Analiza zidane građevine kombiniranom metodom konačnih i diskretnih elemenata - FDEM

Šodan, Matej

Master's thesis / Diplomski rad

2021

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:
University of Split, Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy / Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:123:610025

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-09-12**

Repository / Repozitorij:

FCEAG Repository - Repository of the Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy, University of Split

SVEUČILIŠTE U SPLITU

FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE

DIPLOMSKI RAD

Matej Šodan

Split, 2021.

SVEUČILIŠTE U SPLITU
FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE

Matej Šodan

Analiza zidane građevine kombiniranom metodom konačnih i diskretnih elemenata - FDEM

Diplomski rad

Split, 2021.

Analiza zidane građevine kombiniranom metodom konačnih i diskretnih elemenata - FDEM

Sažetak:

Cilj ovog diplomskog rada je razvijanje što točnijeg numeričkog modela predmetne zidane građevine u svrhu analize i procjene istog na odabrana ekvivalentna potresna opterećenja. Predmetna građevina je zidani (puna opeka povezana vapnenim mortom) zvonik crkve Sv. Franje, teže oštećen u zagrebačkom potresu iz 2020. godine. Analize izrađenih modela provedenih u računalnom programu Y se temelje na kombiniranoj metodi konačnih i diskretnih elemenata. Kao rezultat ovog rada je dobivena vrijednost granične nosivost zidanog objekta s detaljnim prikazom njegovog sloma.

Ključne riječi:

Numerički model, zidana građevina, kombinirana metoda konačnih – diskretnih elemenata, granična nosivost, slom konstrukcije.

Analysis of masonry structure by combined finite and discrete element method - FDEM

Abstract:

The goal of this diploma thesis is to develop the most accurate numerical model of the subject masonry structure for the purpose of earthquake analysis and evaluation for selected equivalent seismic loads. The subjected building is an masonry (full brick bound with lime mortar) bell tower of the church of St. Francis, severely damaged in the Zagreb earthquake in 2020. The analyzes of the developed models carried out in the computer program Y are based on the combined finite - discrete elements method. As a result of this work, the value of the ultimate load - bearing capacity of a masonry building with a detailed view of its failure was obtained.

Keywords:

Numerical model, masonry building, combined finite and discrete element method, load bearing capacity, structure failure.

SVEUČILIŠTE U SPLITU
FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE

STUDIJ: **DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ GRAĐEVINARSTVA**

KANDIDAT: Matej Šodan

MATIČNI BROJ (JMBAG): 0083218567804

KATEDRA: **Katedra za teoriju konstrukcija**

PREDMET: ZIDANE KONSTRUKCIJE

ZADATAK ZA DIPLOMSKI RAD

Tema: Analiza zidane građevine kombiniranom metodom konačnih i diskretnih elemenata - FDEM

Opis zadatka: Na temelju zadanih podataka o geometriji, rubnim uvjetima, svojstvima gradiva i djelovanjima potrebno je izraditi odgovarajući numerički model zvonika Crkve sv. Franje na Kaptolu u Zagrebu. Primijeniti metodu kombiniranih konačnih – diskretnih elemenata u analizi ponašanja konstrukcije zvonika pri potresu, odnosno zadanom akcelerogramu. Provesti parametarsku analizu granične nosivosti za različite parametre mehaničkih svojstava gradiva.

U Splitu, ožujak 2021

Mentor Diplomskog rada:
Prof. dr. sc. Boris Trogrlić

BORIS TROGRLIĆ Digitally signed by BORIS TROGRLIĆ
Date: 2021.06.14 20:31:59 +02'00'

Komentor Diplomskog rada:
Doc. dr. sc. Hrvoje Smoljanović

Predsjednik Povjerenstva
za završne i diplomske ispite:
Doc. dr. sc. Ivo Andrić

SADRŽAJ

1. UVOD 1
2. CRKVA SV. FRANJE 2
2.1 Povijest crkve Sv. Franje 2
2.2 Opis zvonika crkve Sv. Franje 4
2.3 Opis šteta na zvonika crkve Sv. Franje 6
3. OPĆENITO O ZIDANIM KONSTRUKCIJAMA 8
3.1 Povijest zidanih konstrukcija 8
3.1. Svojstva zidanih konstrukcija 10
3.2 Masonry Quality Index (MQI) 12
3.3 Iskustveno odabrani mehanički parametri 19
4. METODE PRORAČUNA 20
4.1 Metoda konačnih elemenata 20
4.2 Metoda diskretnih elemenata 23
4.3 Kombinirana metoda konačnih – diskretnih elemenata 26
4.3.1. Diskretizacija 26
4.3.2. Detekcija i interakcija 28
4.3.3. Deformabilnost konačnih elemenata 31
4.3.4. Prijelaz iz kontinuuma u diskontinuum 32
4.3.4. Vremenska integracija 36
5. PRORAČUNSKI MODEL ZVONIKA CRKVE SV. FRANJE 39
6. PRORAČUN MODELA ZVONIKA CRKVE SV. FRANJE FEM/DEM METODOM 42
6.1 Analize modela zvonika crkve Sv. Franje 42
6.1.1. MQI model 44
6.1.2. Model 1 46
6.1.3. Model 2 48
6.1.4. Model 3 50
6.1.4. Odabir najrelevantnijeg modela 52
6.2 Utvrđivanje granične otpornosti zvonika 54
6. ZAKLJUČAK 57
7. LITERATURA 58

1. UVOD

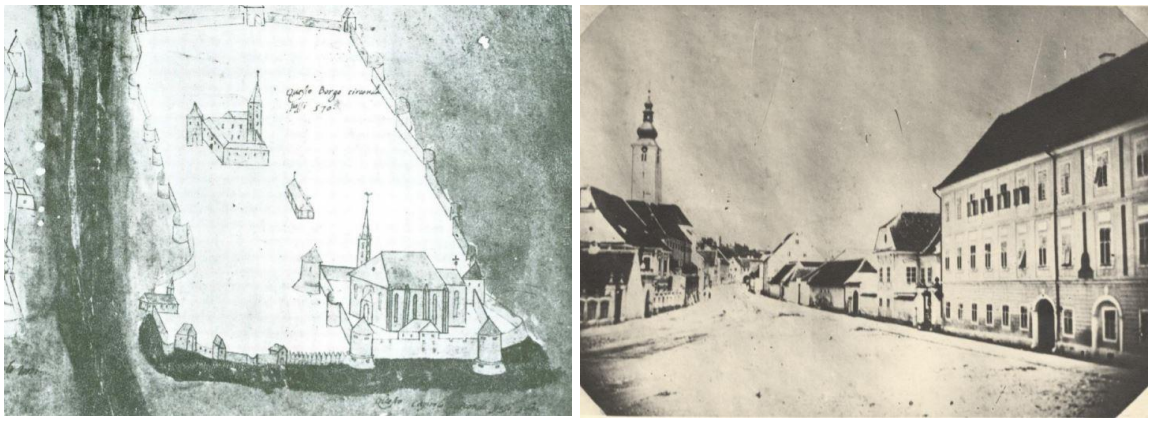
U rano jutro, 22. ožujka 2020. godine u 5.24 h, Zagreb je pogodio snažan potres magnitude 5.5 stupnjeva po Rihteru s epicentrom 7 km sjevernije od samog grada. Kao rezultat seizmičkog djelovanja oštećeno je 21 197 stambenih, kulturnih i monumentalnih građevina od kojih oko 1 900 više nije nastanjivo. Nastala šteta u gradu i široj okolici se procjenjuje na 6 milijardi dolara od čega glavnina nastale štete se odnosi na uži centar Zagreba. Najveća oštećenja su nastupila na zidanim, nearmiranim objektima građenim u periodu Austro-Ugarske monarhije koje prednjače u samom centru grada. Obzirom da se prije 1945. godine u Hrvatskoj građevine nisu projektirale na seizmička djelovanja te uzimajući u obzir njihovu starost i možebitnu degradaciju materijala, takve građevine predstavljaju veliku potencijalnu opasnost za svako buduće potresno djelovanje [1]. Jedna od takvih starijih, nearmiranih zidanih građevina je i zvonik crkve Sv. Franje koji je doživio teška oštećenja u spomenutom potresu. Cilj ovog diplomskog rada je izrada numeričkog modela korištenjem kombinirane metode konačnih i diskretnih elemenata te provedba brojnih analiza u svrhu dobivanja najtočnijeg modela navedene građevine. Izradom reprezentativnog modela je omogućena provedba simulacija objekta na buduća potresna opterećenja, utvrđivanje granične nosivosti i predviđanje potencijalnih šteta kako bi se u budućnosti smanjili rizici za ljudski život i imovinu. Zbog nepoznavanja materijalnih vrijednosti ugrađenih materijala, starosti i mogućoj degradaciji, korišten je pristup makromodeliranja. Analiza modela zvonika se temelji na prethodno spomenutoj kombiniranoj metodi konačnih i diskretnih elemenata koja objedinjuje metodu konačnih elemenata i diskretnih elemenata u jedno. Navedena metoda omogućava praćenje nastanka pukotina, pucanja i razdvajanja elemenata te mogućnost ostvarivanja velikih pomaka i rotacija, te na takav način daje detaljni uvid u nastale štete modela građevine. Izrađena su 4 modela čija su materijalna svojstva dobivena vizualnom metodom i iskustvenim odabirom. Kao rezultati analiza na odabrana potresna djelovanja, dobiveni su rezultati horizontalnih pomaka vrha zvonika i slika stanja oštećenja te naknadno i podaci o krajnjoj nosivosti izabranog relevantnog numeričkog modela.

2. CRKVA SV. FRANJE

U ovom poglavlju je prikazana povijest crkve Sv. Franje s opisom obnova te geometrijski i konstruktivni podatci trenutačnog stanja zvonika s prikazom nastalih oštećenja.

2.1 Povijest crkve Sv. Franje

Prema dostupnim podatcima iz literature [2], crkva Sv. Franje je građena u razdoblju od 1255. do 1264. godine te predstavlja jednu od najranijih srednjoeuropskih dvoranskih crkava s dugim korskim svetištem. Sama građevina, uz zagrebačku katedralu, predstavlja najbitniju i najimpozantniju crkvenu građevinu u tom razdoblju s obzirom na samu lokaciju i veličinu. Crkva je kroz svoju dugu povijest eksploatacije proživjela mnogobrojne nesreće i razaranja te je tako već 1435. godine samostan, crkvu te radionice unutar kompleksa zahvatio požar u kojem su znatno oštećeni. Crkva je obnavljana sve do sredine 15. stoljeća u starom stilu na što ukazuju određeni oblici gotike iz 13. stoljeća koji su vidljivi i danas. Premda nema dostupnih podataka o vremenu izgradnje zvonika, smatra se da je upravo izgrađen za vrijeme navedene obnove. Daljnja oštećenja samog kompleksa crkve i samostana nastaju u sukobu pristaša Ferdinanda Habsburškog i Ivana Zapoljskog iza kojih zbog nedostatka u financijskim sredstvima dugo ne dolazi do obnove. Premda nije obnovljen, prema dostupnim franjevačkim izvorima, kompleks nikad nije napušten te je održavan u donekle funkcionalnom stanju. U 16. stoljeću dolazi do ponovne obnove samostana i crkve, ali i novog požara uslijed kojeg se crkva ponovno obnovlja, u ranobaroknom stilu, a samostan temeljito renovira uz izgradnju dodatnog istočnog krila. Zbog relativno brze obnove samog samostana, smatra se da samostan nije do temelja srušen nego su samo uklanjani teško oštećeni dijelovi uz nadogradnju i pregrađivanje na postojeće stanje. Temeljita obnova je rezultirala u znatno izmijenjenom izgledu samog kompleksa uz iznimku samog zvonika koji je zadržao svoj izvorni izgled. Ipak sami zvonik doživljava oštećenja u požaru koji je zahvatio njegov krov 1731. godine što rezultira njegovom obnovom u ranobaroknom stilu s izmijenjenim krovom u obliku barokne lukovice. Na slici 2.1. je prikazana grafika starog Zagreba s vidljivom zagrebačkom katedralom i kompleksom crkve Sv. Franje te slika obnove zvonika nakon požara s vidljivim krovom u baroknom stilu.



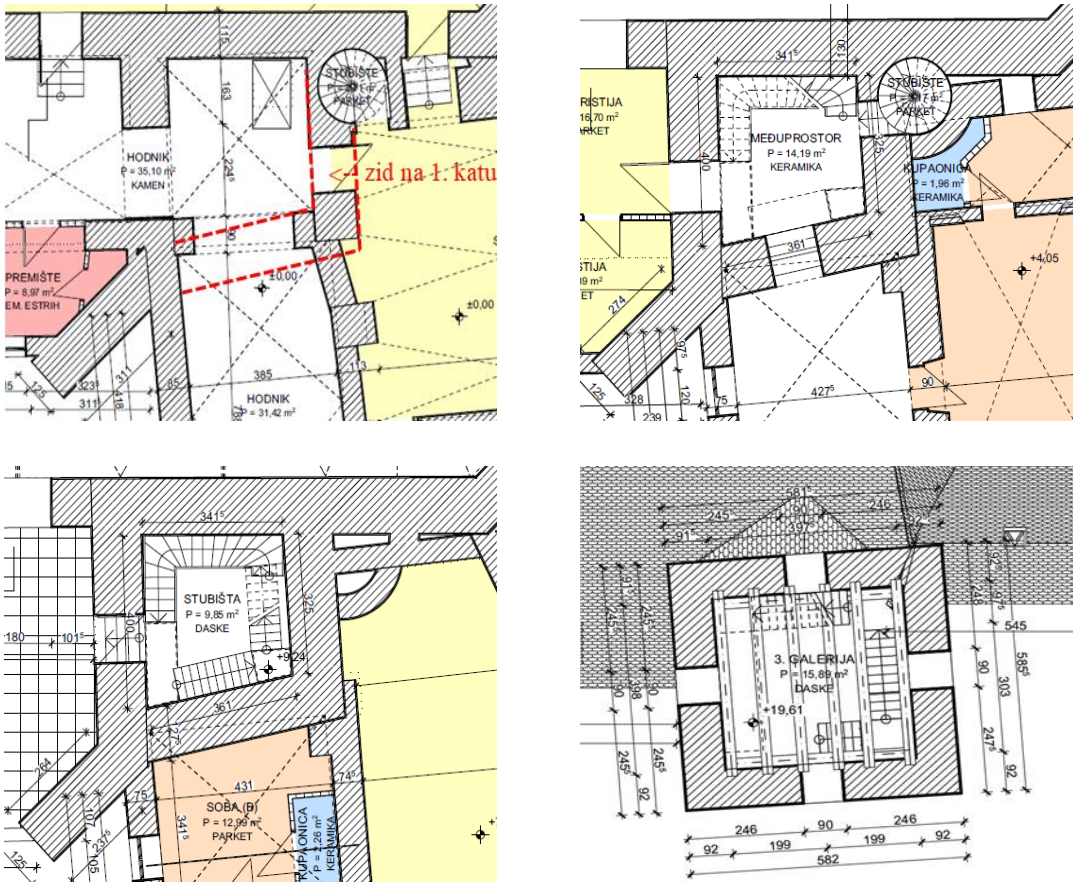
Slika 2.1. *Kompleks crkve Sv. Franje: a) Grafika starog Zagreba; b) Prikaz obnovljenog zvonika u baroknom stilu [2].*

Katastrofalni potres koji je pogodio Zagreb 9. studenog 1880. godine izazvao je veliku štetu na samoj crkvi i zvoniku. Iako je potres razorio mnoštvo građevina u samom gradu, kompleks crkve sv. Franje nije doživio razinu oštećenja zbog koje bi bio trajno neupotrebljiv. Naime, zgrada samostana nije doživila značajna oštećenja dok je kod crkve došlo do urušavanjem zabata, ali ne i do narušavanja same statike građevine. Jedina značajna oštećenja na kompleksu su bila na samom zvoniku koji je uklonjen do visine crkvenog vijenca kako ne bi predstavljao opasnost za ostale dijelove građevine te je obnovljen po nacrtima graditelja Hermana Bollea u obliku u kojem je i danas [2,4]. Na slici 2.2 je prikazan zvonik prije potresa iz ožujka 2020.

