 5.49. Procijenjene Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -0.5 do 0.5 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.0001 205
Tablica 5.50. Rangirane Jordanove neuronske mreže korištenjem intervala od -0.5 do 0.5 za odabir početnih vrijednosti težina, maksimalnog broja iteracija od 10000 te stope učenja od 0.0001 205
Tablica 5.51. Jordanove neuronske mreže nakon eliminacije s varijabilnim parametrima te MSE i AIC pokazateljima prikladnosti za 100 iteracija 209
Tablica 5.52. Jordanove neuronske mreže nakon eliminacije s varijabilnim parametrima te MSE i AIC pokazateljima prikladnosti za 10000 iteracija i intervalom od -1 do 1 209
Tablica 5.53. Jordanove neuronske mreže nakon eliminacije s varijabilnim parametrima te MSE i AIC pokazateljima prikladnosti za 10000 iteracija i intervalom od 0 do 1 210

Tablica 5.54. Jordanove neuronske mreže nakon eliminacije s varijabilnim parametrima te MSE i AIC pokazateljima prikladnosti za 10000 iteracija i intervalom od -0.5 do 0.5 211
Tablica 5.55. Pokazatelji prikladnosti odabranih neuronskih mreža za predviđanje očekivane inflacije 216
Tablica 5.56. Diebold-Mariano test prediktivnih sposobnosti odabranih neuronskih mreža. 218
Tablica 5.57. Varijable, indikatori i izvor podataka za Taylorovo pravilo 221
Tablica 5.58. Testiranje konvergencije kamatnih stopa na razini euro zone u različitim periodima koristeći očekivanu inflaciju dobivenu Jordanovom neuronskom mrežom u preformuliranom obliku Taylorovog pravila 224
Tablica 5.59. Testiranje konvergencije kamatnih stopa na razini euro zone u različitim periodima koristeći očekivanu inflaciju dobivenu pomoću anketa profesionalnih prognostičara u preformuliranom obliku Taylorovog pravila 225

PRILOZI

Prilog 1. Postavke jednosmjerne neuronske mreže u paketu „RSNNS“

mlp (x, y, size = c(1), maxit = 10000, initFunc = "Randomize_Weights", initFuncParams = c(-1, 1), learnFunc = "Std_Backpropagation", learnFuncParams = c(0.001, 0), updateFunc = "Topological_Order", updateFuncParams = c(0), hiddenActFunc = "Act_Logistic", shufflePatterns = FALSE, linOut = TRUE, inputsTest = NULL, targetsTest = NULL, pruneFunc = NULL, pruneFuncParams = NULL, ...)

Argumenti:
x – matrica inputa za treniranje u mreži
y – vektor outputa za treniranje (ciljne vrijednosti)
size – broj neurona u skrivenom sloju
maxit – maksimalan broj iteracija za treniranje
initFunc – funkcija inicijalizacije
initFuncParams – parametri funkcije inicijalizacije
learnFunc – funkcija učenja
learnFuncParams – parametri funkcije učenja
updateFunc – funkcija ažuriranja
updateFuncParams – parametri funkcije ažuriranja

hiddenActFunc – prijenosna funkcija svih skrivenih neurona

shufflePatterns – treba li uzorak biti promiješan?

linOut – linearna prijenosna funkciju outputa

inputsTest – matrica inputa za validaciju mreže

targetsTest – vektor outputa za validaciju

pruneFunc – funkcija čišćenja

pruneFuncParams – parametri funkcije čišćenja.

Izvor: R – Stuttgart Neural Network Simulator (Bergmeir i Benítez, 2012)

Prilog 2. Postavke Jordanove neuronske mreže u paketu „RSNNS“

jordan (x, y, size = c(1), maxit = 10000, initFunc = "JE_Weights", initFuncParams = c(1, -1, 0.1, 1, 0.5), learnFunc = "JE_BP", learnFuncParams = c(0.001), updateFunc = "JE_Order", updateFuncParams = c(0), hiddenActFunc = "Act_Logistic", shufflePatterns = FALSE, linOut = TRUE, inputsTest = NULL, targetsTest = NULL, ...)