Slika 2.2 *Zvonik crkve Sv. Franje prije potresa iz ožujka 2020. godine [2].*

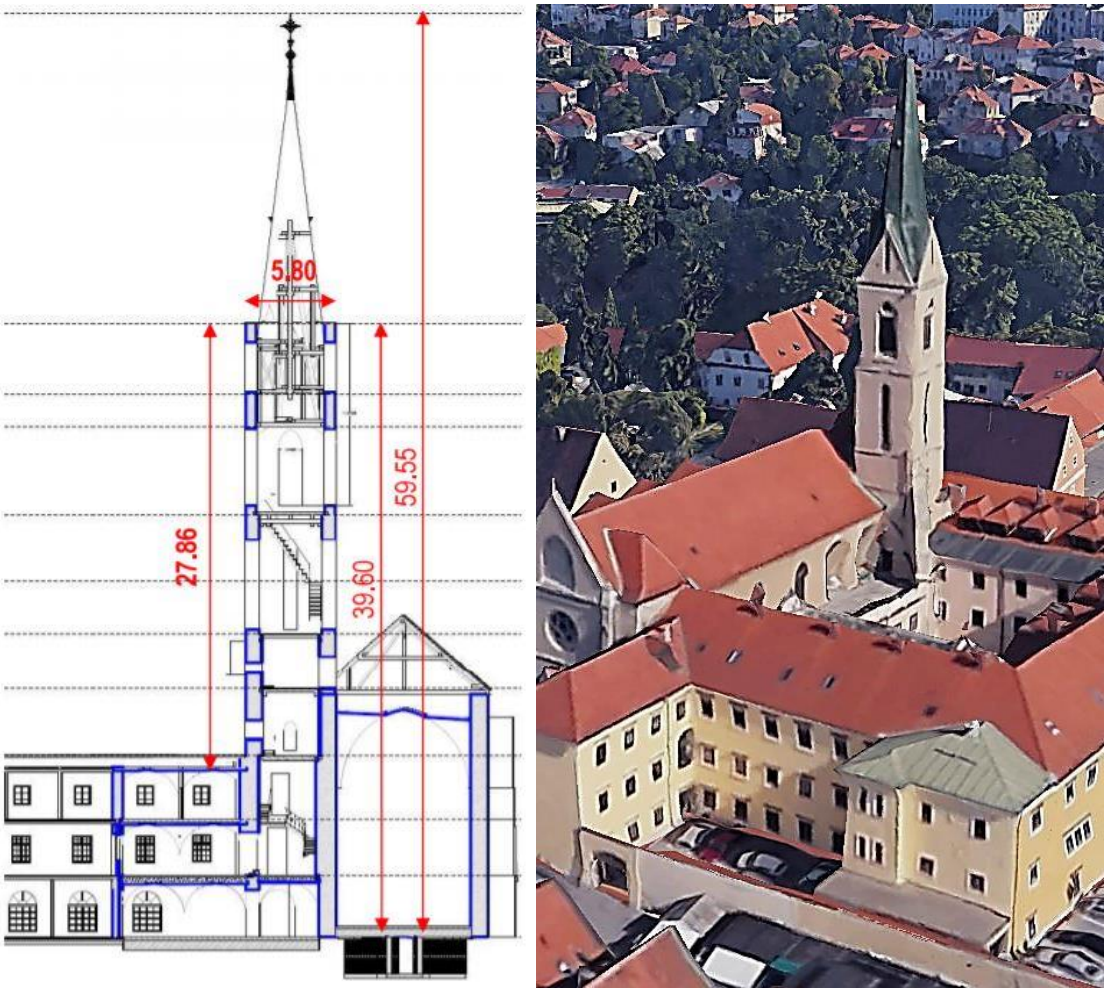
2.2 Opis zvonika crkve Sv. Franje

Navedeni zvonik je u trenutačnom stanju izveden 1885. godine, 5 godina nakon razornog potresa koji je ga je teško oštetio. U toj obnovi, zvonik je bio uklonjen do visine vijenca crkve te ponovno izgrađen. Sama građevina je izvedena punom opekom i vapnenim mortom uz prisutnost drvenih galerija, stepenica i drvenog krova s biber cijepovima. Tlocrt zvonika je nepravilan, to jest nesimetričan, uslijed mnogih obnova i nadogradnji tijekom svoje duge povijesti, ali i pridržanja u vidu zidova samostana i kontrafora koji se pruža u pravcu jugo-istok. U prizemlju, geometrija zvonika je značajno izmijenjena brojnim otvorima (hodnik, vrata, kružno stubište), dok je u horizontalnom smjeru pridržan zidovima samostana i crkve te kosim kontraforom. Tlocrt prvog i drugog kata zvonika je u obliku trapeza s tim da je sjeverni zid zvonika između ostalog i južni zid crkve. Iznad druge etaže zvonika geometrija je pravilnog tlocrta. Na slici 2.3. su prikazani tlocrti prizemlja, prvog i drugog kata te tlocrt etaža iznad drugog kata.



Slika 2.3. *Tlocrti etaža zvonika na: a) Prizemlju samostana; b) 1. Katu samostana; c) 2. Katu samostana; d) Višim etažama [3]*

Ukupna visina zvonika iznosi 59.55 metara mjereno od poda prizemlja crkve do najviše kote zvonika, dok je ukupna visina do krovnog vijenca zvonika 39.60 metara. Analiza zvonika je provedena za dio iznad druge etaže zbog samog načina pridržanja na etažama ispod i činjenice što je najveća šteta u potresu iz 1880. godine nastala upravo na tom djelu konstrukcije što je rezultiralo njegovim kompletnim uklanjanjem. Na slici 2.4. su prikazani presjek zvonika s djelom crkve i samostana u punoj visini s prikazanim dimenzijama i satelitski snimak na kompleks s naglaskom na zvonik s vidljivim kontraforom u smjeru sjevero-istok.



Slika 2.4. *Prikaz zvonika: a) Presjek zvonika s prikazom dimenzija; b) Satelitska snimka zvonika sa "Google Earth" [3].*

Kao što je prethodno navedeno, zvonik i crkva su građeni punom opekom i vapnenim mortom što je tipično za gradnju iz toga doba na području grada Zagreba. Vizualnim pregledom vidljivo je da su horizontalne i vertikalne sljubnice ziđa ispunjene mortom. Svi nosivi konstruktivni dijelovi su izvedeni u potpunosti od nearmiranog ziđa [2,4]. Na slici 2.5. su prikazani slika karakterističnog ziđa samostana na kojoj je vidljiv način gradnje opekom i ispuna horizontalnih i vertikalnih sljubnica te prikaz unutarnje obrade zidova zvonika s vidljivim oštećenjima nastalim za vrijeme potresa iz ožujka 2020.godine.

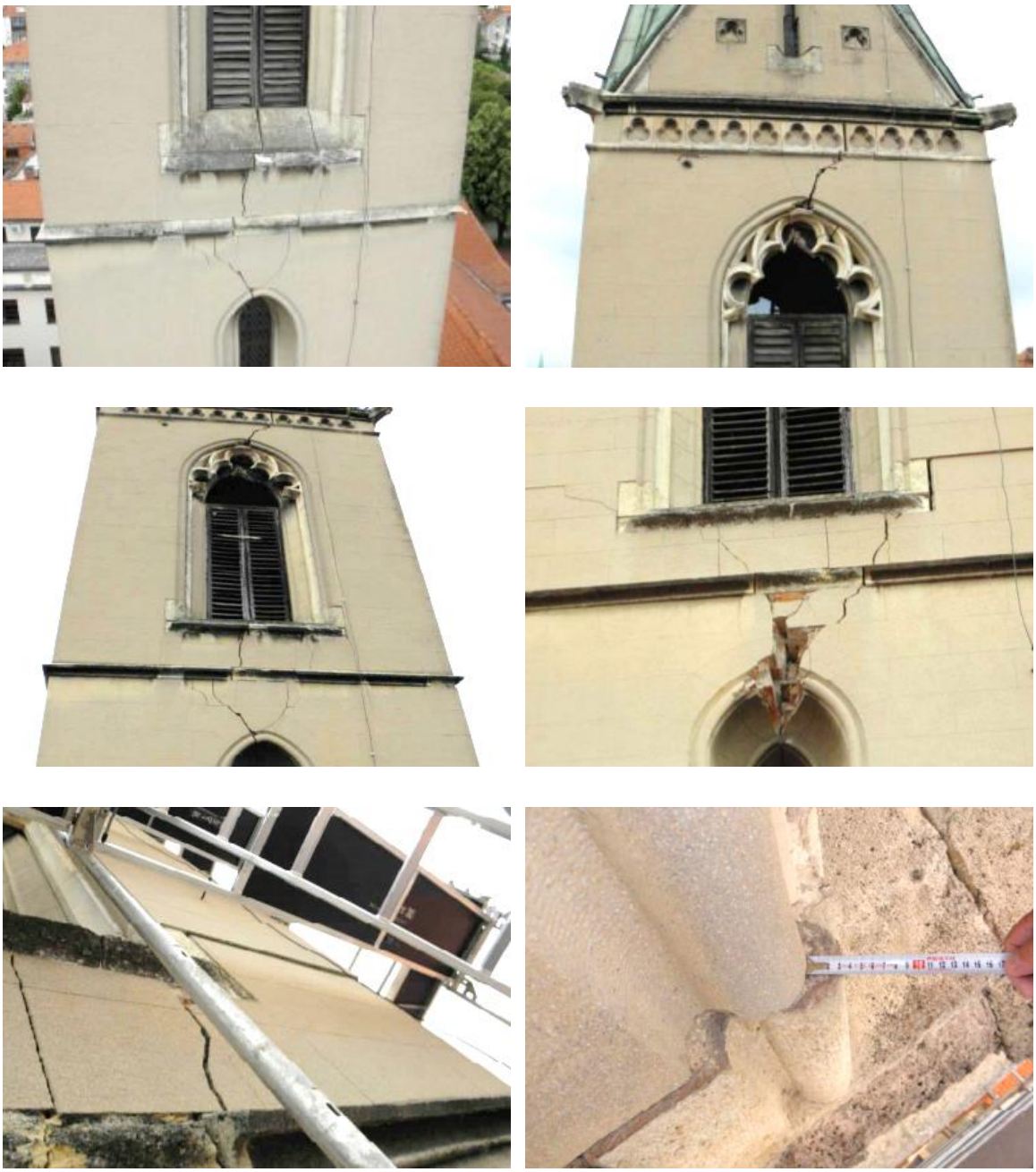
Slika 2.5. *Prikaz zidova zvonika: a) Karakteristično ziđe s vidljivim načinom gradnje; b) Unutarnja obrada ziđa s prisutnim oštećenjem [2].*

2.3 Opis šteta na zvonika crkve Sv. Franje

Uslijed djelovanja potresa zvonik je pretrpio konstruktivna oštećenja u vidu pukotina u nadvojima i zidovima građevine. Nastala oštećenja su prvenstveno nastupila zbog:

- Slabih mehaničkih svojstava nearmiranog ziđa zvonika,
- Relativno velike vitkosti,
- Visokih otvora zbog kojih se konstrukcija ponaša slično okviru s krutim prečkama.

Na prve tri etaže zvonika nisu primjećena značajnija oštećenja što se podudara i sa izvješćem iz potresa 1880. godine kada je obnavljan samo dio zvonika iznad druge etaže. Razlog otpornosti tog dijela zvonika leži u velikoj krutosti proizašloj od raznih pridržanja zidova crkve i kontrafora. U nastavku na slici 2.6. su prikazana oštećenja nadvoja i zidova zvonika crkve Sv. Franje.



Slika 2.6. *Prikaz šteta na zvoniku: a) Prikaz pukotina nadvoja na koti +27.26; b) Prikaz pukotina nadvoja na vrhu zvonika; c) Prikaz pukotina nadvoja na koti +27.26 i na vrhu zvonika; d) Detaljniji prikaz pukotina nadvoja na koti +27.26; e) Prikaz pukotina zida zvonika; f) Šteta nastale uvrtanjem konstrukcije [3].*

3. OPĆENITO O ZIDANIM KONSTRUKCIJAMA

Sadržaj trećeg poglavlja se odnosi na povijest i razvitak zidanih konstrukcija, svojstva i karakteristike ziđa kao građevinskog materijala te evaluaciju mehaničkih parametara same konstrukcije.

3.1 Povijest zidanih konstrukcija

Zidanje je jedna od najstarijih tehnika građenja koja se uz znatan napredak kroz povijest održala sve do današnjih vremena. Najstariji ostaci zidanih građevina su zidane kamene kolibe koje datiraju iz razdoblja između 9000 i 8000 godina prije Krista [5]. Prvotne građevine su nastale jednostavnim slaganjem kamena na kamen bez upotrebe veziva ili korištenjem veziva od blata ili gline. To su najčešće bili jednostavni stambeni prostori ili obrambeni objekti poput zidina. Razvojem civilizacije dolazi do potrebe za većim opsegom gradnje stambenih, obrambenih i religioznih objekata te uslijed nedostatka kamena kao osnovnog materijala, ali i same težine istog koja stvara poteškoće u transportu, dolazi do nastajanja opeke. Prve opeke su pravljene od blata ili gline te zatim oblikovane i sušene na suncu. Napredak u proizvodnji je postignut od strane Rimljana koji razvijaju metodu pečenja opeke i vodootporni mort što je rezultiralo nastankom mnogih impresivnih građevina od kojih velik broj i dan danas stoji. Na slici 3.1. su prikazani primjeri zidanih građevina iz Rimskog doba.

Slika 3.1. *Rimske zidane građevine: a) Koloseum u Rimu; b) Pantheon u Rimu [28,29]*

Izdržljivost Antičkih i Rimskih građevina proizlazi iz činjenice da su takvi objekti sa današnjeg stajališta predimenzionirani. Naime, gradnja u tadašnje doba je počivala na

principu pogreške – ponovnog pokušaja. Kada bi određeni tip građevine s odabranim dimenzijama doživio neuspjeh, došlo bi do promjena dimenzija konstrukcije sve dok građevina ne bi postigla dostatnu stabilnost i nosivost [8].

Do promjene u načinu razmišljanja i građenja dolazi za vrijeme Gotike u kojoj dolazi do unapređenja gradnje uslijed razvoja geometrije i zanatskih vještina. Korištenjem rebara i svodova u svojoj gradnji, gotički graditelji su pokazali određeno znanje o djelovanju sila na konstrukciju. Načelo gradnje je počivalo na održavanju omjera i proporcija zgrade kako bi se postigla tražena stabilnost. Iako u Gotici dolazi do znatnog unapređenja gradnje, do teorijskih podloga i objašnjena dolazi tek u Renesansi sa željom za što vitkijim konstrukcijama. Upravo u navedenom razdoblju dolazi do prvih teorija raspodjele sila u lukovima i kupolama te nastanka prve knjige statike koja je bila osnova za razvoj grafičke statike u 19. stoljeću [7]. Na slici 3.2. su prikazani primjeri gradnje za vrijeme Gotike i Renesanse.

Slika 3.2. *Gotička i Renesansa gradnja: a) Katedrala u Cologu; b) Santa Maria Del Fiore u Firenci [30,31]*

Teorijski razvoj graditeljstva pratio je razvoj i samog građevinskog materijala. Do znatne promjene u gradnji zidanih konstrukcija dolazi u 19. stoljeću kada dolazi do izuma parnog stroja za proizvodnju opeke koji je omogućio precizniju, kvalitetniju i bržu proizvodnju. Izum stroja se poklapa s razdobljem industrijske revolucije uslijed koje dolazi do nagle ekspanzije gradova i samim time stambenih objekata koji su mahom pravljeni od opeke uslijed omogućene masivne proizvodnje. Upotrebu opeke kao jednog od glavnih građevinskih materijala polako će istisnuti pojava čelika i armiranog betona kao pouzdanijih, čvršćih i jednostavnijih materijala [6]. Današnja upotreba opeke u graditeljstvu se najčešće svodi na funkciju ispunskog ili ukrasnog materijala i to u kombinaciji s drugim glavnim nosivim materijalom kao što je armirani-beton. Na slici 3.3. su prikazani primjeri gradnje opekom za vrijeme 19. stoljeća.

Slika 3.3. *Gradnja opekom u 19. stoljeću: a) Corbinov neboder u New Yorku; b) Viktorijanske kuće u Engleskoj [32,33].*

3.1. Svojstva zidanih konstrukcija

Ziđe kao konstrukcija predstavlja heterogeni kompozit koji se sastoji od spoja zidanih blokova te horizontalnih i vertikalnih sljubnica koje mogu biti ispunjene, ali i ne moraju. Kao zidani blokovi u praksi se koriste razni materijali poput kamena i opeke te bitumena, raznih vrsti vapna i ljepila kao veziva unutar sljubnica. Sva mehanička svojstva i ponašanje ziđa pod određenim opterećenjima su u ovisnosti o svojstvima materijala kompozita koji su korišteni u izgradnji. Kompleksnost zidanih konstrukcija proizlazi iz mnogobrojnih varijacija materijala koji se mogu ugrađivati, načina ugradnje samog materijala, kvaliteta izvođenja, te same prirode ziđa kao konstrukcije nastale spojem dvaju ili više različitih materijala. Upravo spoj zidanog bloka i veziva predstavlja najslabije mjesto konstrukcije koji je izvor nelinearnosti ziđa uslijed interakcija u spoju pod raznim opterećenjima. Uslijed razlike u materijalnim svojstvima, krutostima materijala i Poisson-ovog koeficijenta, spoj je najčešće mjesto nastanka pukotina i pojave vlačnog ili posmičnog sloma konstrukcije [10]. Uz već spomenuta svojstva, bitan utjecaj na zidane konstrukcije predstavlja sama starost građevine. Naime, ziđe kao materijal zbog svoje heterogenosti je sklono degradaciji i omekšavanju uslijed djelovanja atmosferilija i opterećenja. Degradacija materijala nastaje uslijed djelovanja agresivne okoline to jest transporta agresivnih čestica vlagom i vjetrom u pore materijala, uslijed čega dolazi do kemijskih reakcija koje mijenjaju kemijska i fizikalna svojstva materijala. Posljedica takvog agresivnog djelovanja na konstrukciju je opadanje mehaničkih svojstava materijala u vremenu.

Omekšavanje uslijed stalnog opterećenja uz prirast deformacija je posebno izraženo kod heterogenih i krhkih materijala kao što je ziđe i sama opeka što rezultira progresivnim rastom unutarnjih pukotina i gubitkom mehaničke otpornosti konstrukcije [7,9,10]. Uz sve navedeno, zidane konstrukcije su naročito osjetljive na potresna, to jest horizontalna opterećenja. Uslijed male vlačne otpornosti, tijekom uporabe građevine i prijašnjih manjih potresa dolazi do nastanka određenih unutrašnjih oštećenja na konstrukciju koje je teško utvrditi i locirati.

Zbog svega spomenutoga, analiza povijesnih zidanih građevina predstavlja težak i kompleksan zadatak. Za izradu numeričkog modela najvažnije je prikupiti precizne podatke o materijalnim svojstvima konstrukcije. Takvo prikupljanje podataka u slučaju povijesnih zidanih građevina je izrazito skupo ili gotovo nemoguće provesti zbog same starosti i važnosti konstrukcije što predstavlja veliku prepreku u provođenju destruktivnih i poludestruktivnih ispitivanja. Otežavajući faktor predstavlja i činjenica što svaka stara zidana građevina predstavlja samu po sebi jedinstvenu konstrukciju s obzirom na geometriju, uporabu materijala i kvalitetu građenja. Veliki dodatni utjecaj predstavlja i održavanje, nadogradnja i obnova kroz vrijeme eksploatacije što uvelike otežava usporedbu sa sličnim objektima. Uslijed svega navedenoga, prilikom provedbe analize građevine dolazi do problema u prikupljanju podataka o mehaničkim karakteristikama građe kao što su [11]:

- Nedostatak geometrijskih podataka,
- Nedostatak morfologije zida s podatcima o materijalima i njihovim svojstvima,
- Nedostatak podataka o mogućoj nadogradnji ili obnovi,
- Nepoznati podatci o mogućim unutrašnjim oštećenjima.

Problem pri analizi zvonika crkve Sv. Franje predstavlja manjak, to jest nepostojanost podataka o mehaničkim svojstvima ziđa te o mogućim unutarnjim oštećenjima i starenju materijala. Kako zbog starosti i vrijednosti same građevine nije moguće izvesti opširna ispitivanja, kao rješenje uslijed navedenih poteškoća odabran je vizualni pristup metodom „Masonry Quality Index“ i evaluacija na temelju dosadašnjeg iskustva te dostupnih podataka iz literature. Dobiveni podatci metodom „Masonry Quality Index“ su zajedno s iskustveno odabranim podatcima implementirani u same numeričke modele i analizirani s ciljem dobivanja što preciznijeg modela konstrukcije.

3.2 Masonry Quality Index (MQI)

MQI metoda je metoda procjene mehaničkih svojstava zidanih konstrukcija bazirana na vizualnom pregledu građevina kada ostala ispitivanja nisu moguća. Analiza se provodi samo za zidane konstrukcije i to građene od nepravilnog ili pravilnog kamena, opeke te njihovih kombinacija. U fokusu samog pregleda ziđa su kvaliteta morta, način zidanja s naglaskom na povezanost, preklapanje i pozicioniranje zidanih elemenata, oblik i dimenzije zidanih blokova te prisutnost i raspored vertikalnih i horizontalnih sljubnica u ziđu. Ukupno je definirano 7 parametara ocjena kvalitete koje pojedinačno mogu biti potpuno zadovoljene (F), djelomično zadovoljene (PF) ili nezadovoljene (NF) što naposljetku formira ocjenu kvalitete ziđa. Na temelju ukupnog zbroja ocjena svakog invidualnog parametra dobiva se vrijednost tlačne čvrstoće, posmične čvrstoće te Youngovog modula elastičnosti ziđa. Ocjenjivanje se provodi za svih sedam parametara kvalitete i to [12]:

- Mehaničke karakteristike i kvaliteta zidanih blokova – SM,
- Dimenzije zidanih blokova – SD,
- Oblik zidanih blokova – SS,
- Stupanj povezanosti i preklapanja zidanih blokova u ziđu – WC,
- Raspored i karakteristike horizontalnih sljubnica – HJ,
- Raspored i karakteristike vertikalnih sljubnica – VJ,
- Karakteristike morta – MM.

U nastavku je prikazan postupak procjene metodom MQI za ziđe zvonika crkve Sv. Franje za svaku od navedenih 7 kategorija pri čemu određeni kriteriji koji se ne odnose na ziđe su izostavljeni [12].

U tablici 3.1. su prikazani kriteriji ocjene za kategorija SM.

Tablica 3.1. *Kriteriji ocjenjivanja za kategoriju SM*

NF	degradirani/oštećeni elementi (> 50% ukupnog broja elemenata) šuplje opeke (čvrste < 30%) opeke od gline ne pečene opeke
PF	postojanost degradiranih/oštećenih elemenata (≥10 %, ≤ 50%) šuplje opeke (55% ≥ čvrste ≥ 30%) elementi od pješčenjaka ili tufa
F	ne oštećeni ili degradirani elementi/ oštećeni elementi < 10% čvrste pečene opeke šuplje opeke (55% < čvrste) betonski blokovi elementi od tvrdog kamena

Kako je zvonik Crkve Sv. Franje građen čvrstom pečenom opekom ocjena kategorije SM - F.

U tablici 3.2. su prikazani kriteriji ocjene za kategoriju SD.

Tablica 3.2. *Kriteriji ocjenjivanja za kategoriju SD*

NF	prisutnost više od 50% elemenata dimenzije < 20 cm povezanost elemenata samo površinski
PF	prisutnost više od 50% elemenata dimenzija 20-40 cm suprisutnost elemenata različitih dimenzija
F	prisutnost više od 50% elemenata dimenzije > 40 cm

Opeka ziđa zvonika ima dimenzije u rasponu od 20-30 cm što znači da je ocjena kategorije SD - PF.

U tablici 3.3. su prikazani kriteriji ocjene za kategorija SS

Tablica 3.3. *Kriteriji ocjenjivanja za kategoriju SS*

NF	dominanta prisutnost neobrađenog, zaobljenog ili šljunčanog kamena u žiđu
PF	suprisutnost neobrađenog, zaobljenog ili šljunčanog kamena i slabo/odlično obrađenog kamena i opeke u ziđu jedan sloj ziđa napravljen od odlično obrađenog kamena ili opeke ziđe napravljeno od nepravilnog kamena, ali uz prisutnost zapetih kamenja
F	dominanta prisutnost slabo/odlično obrađenog kamena u oba sloja ziđa cigla

Dominanti materijal korišten u gradnji zvonika je cigla (opeka) tako da je ocjena kategorije SS - F.

U tablici 3.4. su prikazani kriteriji ocjene za kategorija WC

Tablica 3.4. *Kriteriji ocjenjivanja za kategoriju WC*

NF	mala dimenzija elemenata s obzirom na debljinu ziđa nema prisutnosti poprečno postavljenih blokova (eng. header)
PF	zid napravljen u dva reda određena prisutnost poprečno postavljenih blokova (eng. header) debljina zida veća od najveće dimenzije bloka
F	dimenzija zida približna najvećoj dimenziji bloka sistematska prisutnost poprečno postavljenih blokova

Pošto debljina zidova zvonika iznosi 1m, a najveće dimenzije blokova su između 20-30cm, ocjena kategorije WC je PF.

U tablici 3.5. su prikazani kriteriji ocjene za kategorija HJ.

Tablica 3.5. *Kriteriji ocjenjivanja za kategoriju HJ*

NF	horizontalne sljubnice nisu konstantne
PF	stanje između NF i F za zid napravljen u dva reda
F	horizontalne sljubnice horizontalne kameno ziđe s prisutnim horizontalnim redovima od opeke udaljenosti < 60cm.

Horizontalne sljubnice su izvedene konstantno kroz ziđe zvonika pa je ocjena za kategoriju HJ - F.

U tablici 3.6. su prikazani kriteriji ocjene za kategorija VJ.

Tablica 3.6. *Kriteriji ocjenjivanja za kategoriju VJ.*

NF	vertikalne sljubnice u ravnini za barem dva velika bloka
PF	čvrsto ziđe od opeke zidano samo poprečno orijentiranim blokovima vertikalne sljubnice nisu u potpunosti izvedene među blokovima
F	vertikalne sljubnice kontinuirano i pravilno izvedene

Vertikalne sljubnice pravilno i konstantno izvedene kroz ziđe zvonika pa je ocjena za kategoriju VJ - F.

U tablici 3.7. su prikazani kriteriji ocjene za kategorija MM.

Tablica 3.7. *Kriteriji ocjenjivanja za kategoriju MM.*

NF	mort slabe kvalitete bez kohezije mort nije ugrađen šuplje opeke/kamenje sa slabom vezom s mortom
PF	srednje kvalitetan mort
F	kvalitetan mort na kojem nije vidljiva degradacija

Kako je pri ziđanju ugrađivan kvalitetan mort te vizualnim pregledom nije vidljiva degradacija istog, ocjena za kategoriju MM je F.

Ocjena za svaku od pojedinačnih kategorija ima svoju vrijednost koja je temeljena za odabrano računsko dominanto djelovanje uzimajući u obzir značaj svake kategorije na ukupnu otpornost konstrukcije. Dominanta djelovanja su podijeljena na vertikalna djelovanja, djelovanja u ravnini i okomito na ravninu konstrukcije. Ukupna ocjena ponašanja građevine na odabrana opterećenja je prikazana u tablici 3.8. pri čemu kategorija A označava dobru otpornost i kvalitetu građenja, B prosječnu, a C nekvalitetnu građevinu [13].

Tablica 3.8. *Prikaz ocjena kvaliteta građevina s obzirom na ukupnu vrijednost indeksa MQI*

	A	**B**	**C**
Vertikalno opterećenje	$5 \leq MQI \leq 10$	$2.5 \leq MQI \leq 5$	$0 \leq MQI \leq 2.5$
Opterećenje u ravnini konstrukcije	$7 \leq MQI \leq 10$	$4 \leq MQI \leq 7$	$0 \leq MQI \leq 4$
Opterećenje okomito na ravninu konstrukcije	$5 \leq MQI \leq 10$	$3 \leq MQI \leq 5$	$0 \leq MQI \leq 3$

Za analizu konstrukcije na djelovanja okomito na ravninu, vrijednosti ocjena za svaku kategoriju su dane u tablici 3.9.

Tablica 3.9. *Vrijednosti ocjena za pojedinačnu kategoriju za djelovanje okomito na ravninu*

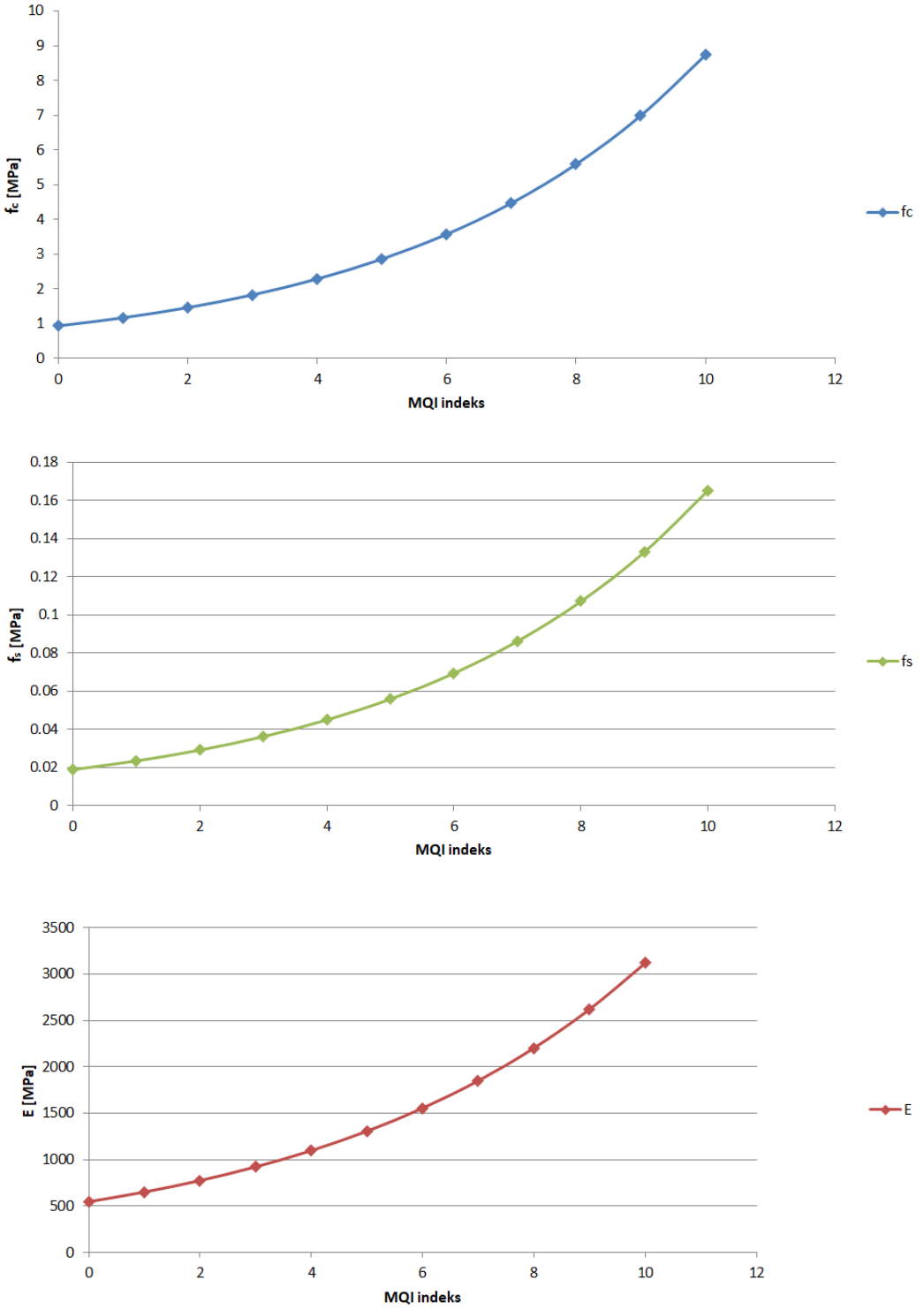
	NF	**PF**	**F**
SM	0.5	0.7	1
SD	0	0.5	1
SS	0	1	2
WC	0	1.5	3
HJ	0	1	2
VJ	0	0.5	1
MM	0	0.5	2

Ukupan indeks kvalitete ziđa konstrukcije se dobije izrazom:

$$\boldsymbol{MQI} = SM\,(SD + SS + WC + HJ + VJ + MM) \tag{3.1}$$

Uvrštavajući dobivene vrijednosti za svaku od kategorija u jednadžbu (3.1) dobije se ukupan indeks kvalitete ziđa građevina koji iznosi 8, što zvonik Sv. Franje svrstava u kategoriju A. Svojstva građevina ocjenjenih kategorijom A su visoka kvaliteta građe uz sposobnost odupiranja na analizirana opterećenja.