Argumenti:

x – matrica inputa za treniranje u mreži

y – pripadajuće ciljne vrijednosti za treniranje

size – broj neurona u skrivenom sloju

maxit – maksimalan broj iteracija za učenje u mreži

initFunc – funkcija inicijalizacije

initFuncParams – parametri za funkciju inicijalizacije

learnFunc – funkcija učenja

learnFuncParams – parametri za funkciju učenja

updateFunc – funkcija ažuriranja

updateFuncParams – parametri za funkciju ažuriranja

shufflePatterns – treba li uzorak biti promiješan?

linOut – postavlja aktivacijsku funkciju outputa na linearnu ili logističku

inputsTest – matrica inputa za validaciju mreže

targetsTest – pripadajuće ciljne vrijednosti za validaciju

Izvor: R – Stuttgart Neural Network Simulator (Bergmeir i Benítez, 2012)

ŽIVOTOPIS

Tea Poklepović je rođena 1987. godine u Splitu. Na Ekonomskom fakultetu Sveučilišta u Splitu završila je 2010. diplomski sveučilišni studij Poslovna ekonomija, smjer Financijski management. U veljači 2012. godine upisuje poslijediplomski studij Ekonomije i poslovne ekonomije na Ekonomskom fakultetu u Splitu. Primarno područje znanstveno-istraživačkog interesa Tee Poklepović je ekonometrija s posebnim naglaskom na neuronske mreže i analizu vremenskih nizova. Aktivno se služi engleskim jezikom, a pasivno njemačkim, francuskim, talijanskim i španjolskim jezikom. Služi se Microsoft Office alatima, statističkim paketima STATA, R, SAS, STATISTICA, SPSS, paketima za poslovno odlučivanje Expert Choice, WINQSB, Decision Lab, MATLAB, te poznaje LaTeX editor i računovodstveni paket SYNESIS. Tijekom studija bila je angažirana kao demonstrator pri Katedri za kvantitativne metode na predmetima Financijsko modeliranje i Poslovna statistika. Od ak. god. 2010./2011. pristupnica je kontinuirano angažirana kao vanjski suradnik - asistent na Katedri za kvantitativne metode na Ekonomskom fakultetu u Splitu, na kolegijima Statistika, Statistička analiza i Poslovna statistika. Od veljače 2012. godine radi kao asistent - znanstveni novak pri Katedri za kvantitativne metode, a od veljače 2016. kao asistent. Sudjeluje u izvođenju nastave na kolegijima Statistika i Statistička analiza (preddiplomski studij), Statističke metode (diplomski studij), te na kolegijima na engleskom jeziku za Erasmus studente koji uključuju Statistical analysis (preddiplomski studij) i Business decision making (diplomski studij).

U toku studiranja bila je stipendistica Ministarstva znanosti, obrazovanja i športa (MZOŠ) te je 2009. godine dobila stipendiju za usavršavanje francuskog jezika u suradnji MZOŠ-a i Veleposlanstva Republike Francuske u RH. U sklopu ERASMUS+ programa boravila je u Ljubljani, Slovenija u toku zimskog semestra 2016./2017. godine u svrhu pisanja doktorskog rada. Osim toga usavršavala se u zemlji i inozemstvu pohađanjem različitih seminara:

1. 2017 - seminar „*Neural Network in R*“ od strane NobleProg konzultanta Christophera Hallswortha, održanog u Zagrebu.
2. 2014 - predavanje koje je održao prof. dr. sc. Andrew Harvey na temu „*Dynamic Models for Volatility and Heavy Tails*“, održano u Londonu, UK.
3. 2014 – seminar „*Razvoj i usavršavanje pedagoških kompetencija sveučilišnih nastavnika*“
4. 2014 - e-tečaj „*Informacijska sigurnost na radnom mjestu*“