Izračunati ukupan indeks kvalitete predstavlja ulaznu vrijednost u korelacijske krivulje za dobivanje mehaničkih parametara konstrukcije. Korelacijom je moguće utvrditi vrijednosti tlačne čvrstoće, posmične čvrstoće i Youngovog modula elastičnosti. Kako navedeni parametri ne ovise o vrsti opterećenja na konstrukciju i zbog još neutvrđenih korelacija indeksa MQI i mehaničkih svojstava za djelovanje okomito na ravninu, koristit će se korelacije za vertikalna djelovanja. Navedene korelacijske krivulje su osigurane od strane talijanske norme za graditeljstvo pri čemu su odabrane one koje daju minimalne vrijednosti kako bi smo bili na određenoj strani sigurnosti. U nastavku na slici 3.4. su prikazani grafovi s korelacijskim krivuljama za vrijednost tlačne čvrstoće, posmične čvrstoće i Youngovog modula elastičnosti [13].



Slika 3.4. *Prikaz grafova korelacije mehaničkih vrijednosti i indeksa metode. a) Tlačna čvrstoća; b) Posmična čvrstoća; c) Modul elastičnosti [13].*

Iz korelacijskih krivulja se dobiju sljedeće mehaničke vrijednosti ziđa:

- Tlačna čvrstoća ziđa f_c : 5.6 MPa,
- Posmična čvrstoća ziđa f_s : 0.11 MPa,
- Youngov modul elastičnosti E : 2202 MPa.

Dobivene vrijednosti ziđa metodom MQI predstavljaju osnovne vrijednosti na temelju kojih su izračunati ostali, za izradu modela bitni parametri na temelju preporuka iz dostupne literature [14]. Navedeni potrebni parametri su:

- Vlačna čvrstoća ziđa f_t ,
- Poissonov koeficijent v ,
- Koeficijent trenja μ ,
- Vlačna energija loma G_t ,
- Posmična energija loma G_s .

Vlačna čvrstoća f_t prema preporuci iznosi od 10% do 20% tlačne čvrstoće ziđa. Odabrana vrijednost vlačne čvrstoće iznosi 10%, to jest f_t = 0.56 MPa.

Poissonov koeficijent v je odabran u iznosu od 0.3.

Vrijednost koeficijenta trenja je odabrana u iznosu od 0.7.

Vlačna energija loma G_t se dobije izrazom:

$$\boldsymbol{G_t} = 0.025(f_m/10)^{0.7} \tag{3.2}$$

Vlačna energija loma ziđa prema izrazu (3.2) iznosi: G_t = 16.65 N/m.

Zbog manjka podataka vezano za izračun vrijednosti posmične energije loma ziđa, usvojena je vrijednost identična vlačnoj energiji loma: G_s = 16.65 N/m.

3.3 Iskustveno odabrani mehanički parametri

Uz izradu modela s usvojenim mehaničkim svojstvima dobivenim MQI metodom, napravljena su još tri dodatna modela. Mehanički parametri za navedene modele su odabrani na temelju prijašnjih iskustava. Vrijednosti Youngovog modula elastičnosti, koeficijent trenja i Poissonov koeficijent su usvojeni kao i za MQI model.

Za Model 1 su usvojene sljedeće vrijednosti:

- Vlačna čvrstoća f_t = 0.10 MPa
- Posmična čvrstoća f_s = 0.40 MPa,
- Vlačna energija loma G_t = 20 N/m,
- Posmična energija loma G_s = 40 N/m.

Za Model 2 su usvojene sljedeće vrijednosti:

- Vlačna čvrstoća f_t = 0.15 MPa
- Posmična čvrstoća f_s = 0.60 MPa,
- Vlačna energija loma G_t = 30 N/m,
- Posmična energija loma G_s = 60 N/m.

Za Model 3 su usvojene sljedeće vrijednosti:

- Vlačna čvrstoća f_t = 0.20 MPa
- Posmična čvrstoća f_s = 0.8 MPa,
- Vlačna energija loma G_t = 40 N/m,
- Posmična energija loma G_s = 80 N/m.

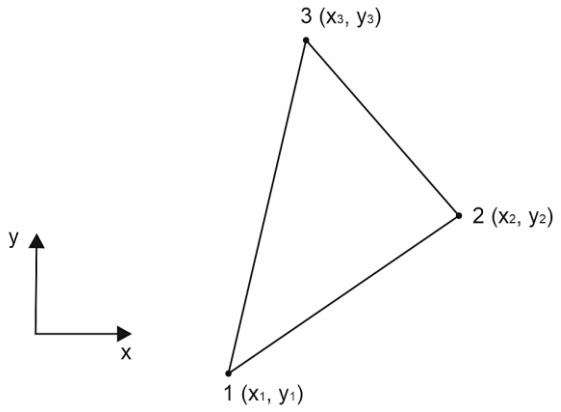
Energije loma su odabrane okvirno za „Model 1“ te su mijenjane linearno u ovisnošću o tlačnim i posmičnim vrijednostima novog modela.

4. METODE PRORAČUNA

Analiza zvonika Sv. Franje na potresno opterećenje je napravljena u programu Y [25], profesora Antonia Munjize, koja se bazira na kombiniranoj metodi konačnih – diskretnih elemenata. U nastavku teksta prikazane su osnove metoda konačnih i diskretnih elemenata te kombinirane metode konačnih i diskretnih elemenata.

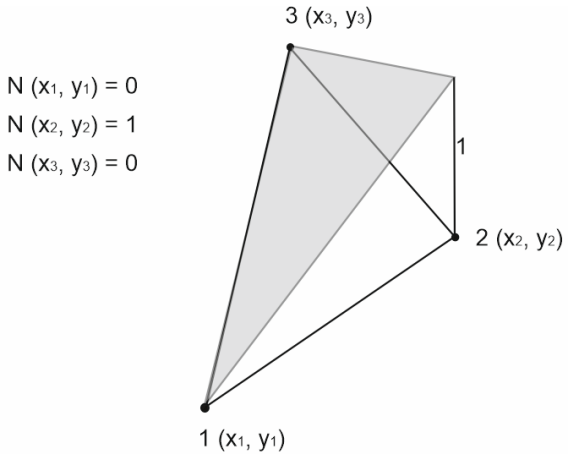
4.1 Metoda konačnih elemenata

Stvarni model koji bi opisivao ponašanje kontinuuma bi imao beskonačan broj stupnjeva slobode što ga kao takvim čini nemogućim za egzaktnu analizu. U numeričkom modeliranju se konkretni problem približno rješava prikazivanjem ponašanja kontinuuma konačnim brojem nepoznanica. Metoda konačnih elemenata (FEM) je numerička metoda u kojoj se kontinuum nad nekom domenom dijeli zamišljenim linijama ili plohama na male pravilne dijelove koji se ne preklapaju te koji nisu infinitezimalno mali. Ti mali pravilni dijelovi se nazivaju konačni elementi koji su međusobno povezani s drugim elementima samo u čvorovima. Razlikujemo jednodimenzionalne, dvodimenzionalne i trodimenzionalne elementa uz postojanje i posebnih elemenata kao što su ljuskasti, linijski itd. U nastavku na slici 4.1. je prikazan jedan ravninski, trokutasti, tročvorni konačni element u globalnom koordinatnom sustavu.



Slika 4.1. *Prikaz ravninskog trokutastog konačnog elementa*

Postupak podjele kontinuuma na konačne elemente se zove diskretizacija. Najčešći problemi koji se rješavaju metodom su kontinuirana čvrsta tijela pravilnog ili nepravilnog oblika za koje su analitička rješenja zahtjevna ili nemoguća za odrediti. Izborom istog oblika konačnih elemenata problem se svodi na rješavanje problema na jednom elementu dok se za ostale elemente postupak ponavlja što navedenu metodu čini prikladnu za rješavanjem na elektroničkim računalima. Približno rješenje nad konačnim elementom se može prikazati pomoću baznih funkcija, koje su najčešće odabrane u obliku polinoma te koje moraju zadovoljavati odgovarajuće uvjete kako bi diskretizirani model što vjernije prikazivao stvarno ponašanje sustava. Dobivanje vrijednosti nad pojedinim konačnim elementom pa samim time i nad cijelom domenom se svodi na direktni izračun traženih vrijednosti problema u čvorovima konačnih elemenata te aproksimaciju ostalih vrijednosti unutar elementa baznim funkcijama [15]. Na slici 4.2. je prikazana jedna bazna funkcija nad tročvornim 2D elementom s jediničnom vrijednosti u čvoru 2.



Slika 4.2. *Prikaz bazne funkcije nad ravninskim elementom*

Odabirom baznih funkcija se definira način preslikavanja konačnih elemenata i interpolacija vrijednosti unutar elemenata. Prije samog izračuna potrebno je zadati rubne uvjete koji predstavljaju vrijednosti polja na rubu samog elementa u vidu pomaka, zaokreta, sila, naprezanja i tako dalje te koje vrijednosti moraju biti zadovoljene. Smanjenje pogreške rezultata metodom konačnih elemenata i približavanje dovoljno točnim vrijednostima može se postići dvaju postupcima [16]:

- h – postupak,
- p – postupak.

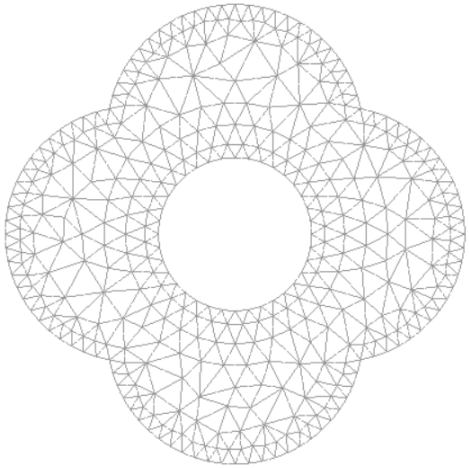
H – postupak je naziv za usitnjavanje mreže konačnih elemenata nad domenom povećavanjem broja elemenata, a P – postupak je postupak povećavanja stupnja polinoma baznih funkcija. Nakon odabira vrste konačnih elemenata u smislu geometrije i broja čvorova te odabira baznih funkcija preslikavanja i interpolacija rješenja, prelazi se na rješavanje samog problema i to sljedećim postupkom:

- Postavljanje uvjetne jednadžbe ravnoteže elemenata (minimum potencijalne energije, virtualni rad itd.),
- Dobivanje potrebnih vrijednosti kao što je matrica krutosti za svaki pojedinačni element,
- Izvođenje ukupne jednadžbe sustava ,
- Dobivanje traženih vrijednosti u čvorovima konačnih elemenata,
- Određivanje vrijednosti nad cijelom domenom,
- Prikaz rezultata.

Nakon dobivanjem nepoznatih vrijednosti u čvorovima konačnih elemenata potrebno je odrediti ostale vrijednosti unutar elementa. Vrijednost polja unutar elemenata se dobiva interpolacijom vrijednosti u čvorovima prethodno odabranim baznim funkcijama. Za trokutasti, tročvorni konačni element, vrijednost je jednaka sljedećem izrazu:

$$\phi(x,y) = N_1(x,y) \cdot \phi_1 + N_2(x,y) \cdot \phi_2 + N_3(x,y) \cdot \phi_3 \qquad (4.1)$$

Pri čemu su ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 vrijednosti polja u čvorovima elementa, a N_1, N_2, N_3 odabrane bazne funkcije. Na slici 4.3. je prikazana mreža trokutastih konačnih elemenata na domeni u obliku latice s otvorom.



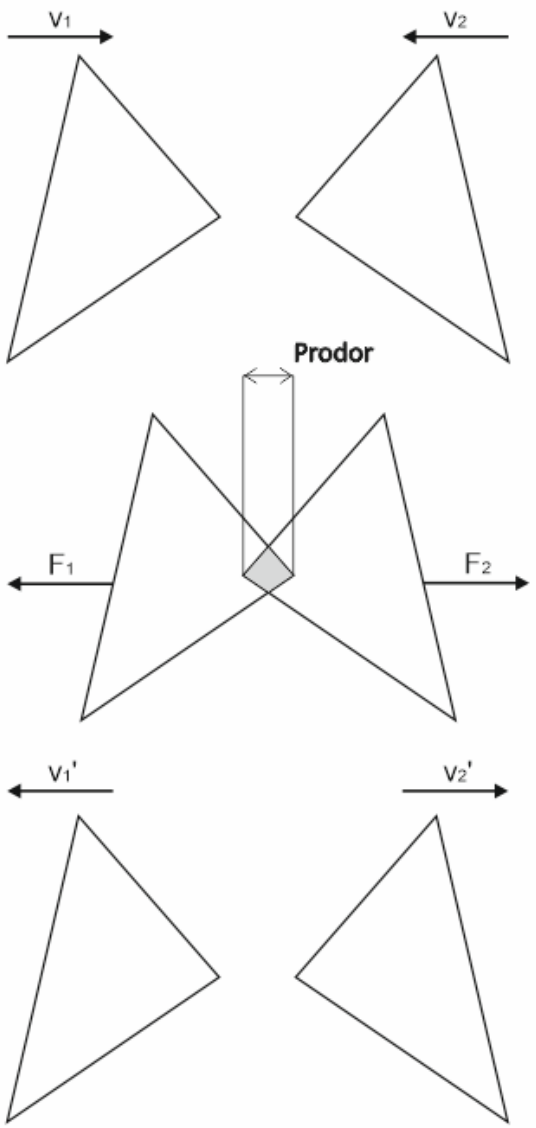
Slika 4.3. *Prikaz mreže konačnih elemenata.*

4.2 Metoda diskretnih elemenata

Metoda diskretnih elemenata je metoda simulacije diskontinuirane materije koja je pogodna za modeliranje ukupnog ponašanja materijala koji se sastoji od skupa čestica za koje vrijedi da svaka predstavlja zasebnu cjelinu. Diskontinuirani prostor se dijeli na proizvoljno velik skup krutih elemenata. Odabir oblika i veličine elemenata ima znatan utjecaj na same rezultate analize tako da odabir geometrije mora biti takav da što vjernije oslikava stvarno stanje. Elementi su zadani njihovom pozicijom s naglaskom na međusobno ne preklapanje, masom i početnim vrijednostima brzina i rotacija. Uslijed zadavanja opterećenja u vidu gravitacijskog ubrzanja, sila, početnih brzina elemenata i tako dalje, ostvaruje se međusobna interakcija između elemenata ili između elemenata i okoline. Metoda ima mogućnost numeričkog izračuna pomaka i rotacija čestica te automatskog prepoznavanja njihovih kontakata. Kao takva, metoda pruža mogućnost detaljne analize ponašanja diskretnih sustava uz izostanak mnogobrojnih skupih fizičkih testova. Izračun DEM metodom se može podijeliti na sljedeće korake [17,18]:

- Detekcija kontakata,
- Izračun kontaktnih sila,
- Izračun akceleracija čestica,
- Izračun brzina i pomaka za navedeni vremenski korak,
- Ponavljanje prethodnih koraka do uspostave ravnotežnog stanja.

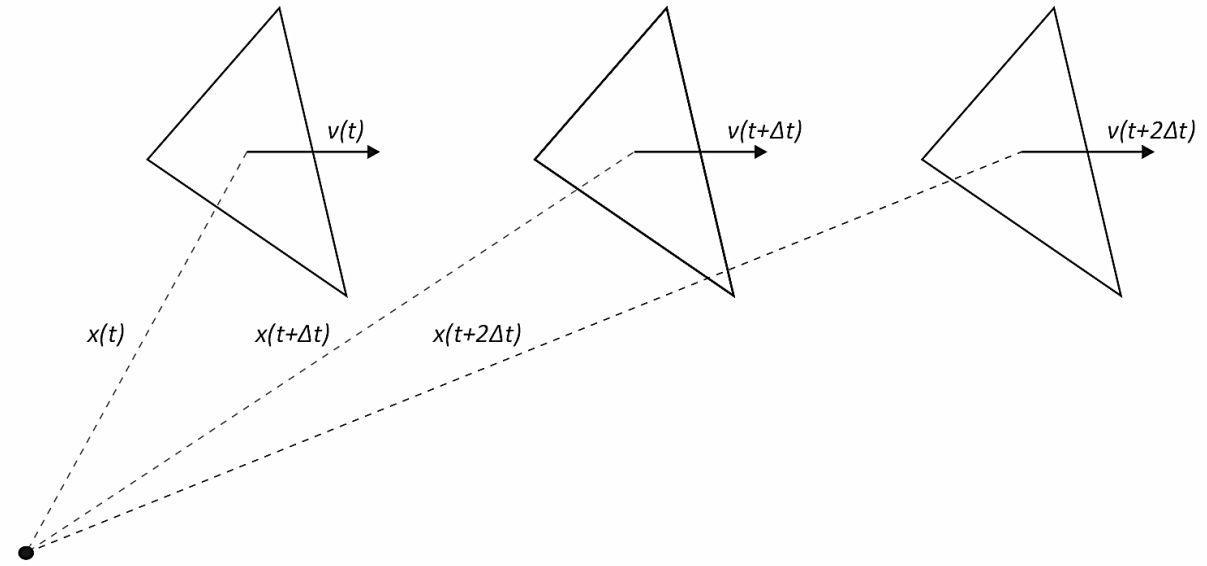
Razvijeni algoritmi prepoznaju kontakte među elementima te izračunavaju kontaktne sile nastale u koliziji. Analiza u svakom vremenskom koraku se provodi samo za one elemente koji će se “sudariti” pri čemu takvi elementi bivaju označeni kao aktivni s obzirom na međusobne udaljenosti i početne brzine. Takav pristup analize aktivnih blokova rezultira značajno skraćenim vremenom proračuna. Prilikom detekcije kontakata razlikujemo dvije vrste istih: kruti i meki kontakti. Kod krutih kontakata dopuštamo jedan kontakt po vremenskom pomaku za koji se događa razmjena impulzivnih sila i momenata. Preklapanje čestica i njihovo prodiranje nije moguće. Kod mekih kontakata malo prodiranje unutar čestica je omogućeno uz mogućnost istodobnih višestrukih kontakata. Detekcija kontakata korištenjem mekanog kontakta rezultira točnijim izračunima sila te se zbog toga češće koristi u DEM metodama. Na slici 4.4. je prikazan mekani kontakt dvaju trokutastih elemenata.



Slika 4.4. *Prikaz mekanog kontakta dva trokutasta elementa.*

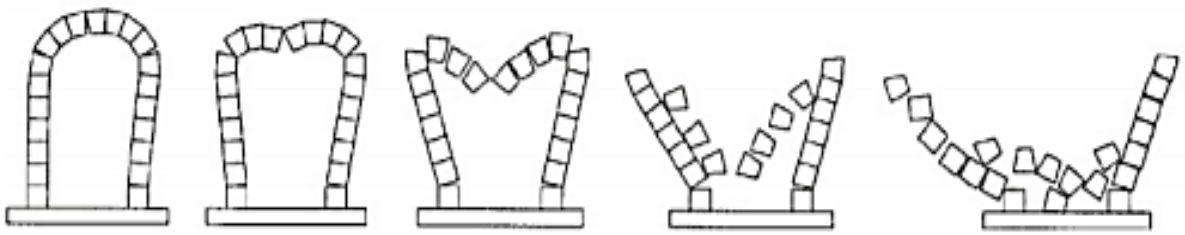
Vrijednost izračunatih sila i akceleracija pa samim time i položaja čestica ovisi o svojstvima svakog od elemenata u koliziji. Tijekom zadavanja sustava treba voditi računa o mehaničkim svojstvima blokova i parametrima kontakta kao što su krutost, plastičnost, koeficijent prigušenja, koeficijent restitucije, koeficijent trenja vezan za rotacije i klizanja među česticama itd. Često sve navedene parametre je teško odrediti tako da je potrebno provesti mali pokus kako bi se podatci simulacije metodom diskretnih elemenata mogli preciznije i realnije zadati. Više detalja o algoritmima, detekciji kontakata blokova i izračunu kontaktnih sila je napisano u poglavlju 4.3. Bitnu stavku metode čini vremenski korak proračuna koji mora biti odabran tako da ne bude prevelik zbog točnosti izračuna, ali ni premali zbog duljine vremena proračuna. Tijekom svakog vremenskog koraka se rješavaju jednadžbe gibanja u vremena za aktivne elemente u kontaktu te se dobivaju njihove akceleracije, brzine i pomaci

što rezultira novo nastalim pozicijama samih čestica i novim kontaktima i aktivnim elementima. Proračun se vrši sve dok se ne postigne stanje ravnoteže to jest dok novo nastali kontakti ne budu više mogući [17,18,19,20,21,22]. Na slici 4.5. je prikazan pomak trokutastog elementa kroz razdoblje od dva vremenska koraka pri čemu za svaki novi vremenski korak element ima novo izračunatu vrijednost brzine i pozicije.



Slika 4.5. *Prikaz pomaka trokutastog elemenata u vremenu.*

Na slici 4.6. je prikazana kamena konstrukcija modelirana diskretnim elementima kao primjer upotrebe metode. Prikaz konstrukcije je podijeljen u 5 etapa koje predstavljaju vrijeme nakon određenih brojeva vremenskih koraka proračuna. Nakon zadavanja početnog opterećenja između blokova konstrukcije dolazi do međusobnih kontakata i nastalih sila koje rezultiraju pomacima dijelova građevine prikazanim blokovima. Vidljiva je promjena pozicija elemenata za svaku od etapa što na kraju rezultira kolapsom kamene konstrukcije.



Slika 4.6. *Prikaz kolapsa konstrukcije [17]*

4.3 Kombinirana metoda konačnih – diskretnih elemenata

Kako bi se iskoristile prednosti metode konačnih elemenata i metode diskretnih elemenata, razvijena je kombinirana metoda konačnih – diskretnih elemenata. Navedena metoda se temelji na simulaciji velikog broja diskretnih elemenata koji se mogu naći u uzajamnoj interakciji. Svaki od u simulaciji korištenih diskretnih elemenata je diskretiziran mrežom konačnim elementima s ciljem praćenja deformacija i stanja naprezanja unutar istih. Kako bi se omogućio utjecaj nelinearnosti te moguća pojava pukotina i fragmentacija elemenata, između mreže konačnih elemenata su implementirani kontaktni elementi. Sa svim navedenim je omogućeno ostvarivanje velikih pomaka i rotacija elemenata, njihove međusobne interakcije, praćenje deformabilnost i veličina naprezanja uz utjecaj nelinearnosti i pojava pukotina i fragmentacija [17,24]. S ciljem praćenja navedenog, u okviru ove metode razvijeni su algoritmi za:

- Detekciju i interakciju kontakta,
- Izračun stanja naprezanja i deformacija u konačnom i kontaktnom elementu,
- Pojavu i razvoj pukotina,
- Integraciju jednadžbi gibanja u vremenu uključujući velike pomake i rotacije,
- Vizualizaciju spomenutog.

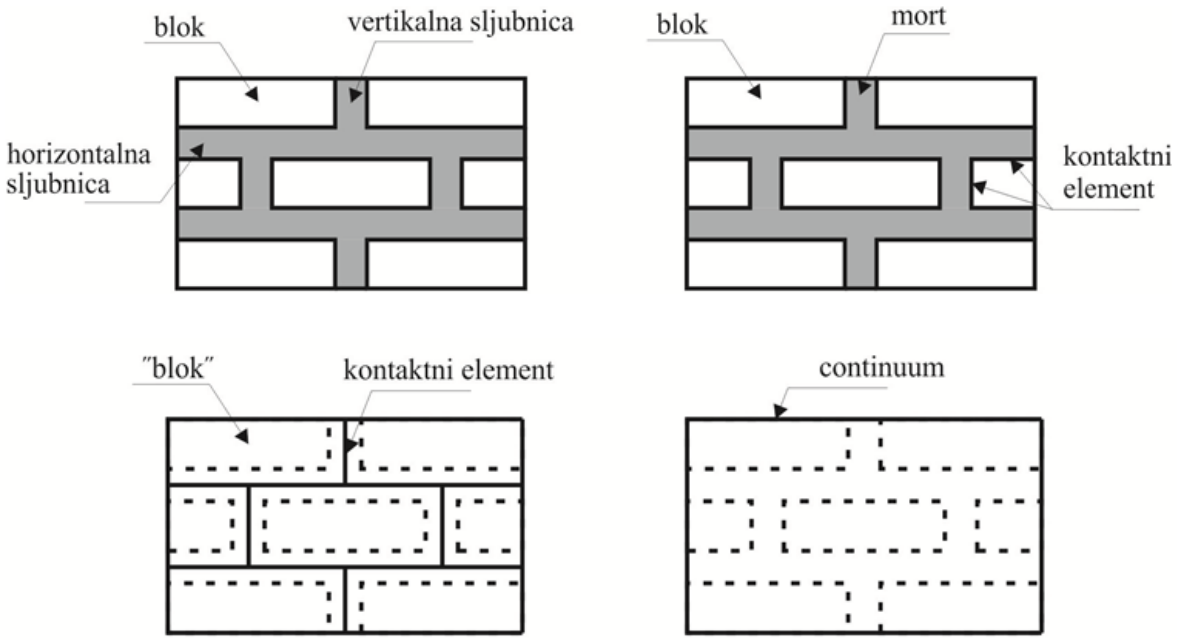
U nastavku teksta u posebnim podcjelinama su pobliže objašnjene osnove same metode.

4.3.1. Diskretizacija

Ziđe kao konstruktivni kompozitni materijal nastao povezivanjem blokova i morta predstavlja izrazito zahtjevan zadatak u smislu modeliranja. Naime, kompleksno ponašanje ziđa proizlazi uslijed postojanja dvaju bitno različitih materijala, karakteristika i orijentacija vertikalnih i horizontalnih sljubnica kao načina vezanja te samih promjenjivih dimenzija navedenih elemenata. Posljedica takvih značajki ziđa je slom koji se manifestira samo u spojevima ziđa to jest u mortu ili slom koji može djelovati na spojeve i blokove simultano. S obzirom na traženu preciznost i jednostavnost, modeliranja ziđa se može podijeliti na [23]:

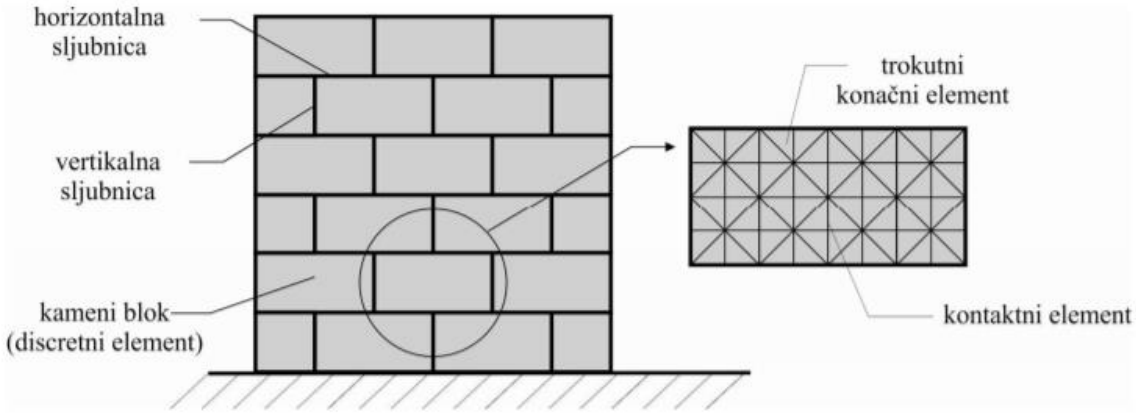
- Detaljno mikro modeliranje,
- Pojednostavljeno mikro modeliranje,
- Makromodeliranje.

Detaljno mikro modeliranje je način modeliranja pri kojem svojstva blokova i morta su prikazana kontinuiranim elementima, dok je njihova veza prikazana kontaktnim elementima. Ovakvim načinom modeliranja se uzima u obzir svojstva svih dijelova ziđa i njihovog utjecaja na same dobivene vrijednosti pri čemu se postiže visoka točnost rezultata. Nedostatak ovakvog pristupa je zahtjevnost samog proračuna zbog čega se uporaba detaljnog mikro modeliranje ograničava na konstruktivne detalje i male uzorke. Kod pojednostavljeno mikro modeliranje, mort i veza između morta i blokova su prikazani kontaktnim elementima, a blokovi kontinuiranim uz povećanje dimenzija istih zbog očuvanja geometrije. Ovakvim pristupom se ziđe promatra kao skup elastičnih blokova međusobno povezanih linijama potencijalnih mjesta pukotina uslijed kojih dolazi do smanjene točnosti zbog zanemarivanja Poissonovog koeficijenta morta. Makromodeliranje je način modeliranja pri kojem svaka točka konstrukcije ima jednaka svojstva. Za slučaj ziđa, navedeno znači da model ne prikazuje razlike između blokova, morta i njihovih spojeva, nego cijelu konstrukciju prikazuje kao homogeni kontinuirani materijal. Iako ovakvim pristupom se zanemaruje utjecaj spojeva te lokalnih slomova na ukupno ponašanje konstrukcije, makromodeliranje je prikladna metoda za analizu velikih konstrukcija uslijed manje zahtjevnog proračuna [17, 23]. Na slici 4.7. su prikazane razine modeliranja ziđa.



Slika 4.7. *Prikaz razina modeliranja ziđa: a) Prikaz elemenata ziđa; b) Mikromodeliranje; c) Pojednostavljeno mikromodeliranje; d) Makromodeliranje [17].*

Za simulaciju zvonika crkve Sv. Franje kao velike konstrukcije korišten je pristup makromodeliranja. Na slici 4.8. je prikazan način modeliranja ziđa zvonika korištenjem diskretnih elemenata ispunjenih mrežom trokutastih konačnih elemenata s implementiranim kontaktnim elementima na njihovim spojevima.