5. 2010 – seminar „*Student Business Academy*“ na Ekonomskom fakultetu u Splitu u suradnji s Wofford College (USA)
6. 2009 - seminar „*Kako trgovati vrijednosnicama: Kako iskoristiti krizu kao vjetar u leđa?*“ na Ekonomskom fakultetu u Splitu

Sudjelovala je u organizaciji 14. međunarodne konferencije International Conference on Operational Research (KOI), u organizaciji Hrvatskog društva za operacijska istraživanja (HDOI) održane Trogiru 26.-28. rujna 2012. godine, te je aktivan član HDOI-a. Aktivno je sudjelovala na 13 znanstvenih konferencija u zemlji i inozemstvu:

1. 2017 - *12th International Conference Challenges of Europe Innovative Responses for Resilient Growth and Competitiveness* - Bol, Hrvatska
2. 2017 - *6th International Conference on Global Research Issues in Social Sciences Management and Applied Business* - Cape Town, Republika Južna Afrika
3. 2016 - *2nd International Conference on Business Management and Economics - Colombo*, Šri Lanka
4. 2015 - *13th International Symposium on Operational Research* - Bled, Slovenija
5. 2015 - *11th International Conference Challenges of Europe Growth competitiveness and inequality* - Hvar, Hrvatska
6. 2015 - *17th International Conference on Mathematical Computational and Statistical Sciences and Engineering* - Lisabon, Portugal
7. 2014 - *16th International Conference on Business Finance Economics and Management* - Madrid, Španjolska
8. 2014 - *15th International Conference on Operational Research* - Osijek, Hrvatska
9. 2013 - *12th International Symposium on Operational Research* – Dolenjske Toplice, Slovenija
10. 2013 - *6th International Conference on Information Technology* – Amman, Jordan
11. 2012 - *14th International Conference on Operational Research* – Trogir, Hrvatska
12. 2012 - *25th European Conference on Operational Research* – Vilnius, Litva
13. 2010 - *13th International Conference on Operational Research* – Split, Hrvatska

Kao znanstveni novak je zaposlena u svojstvu suradnika na znanstvenom projektu „Matematički modeli u analizi razvoja hrvatskog financijskog tržišta“ (šifra projekta: 055-0000000-1435) pod voditeljstvom i mentorstvom prof. dr. sc. Zdravke Aljinović. Od 2014. godine radi kao suradnik na uspostavnom projektu Hrvatske zaklade za znanost pod nazivom

„Mjerenje, modeliranje i prognoziranje volatilnosti (5199)“ pod voditeljstvom izv. prof. dr. sc. Josipa Arnerića. U sklopu projekata, a i van njih, objavila je 18 radova koji obuhvaćaju stručne i znanstvene radove u časopisima ili zbornicima konferencija, kao i sažetak te poglavlje u knjizi:

1. Arnerić, J., Poklepović, T. (2016) **Nonlinear Extension of Asymmetric GARCH Model within Neural Network Framework**, The Sixth International Conference on Computer Science, Engineering and Information Technology, Computer Science & Information Technology, Zizka, J., Nagamalai, D. (ur.), Chennai, India: AIRCC Publishing Corporation, 101-111.
2. Poklepović, T., Aljinović, Z., Rozga, A. (2016) **Moments Extraction from Implied Probability Distribution: Nonstructural Approach**, Proceedings of the 2nd International Conference on Business Management and Economics, Global Academic Research Institute Publication Department (ur.), Colombo, 1-23.
3. Arnerić, J., Poklepović, T., Aljinović, Z. (2015) **Extraction of Market Expectations from Risk-Neutral Density**, Zbornik radova Ekonomskog fakulteta u Rijeci: časopis za ekonomsku teoriju i praksu, 33(2), 235-256.
4. Arnerić, J., Lolić, I., Poklepović, T. (2015) **Algorithms for Maximum Likelihood Estimation of GARCH Models**, Proceedings of the 13th International Symposium on Operational Research, SOR 2015, Bled, Slovenia, September 23-25, 2015, Zadnik Stirn, L.; Žerovnik, J.; Kljajić Borštar, M.; Drobne, S. (ur.). Ljubljana: Slovenian Society Informatika - Section for Operational Research, 273-278.
5. Poklepović, T., Aljinović, Z., Matković, M. (2015) **Efficient Frontier - Comparing Different Volatility Estimators**, International Journal of Mathematical, Computational, Natural and Physical Engineering, 9(4), 148-155.
6. Vidović, J., Poklepović, T., Aljinović, Z. (2014) **How to Measure Illiquidity on European Emerging Stock Markets?**, Business Systems Research, 5(3), 67-81.
7. Poklepović, T., Babić, Z. (2014) **Stock selection using a hybrid MCDM approach**, Croatian Operational Research Review, 5(2), 273-290.
8. Arnerić, J., Poklepović, T., Aljinović, Z. (2014) **GARCH based artificial neural networks in forecasting conditional variance of stock returns**, Croatian Operational Research Review, 5(2), 329-343.
9. Jurun, E., Piplica, D., Poklepović, T. (2014) **Inflation and Unemployment Rates as Indicators of the Transition European Union Countries Monetary Policy Orientation**, International Journal of Social, Human Science and Engineering, 8(3), 88-94.

10. Poklepović, T., Aljinović, Z., Marasović, B. (2014) **The Ability of Forecasting the Term Structure of Interest Rates Based On Nelson-Siegel and Svensson Model**, World Academy of Science, Engineering and Technology, International Science Index 87, International Journal of Social, Human Science and Engineering, 8(3), 81-87.
11. Poklepović, T., Peko, B., Smajo, J. (2013) **Comparison of Altman Z Score and BEX Index as Predictors of Stock Price Movements on the Sample of Companies from Croatia**, The 10th International Conference on Challenges of Europe: The Quest for new Competitiveness, Faculty of Economics Split, 317-328.
12. Vidović, J., Poklepović, T., Aljinović, Z. (2013) **On Illiquidity Measures on European Emerging Stock Markets**, Proceedings of the 12th International Symposium on Operational Research, 1, 311-316.
13. Aljinović, Z., Poklepović, T. (2013) **Neural networks and vector autoregressive model in forecasting yield curve**, The 6th International Conference on Information Technology (ICIT), Al-Zaytoonah University of Jordan, Amman, 1, 1-8.
14. Aljinović, Z., Poklepović, T., Katalinić, K. (2012) **Procjena krivulje prinosa Nelson-Siegelovim modelom – studij slučaja na hrvatskom financijskom tržištu**, Matematički modeli u analizi razvoja hrvatskog financijskog tržišta, Ekonomski fakultet u Splitu, 27-60.
15. Aljinović, Z., Poklepović, T., Katalinić, K. (2012) **Best Fit Model for Yield Curve Estimation**, Croatian Operational Research Review (CRORR), **3**, 28-40.
16. Poklepović, T., Marasović, B., Aljinović, Z. (2012) **Portfolio selection model based on technical, fundamental and market value analysis**, 25th European Conference on Operational Research EURO XXV - Book of Abstracts, The Association of the European Operational Research Societies (ur.) - Vilnius, 202-202.
17. Marasović, B., Poklepović, T., Aljinović, Z. (2011) **Markowitz' Model with Fundamental and Technical Analysis – Complementary Methods or Not**, Croatian Operational Research Review (CRORR), **2**, 122-132.
18. Aljinović, Z., Poklepović, T., Šego, B. (2009) **Trgovanje opcijama na svjetskim burzama**, Računovodstvo i financije, LV, 10, 106-116.