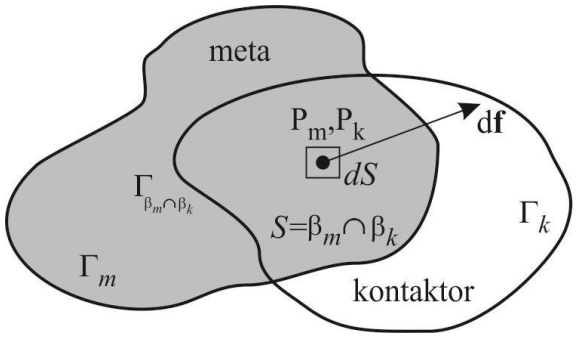


Slika 4.8. *Prikaz diskretizacije zidane konstrukcije [17].*

4.3.2. Detekcija i interakcija

Simulacije FEM/DEM metodom mogu uključivati više tisuća ili milijuna diskretnih elemenata što proces detekcije međusobnih kontakata čini znatno zahtjevnim. Kako bi se riješio ovaj problem, u metodu je implementiran Munjiza – NBS algoritam za detekciju kontakata. Navedeni algoritam služi za prepoznavanje mogućih interakcija to jest elemenata koji su u dovoljnoj blizini za postizanje kontakata te onih koji nisu. Detekcija interakcija elemenata se vrši na način da se prostor podjeli na jednako velike ćelije u kojima može biti samo jedan element istovremeno. Svaki element i svaka ćelija je numerirana te se vrši provjera mogućih kontakata samo za susjedne ispunjene ćelije. Uslijed takvog pristupa detekciji, broj provedenih operacija se smanjuje sa N^2 na N, pri čemu N označava ukupan broj diskretnih elemenata, što sami proračun čini mnogo bržim [24].

Nakon prepoznavanja kontakta diskretnih elemenata, provodi se proces izračuna nastalih kontaktnih sila algoritmom za interakciju. Uslijed međusobne interakcije dvaju diskretnih elemenata, jedan se proglašava kontaktorom, a drugi metom. Prilikom međusobnog kontakta dolazi do njihovog preklapanja preko određene površine S omeđene vanjskim rubom $\Gamma_{\beta_m \cap \beta_k}$. Na slici 4.9. je prikazan nastanak kontaktne sile uslijed infinitezimalnog preklopa mete i kontaktora oko točaka P_m i P_k.



Slika 4.9. *Prikaz kontaktne sile nastale uslijed preklopa u okolini točaka P_m i P_k [16].*

Infinitezimalna sila nastala uslijed prodiranja površine dA kontaktora u metu je dana izrazom:

$$d\boldsymbol{f} = [grad\varphi_k(P_m) - \ grad\varphi_m(P_k)]dA \tag{4.2}$$

Izrazi φ_k i φ_m predstavljaju potencijalna polja nad kontaktorom i metom pri čemu se najveća vrijednost polja nalazi u sredini elemenata, a najmanja na njegovom rubu. Ukupna kontaktna sila na kontaktor nastala interakcijom dvaju elemenata se dobije integracijom izraza (4.2) za cijelo područje preklopa S

$$\mathbf{f}_k = \int_{S=\beta_m \cap \beta_k} \left[grad\varphi_k - grad\varphi_m\right] dS \tag{4.3}$$

Navedeni integral područja S je moguće i zapisati kao integral preko vanjskog ruba Γ

$$\mathbf{f}_k = \oint_{\Gamma_{\beta_m \cap \beta_k}} \mathbf{n}_\Gamma (\varphi_k - \varphi_m) d\Gamma \tag{4.4}$$

pri čemu $\mathbf{n}_\Gamma$ označava jediničnu vanjsku normalnu ruba [17,24]. Za izračun kontaktne sile na metu se provodi identičan postupak uz zamjenu uloga pri čemu meta postaje kontaktor, a kontaktor meta. Kako je svaki diskretni elementi diskretiziran mrežom konačnih elemenata, integracija preklopa diskretnih elemenata je moguća i kao suma preklopa konačnih elemenata [24]. Naime, diskretni elementi se mogu promatrati kao suma konačnih elemenata:

$$\boldsymbol{\beta}_k = \ \beta_{k_1} \cup \beta_{k_2} \ldots \cup \beta_k$$

$$\boldsymbol{\beta}_m = \ \beta_{m_1} \cup \beta_{m_2} \ldots \cup \beta_{m_n}$$

pri čemu β_k i β_m predstavljaju diskretne elemente kontaktora i mete, a β_{ki} i β_{mi} konačne elemente istih.

Potencijal elemenata u kontaktu se također može raspisati kao suma potencijala konačnih elemenata koji ga diskretiziraju:

$$\boldsymbol{\varphi}_k = \varphi_{k_1} \cup \varphi_{k_2} \ldots \cup \varphi_k$$

$$\boldsymbol{\varphi}_m = \varphi_{m_1} \cup \varphi_{m_2} \ldots \cup \varphi_{m_n}$$

Ovakvim zapisom, izraz za ukupnu kontaktnu silu glasi:

$$\boldsymbol{f}_c = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \int_{\beta_{k_i} \cap \beta_{m_i}} [grad\varphi_{k_i} - grad\varphi_{m_i}] dA \tag{4.5}$$

Navedena integracija sume konačnih elemenata se može provesti i po rubovima istih uslijed čega izraz za kontaktnu silu glasi:

$$\boldsymbol{f}_c = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \int_{\Gamma_{\beta_{k_i} \cap \beta_{m_i}}} \boldsymbol{n} \Gamma_{\beta_{k_i} \cap \beta_{m_i}} (\varphi_{k_i} - \varphi_{m_i})\, d\Gamma \tag{4.6}$$

U sklopu algoritma za interakciju elemenata implementiran je i Coulomb-ov model suhog trenja uzimajući u obzir i statičko trenje pa tako izraz za izračun posmičnih sila glasi:

$$\mathbf{f}_t = -k_t\, \boldsymbol{\delta}_t \tag{4.7}$$

pri čemu f_t predstavlja tangencijalnu elastičnu kontaktnu silu, k_t *penalty* koeficijent za trenje, a δ_t tangencijalni vektor pomaka između dva elementa. Ako je vrijednost tangencijalne kontaktne sile veća od vrijednosti maksimalne sile trenja definirane Coulumb-ovim zakonom, $|\mathbf{f}_t| > \mu |\mathbf{f}_n|$, tada dolazi do klizanja elemenata jedan duž drugog pri čemu je posmična sila između njih definirana izrazom

$$\mathbf{f}_t = -\mu \mathbf{f}_n \tag{4.8}$$

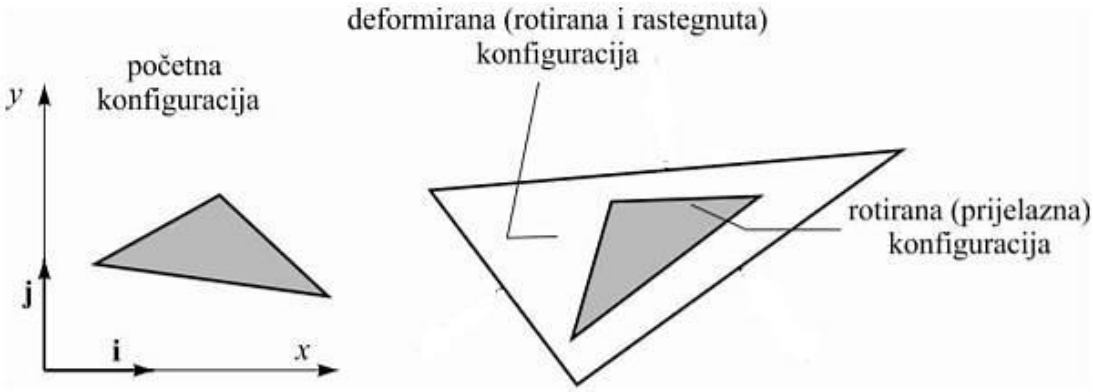
gdje je μ koeficijent trenja, a f_n elastična normalna sila [17,24].

4.3.3. Deformabilnost konačnih elemenata

Deformabilnost diskretnih elemenata kao tijela u prostoru je omogućeno njihovom diskretizacijom mrežom konačnih elemenata. Svaki element u prostoru predstavlja skup točaka koje tijekom vremena mogu mijenjati svoj položaj. Uslijed promjena položaja točaka elementa nastaju pomaci koji se mogu razlučiti na dvije komponente:

- Pomake koji uključuju rotaciju i translaciju elementa,
- Pomake koji uključuju deformiranje.

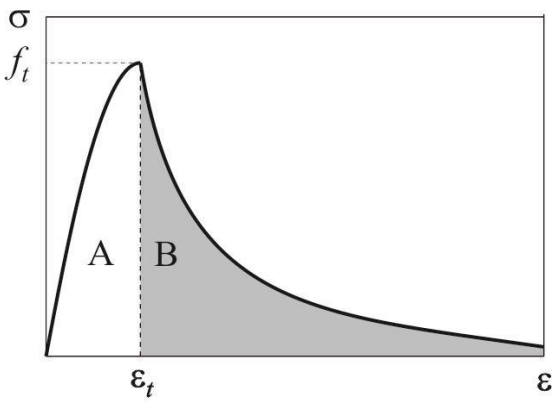
Za razliku od pomaka koji uključuju deformiranje, u slučaju rotacija i translacija elemenata ne dolazi do promjene oblika i volumena. Diskretne elemente promatramo kao jedan kontinuum koji se sastoji od skupa točaka omeđenih vanjskim rubom. Kao takav, element u svakom vremenskom trenutku ispunjava uvjete kontinuiteta, što znači da sve točke unutar plohe će ostati unutar nje i nakon deformiranja te da element omeđen glatkom zatvorenom krivuljom uslijed deformiranja zadržava omeđenost glatkom zatvorenom krivuljom u svakom vremenskom koraku. Poznavajući deformiranje elementa, određenim matematičkim postupcima moguće je izračunati deformacije i naprezanje istih [17,24]. Na slici 4.10. je prikazan jedan trokutasti element u početnoj i deformiranoj konfiguraciji nastaloj uslijed translacije, rotacije i deformiranja istog.



Slika 4.10. *Prikaz pomaka trokutastog elementa [17].*

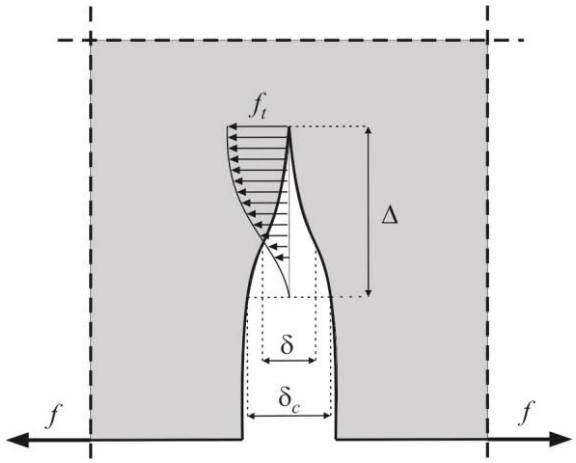
4.3.4. Prijelaz iz kontinuuma u diskontinuum

Uslijed pojave loma i fragmentacije materijala dolazi do prijelaza iz kontinuuma u diskontinuum. Navedena pojava u nekom masivnom sustavu može rezultirati s znatnim povećanjem broja novonastalih diskretnih elemenata. Proces loma i fragmentacije se manifestira na mikrostrukturalnoj razini uslijed kojeg dolazi do pojave promjene polja opterećenja i naprezanja te koncentracija opterećenja koje je potrebno uzeti u obzir s ciljem razumijevanja ponašanja samog materijala za vrijeme spomenutog procesa. Nastanak i razvoj pukotina u kombiniranoj metodi konačnih i diskretnih elemenata je omogućen implementacijom modela diskretnih pukotina u kontaktnim elementima koji su postavljeni između mreže konačnih elemenata. Implementirani model u kontaktnim elementima je nastao aproksimacijom eksperimentalnih krivulja naprezanja-deformacija betona u direktnom vlaku te je namijenjen simulaciji nastanka i razvoja pukotina u materijalu uslijed djelovanja vlaka i posmika. Navedena krivulja naprezanja-deformacija se sastoji od dva dijela i to dijela 'A' koji predstavlja standardno ponašanje materijala te dijela 'B' koji predstavlja proces vlačnog omekšavanja uslijed postizanja vlačne čvrstoće materijala. Na slici 4.11. je prikazana krivulja naprezanja-deformacija podijeljena na dva spomenuta djela.



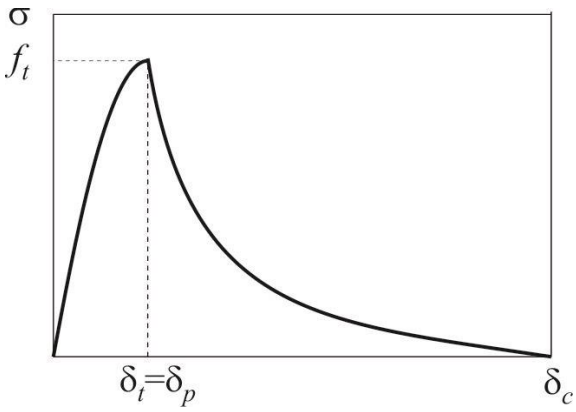
Slika 4.11. *Prikaz krivulje naprezanja-deformacija materijala [17].*

Na slici je vidljivo da za područje B nakon postizanja vlačne čvrstoće materijala dolazi do opadanja naprezanja uz povećanje deformacija. Navedena pojava se zove vlačno omekšanje te je modelirana diskretnim modelom pukotina koji je prikazan na slici 4.12.



***Slika 4.12**. Model diskretne pukotine [17].*

Zbog jednostavnosti je pretpostavljeno poklapanje pukotine s rubom konačnog elementa. Do nastanka pukotine i razdvajanja dvaju susjednih konačnih elemenata dolazi uslijed postizanja naprezanja koji se uzima kao funkcija razdvajanja δ. Nastankom pukotine i njenim širenjem do postizanja nulte vrijednosti opterećenja δ_c, dolazi do rada koji predstavlja iznos potreban za nastanak pukotine jedinične površine. Taj rad predstavlja energiju loma te ima oznaku G_f. Navedena krivulja naprezanja – pomaka je prikazana na slici 4.13.

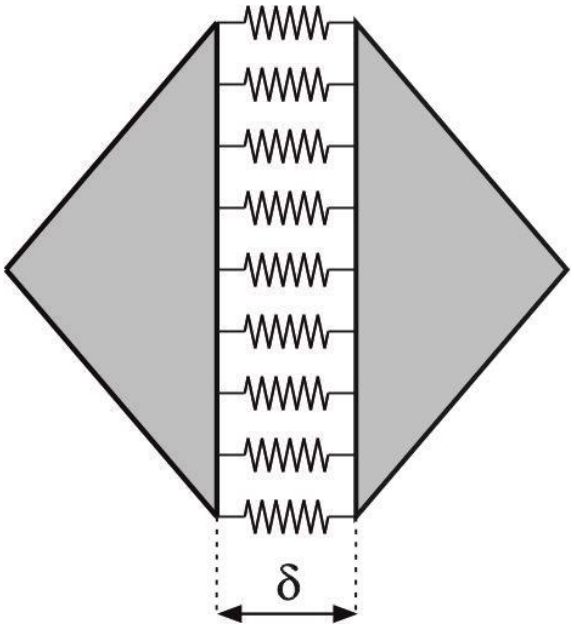


***Slika 4.13.** Prikaz krivulje naprezanja – pomaka [17].*

Vrijednost energije loma G_f predstavlja ukupna površinu ispod krivulje naprezanja – pomaka u trenutku pojave pukotine do postizanja nulte vrijednosti naprezanja [17,24].

Razdvajanje samih susjednih elemenata je omogućeno činjenicom da ni jedan konačni element nema zajednički čvor. Kontinuitet konačnih elemenata do postizanje vlačne čvrstoće osiguran je *penalty* metodom, a modeliran je oprugama velike krutosti u smjeru normale.

Model opruge velike krutosti između dvaju susjednih konačnih elemenata je prikazan na slici 4.14.



Slika 4.14. *Prikaz modela opruga između susjednih elemenata [17].*

Do nastanka pukotina ne dolazi dok se ne postigne vlačna čvrstoća materijala te vrijednost funkcije razdvajanja iznosi $\delta = \delta_p = 0$. Vrijednost naprezanja prije nastanka procesa razdvajanja $\delta < \delta_p$ je dana izrazom:

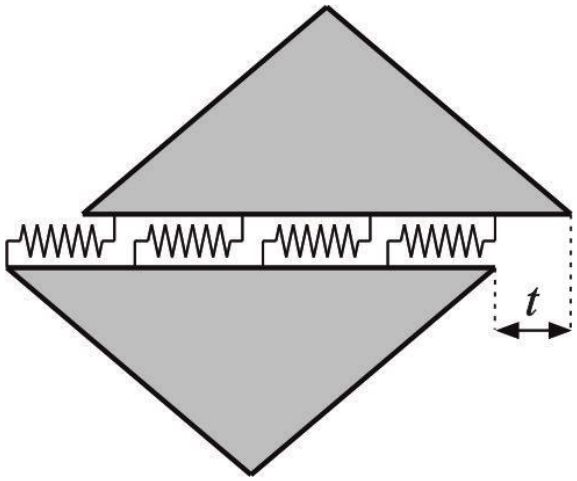
$$\sigma = \left[\frac{2\delta}{\delta_p} - \left(\frac{\delta}{\delta_p} \right)^2 \right] f_t \tag{4.9}$$

pri čemu izraz $\delta_p = 2hf_t/p_0$ odgovara razdvajanju u trenutku postizanja vlačne čvrstoće materijala f_t, h veličini konačnog elementa te p_0 *penalty* koeficijentu. Uslijed povećanja naprezanja iznad vlačne čvrstoće dolazi do nastanka pukotina i razdvajanja materijala $\delta > \delta_p$. Razdvajanje se nastavlja sve do postizanja vrijednosti δ_c, za koju vrijednost naprezanja iznosi nula te nakon koje pukotina propagira na sljedeći element. Vrijednost naprezanja materijala od trenutka postizanja vlačne čvrstoće do potpunog razdvajanja je dana sljedećim izrazom:

$$\sigma = z f_t \tag{4.10}$$

Pri čemu f_t predstavlja vrijednost vlačne čvrstoće, a z funkciju aproksimacije krivulje naprezanja-deformacije [17,24].

Nastanak pukotina izazvanih posmikom je modeliran na sličan način kao i nastanak djelovanjem vlaka. Kontinuitet elemenata je osiguran kao i kod modela za vlak, implementiranim čvrstim oprugama. Na slici 4.15. je prikazan model krute posmične opruge.



Slika 4.15. *Prikaz modela posmične opruga između susjednih elemenata [17].*

Do pojave klizanja rubova to jest odvajanja konačnih elemenata ne dolazi sve do postizanja posmične čvrstoće materijala te vrijednost funkcije razdvajanja iznosi $t = t_p = 0$. Vrijednost naprezanja prije nastanka procesa razdvajanja $t < t_p$ je dana izrazom:

$$\tau = \left[\frac{2t}{t_p} - \left(\frac{t}{t_p} \right)^2 \right] fs \tag{4.11}$$

pri čemu izraz $t_p = 2hf_s / p_0$ odgovara razdvajanju u trenutku postizanja posmične čvrstoće materijala f_s, h veličini konačnog elementa te p_0 *penalty* koeficijentu. Uslijed povećanja naprezanja iznad posmične čvrstoće materijala dolazi do razdvajanja klizanjem materijala $t > t_p$. Razdvajanje se nastavlja sve do postizanja vrijednosti t_c, za koju vrijednost posmičnog naprezanja iznosi nula. Vrijednost naprezanja materijala od trenutka postizanja vlačne čvrstoće do potpunog razdvajanja klizanjem je dana sljedećim izrazom:

$$\tau = z f_s \tag{4.12}$$

Pri čemu f_s predstavlja vrijednost tlačne čvrstoće, a z funkciju aproksimacije krivulje naprezanja-deformacije [17,24].

4.3.4. Vremenska integracija

Ponašanje diskretnih elemenata u kombiniranoj metodi konačnih i diskretnih elemenata je opisano putem čvornih sila i čvornih pomaka. Kako je svaki diskretni element diskretiziran mrežom konačnih elemenata, položaj elementa te njegov oblik u prostoru u svakom trenutku je opisan koordinatama čvorova konačnih elemenata s kojima je diskretiziran. Navedene koordinate čvorova se mogu prikazati u obliku

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \cdots \\ x_i \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix} \tag{4.13}$$

za koji ***n*** predstavlja ukupni broj stupnjeva slobode diskretnog elementa. Slično se preko čvorova konačnih elemenata mogu prikazati polja brzina nad diskretnim elementom:

$$\mathbf{v} = \dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \cdots \\ \dot{x}_i \\ \cdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} \tag{4.14}$$

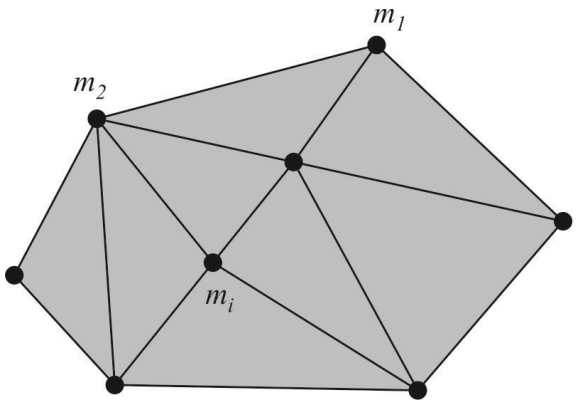
te polja ubrzanja:

$$\mathbf{a} = \ddot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \cdots \\ \ddot{x}_i \\ \cdots \\ \ddot{x}_n \end{bmatrix} \tag{4.15}$$

Kako svaki element posjeduje određenu masu, diskretizacija diskretnog elementa na mrežu konačnih elemenata rezultira i diskretizacijom same mase. U kombiniranoj metodi konačnih i diskretnih elemenata, masa je koncentrirana u čvorovima konačnih elemenata što se može prikazati sljedećim oblikom:

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_1 \\ m_2 \\ \cdots \\ m_i \\ \cdots \\ m_n \end{bmatrix} \tag{4.16}$$

Na slici 4.16. je prikazana diskretizacija mase jednog diskretnog elementa koncentrirana u čvorovima mreže konačnih elemenata.



Slika 4.16. *Prikaz modela koncentriranih masa [17].*

Sve sile koje djeluju na elemente se mogu prikazati zbrojeno u čvorovima konačnih elemenata u sljedećem obliku:

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \cdots \\ f_i \\ \cdots \\ f_n \end{bmatrix} \tag{4.17}$$

Zapisom masa elemenata, akceleracija i čvornih sila, moguće je postaviti dinamičku jednadžbu ravnoteže koja ima oblik:

$$\begin{bmatrix} m_1 & & & & & & \\ & m_1 & & & & & \\ & & m_2 & & & & \\ & & & \cdots & & & \\ & & & & m_i & & \\ & & & & & \cdots & \\ & & & & & & m_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \cdots \\ \ddot{x}_i \\ \cdots \\ \ddot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \cdots \\ f_i \\ \cdots \\ f_n \end{bmatrix} \tag{4.18}$$

Integracija dinamičke jednadžbe ravnoteže se svodi na metodu konačnih razlika koja se provodi eksplicitnim putem i čija stabilnost i preciznost ovisi o izboru veličine vremenskog koraka.

$$\mathbf{v}_{i,t+\Delta t/2} = \mathbf{v}_{i,t-\Delta t/2} + \Delta t\ \mathbf{m}^{-1}\ \mathbf{f}_{i,t} \tag{4.19}$$

$$\mathbf{x}_{t+\Delta t} = \mathbf{x}_{i,t} + \Delta t\ \mathbf{v}_{i,t+\Delta t/2} \tag{4.20}$$

gdje v_i, m_i, f_i, x_i predstavljaju vektore brzina, masa, sila i pomaka, a Δt vremenski korak. Iz dinamičke jednadžbe ravnoteže je vidljivo da se rješenje problema u kombiniranoj metodi konačnih i diskretnih elemenata svodi na rješavanje ***n*** linearnih jednadžbi u svakom vremenskom koraku [17,24]

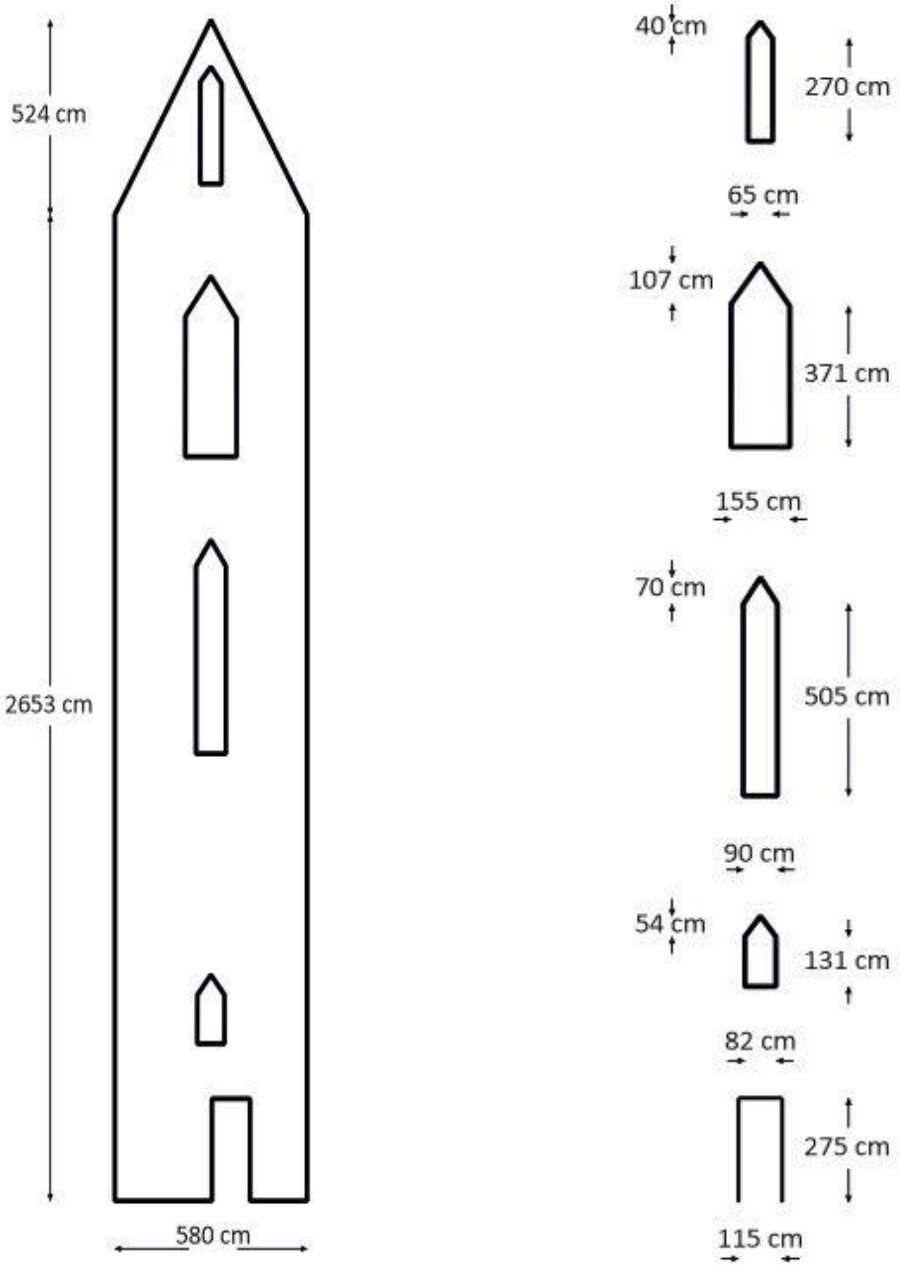
5. PRORAČUNSKI MODEL ZVONIKA CRKVE SV. FRANJE

Analiza zvonika crkve Sv. Franje je izvršena za gornji dio zvonika, točnije za dio iznad druge etaže koji je tlocrtno simetričan. Simetrični dio zvonika ima dimenzije širine i duljine od 5.8 metara te visinu od 31.77 metara pri čemu dio zvonika koji otpada na sami drveni krov s križem nije razmatran u analizi. Analiza je provedena na 2D modelu zvonika pri čemu je uzeta u obzir prostorna geometrija kroz variranje debljine konačnih elemenata. Naime, svim elementima koji se nalaze na udaljenosti manjoj od jednog metra od ruba modela je odabrana debljina od 5.8 metara što odgovara širini rubnih bočnih zidova. Elementima između dvaju rubnih područja je odabrana debljina u iznosu od 2 metra što odgovara zbroju debljina dvaju paralelnih uzdužnih zidova zvonika. S ciljem dobivanja što točnijeg numeričkog modela zvonika, provedena je analiza ponašanja građevine za četiri različita skupa mehaničkih parametara. Navedeni mehanički parametri su prethodno usvojeni u poglavlju 3. te su skupno prikazani u tablici 5.1.

Tablica 5.1. *Prikaz mehaničkih parametara modela zvonika*

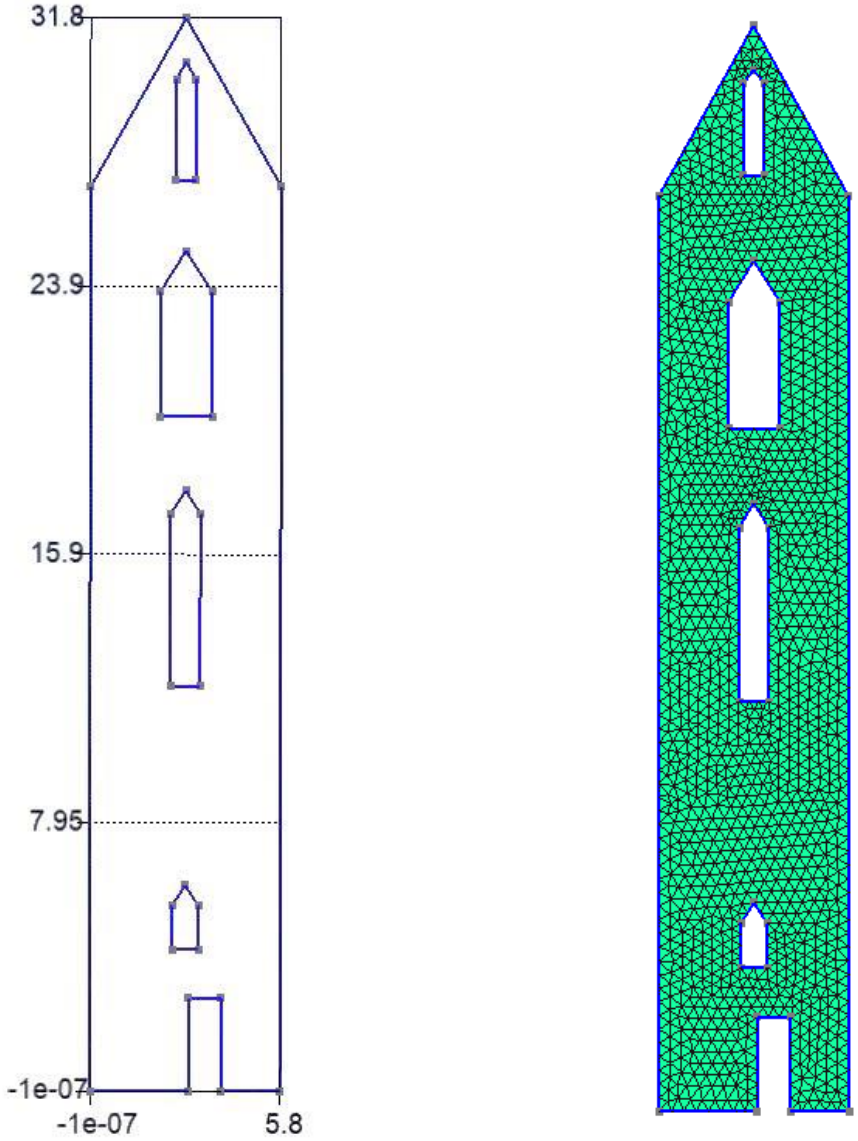
Model	f_s	f_t	G_s	G_t	E	μ	ν
MQI	0.56	0.11	16.65	16.65	2202	0.7	0.3
Model 1	0.4	0.1	40	20	2202	0.7	0.3
Model 2	0.6	0.15	60	30	2202	0.7	0.3
Model 3	0.8	0.2	80	40	2202	0.7	0.3

Geometrija 2D modela je zadana u programu Gmsh [26] povezivanjem odabranih točaka modela ravnim linijama. Nad tako stvorenim geometrijskim modelom uspostavljene su površine koje će biti diskretizirane mrežom trokutastih konačnih elemenata izuzimajući otvore u modelu. Kao što je prethodno objašnjeno u kombiniranoj metodi konačnih i diskretnih elemenata, svaki diskretni element koji čini model građevine je diskretiziran mrežom konačnih elemenata. Ukupan broj konačnih elemenata s kojim je početni model diskretiziran iznosi 4246. Na samom dnu modela je postavljen uvjet nepomičnosti čvorova. Na slici 5.1. je prikazana geometrija zvonika i otvora s pripadajućim dimenzijama.



Slika 5.1. *Prikaz dimenzija modela zvonika: a) Vanjske dimenzije; b) Dimenzije otvora*

Uz geometriju, svim modelima je jednaka i masa. Naime kao gustoća materijala ziđa za sva četiri modela zvonika je odabrana vrijednost u iznosu od 1 800 kg/m^3. Masa modela je zadana na takav način da je pravilno raspoređena u čvorovima konačnih elemenata. Na slici 5.2. je prikazana definirana geometrija modela zvonika uz njegovu diskretizacija mrežom trokutastih konačnih elemenata u programu Gmsh.



Slika 5.2. *Prikaz modela u programu Gmsh: a) Geometrija; b) Mreža konačnih elemenata*

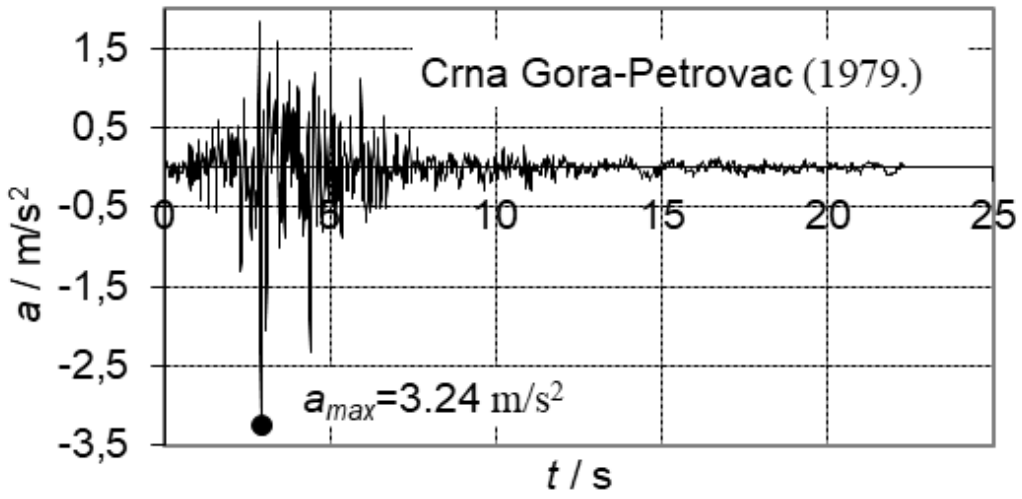
Tako zadani model sa svim odabranim svojstvima je implementiran u program Y [25] u kojem su provedene simulacije svih četiriju modela na odabrana potresna opterećenja.

6. PRORAČUN MODELA ZVONIKA CRKVE SV. FRANJE FEM/DEM METODOM

U ovom poglavlju su prezentirani rezultati analiza modela zvonika crkve Sv. Franje programom Y. Poglavlje je podijeljeno na dva djela u kojem se prvi dio odnosi na analizu sva četiri modela te evaluaciju njihovih ponašanja na odabrano opterećenje s ciljem odabira najrelevantnijeg modela izvornoj konstrukciji. U drugom djelu su prikazani rezultati daljnje analize odabranog modela s ciljem utvrđivanja granične otpornosti zvonika, to jest vršnog opterećenja za koje dolazi do sloma konstrukcije/modela.

6.1 Analize modela zvonika crkve Sv. Franje

Proračun modela zvonika je proveden na djelovanje seizmičkog opterećenja s ciljem odabira modela koji najtočnije oponaša stvarnu zidanu konstrukciju. Sva četiri modela su simulirana na jednako potresno opterećenje te su njihova ponašanja, to jest nastale štete, uspoređene s izvornim štetama nastalim na zvoniku uslijed djelovanja potresa u Zagrebu iz 2020. godine. Kao potres koji se često koristi u literaturi je odabran onaj iz Petrovca koji datira iz 1979. godine te koji je za ovu analizi skaliran na vršno ubrzanje iznosa 0.19 g što odgovara maksimalnom ostvarenom ubrzanju zagrebačkog potresa [1]. Na slici 6.1. je prikazan akcelelogram potresa u Petrovcu iz 1979. godine.



Slika 6.1. *Akcelelogram potresa u Petrovcu iz 1979. godine [18].*

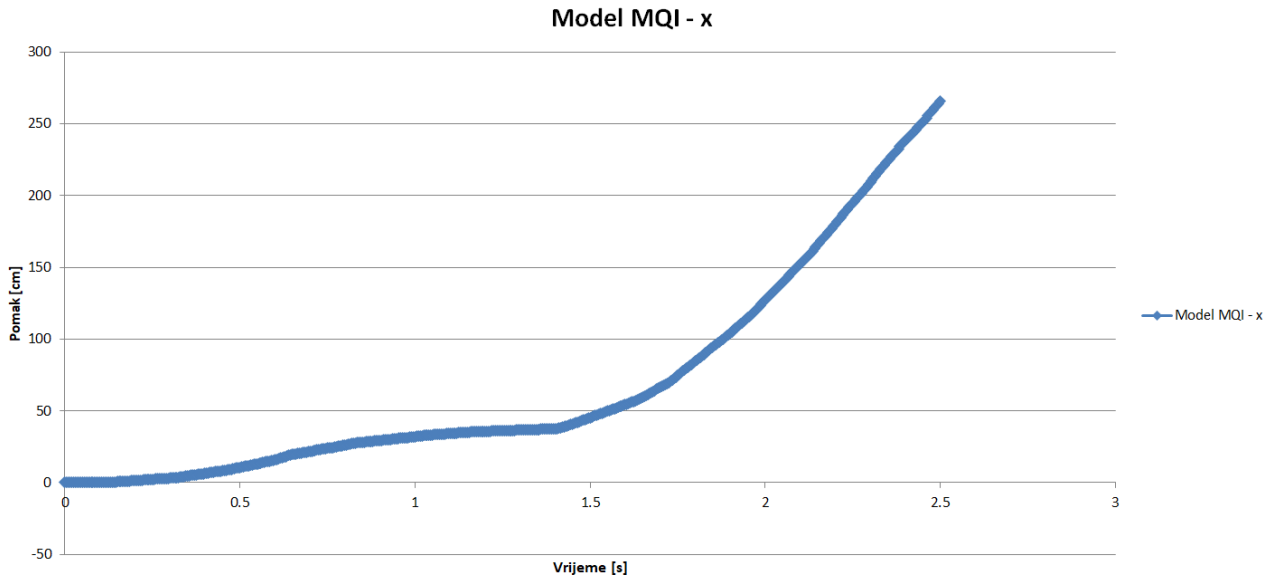
Navedeni potresni zapis ima trajanje od 25.7 sekundi. Kako bi se u samu analizu uključilo početno smirivanje konstrukcije i ponašanje konstrukcije nakon potresa, poput njihanja ili sloma, odabrana je duljina proračuna u trajanju od 26.8 sekunde što iznosi 1.0 sekunde dulje od vremena potresa. Kao proračunski korak analize je odabrana vrijednost od $0.5 \cdot 10^{-5}$ s, što rezultira ukupnom broju proračunskih koraka od 5 360 001. Maksimalan broj konačnih elemenata koji može nastati posljedicom razlamanja i pucanja materijala je proračunski ograničen na 29 722 K.E. Kako su vrijednosti Youngovog modula elastičnosti *E*, Poissonovog koeficijenta ν te koeficijenta trenja μ prethodno odabrani kao isti za sva četiri modela, u sljedećim podcjelina su navedeni samo oni parametri koji su mijenjani za svaki model. Rezultati analiza su prikazani u obliku slika stanja modela s prikazom svih oštećenja i grafovima horizontalnih pomaka točke vrha zvonika. Prikaz slika je omogućen programom M [27], također razvijenog od strane profesora Antonia Munjize. Ukupan broj dobivenih rezultata iz svake analize je odabran brojem proračunskih koraka nakon kojega program izbacuje jedan rezultat. Navedena vrijednost za slike stanja modela je odabrana na 12 000, dok za pomak točke vrha zvonika iznosi 1 000, što rezultira 446 prikaza stanja modela i 5 360 iznosa horizontalnog pomaka vrha za svaku provedenu analizu. Prvo su prikazani grafovi pomaka najviše točke zvonika, a zatim rezultati modela konstrukcije s prikazom oštećenja pri čemu su odabrani trenutci nastanka prvog oštećenja i finalno stanje konstrukcije.

6.1.1. MQI model

Prvi model na kojem je provedena analiza je model „Model MQI“ za koji su mehanički parametri dobiveni vizualnom metodom ocjenjivanja stanja konstrukcije. Promjenjivi mehanički parametri za navedeni model su:

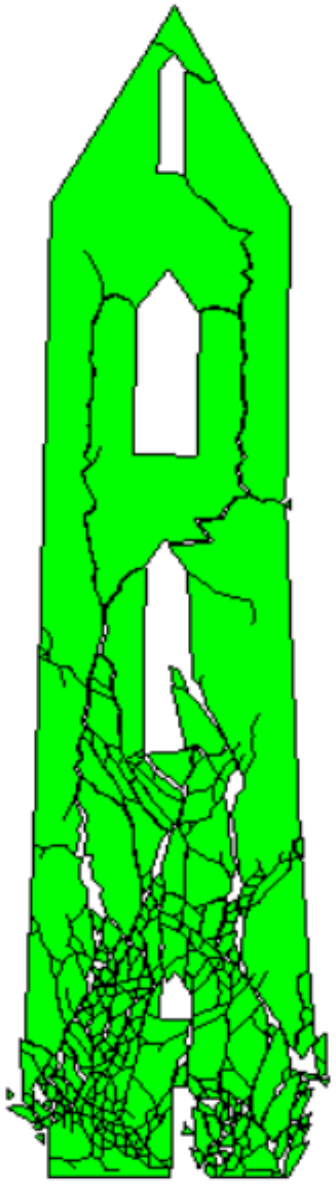
- Vlačna čvrstoća ziđa f_t = 0.56 MPa,
- Posmična čvrstoća ziđa f_s = 0.11 MPa,
- Vlačna energija loma G_t = 16.5 N/m,
- Posmična energija loma G_s = 16.5 N/m.

U nastavku na slici 6.2. je prikazan graf horizontalnog pomaka najviše točke modela „MQI model“ zvonika.



Slika 6.2. *Graf horizontalnog pomaka točke vrha zvonika modela „Model MQI“.*

Iz grafa 6.2. je vidljivo da model „Model MQI“ zvonika nije sposoban izdržati zadano potresno opterećenje. Štoviše, do urušavanja modela dolazi na samom početku proračuna uslijed utjecaja vlastite težine, što ukazuje na potpuno promašene mehaničke vrijednosti implementirane u navedeni model. Na slici 6.3. je prikazan model zvonika u trenutku sloma.



Slika 6.3. *Prikaz sloma modela „Model MQI“ zvonika.*

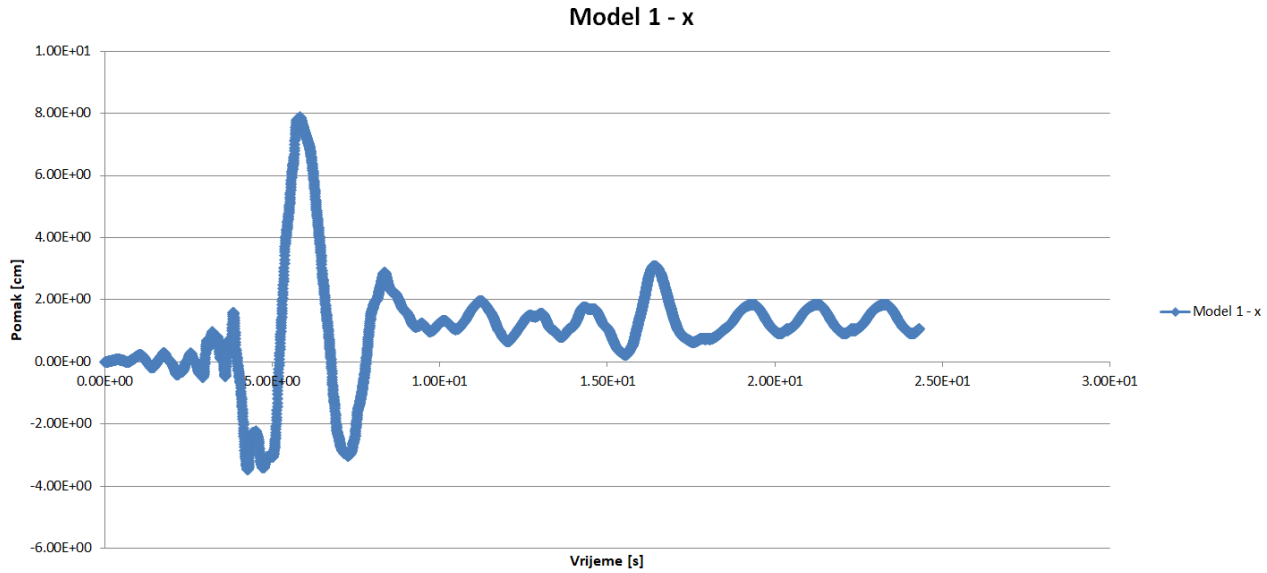
Na slici 6.3. je vidljiv slom donjih dijelova modela zvonika uslijed djelovanja gravitacije na način da je došlo do bočnog pucanja zidova. Iz navedenog je očito da procjena mehaničkih parametara vizualnom metodom „Masonry Quality Index“ nije rezultirala realnim vrijednostima što ukazuje na određenu nepreciznost i potreban oprez prilikom evaluacije čvrstoća konstrukcija navedenom metodom.

6.1.2. Model 1

Sljedeći model na kojem je provedena analiza je „Model 1“ za koji su mehanički parametri odabrani iskustveno. Promjenjivi mehanički parametri za navedeni model su:

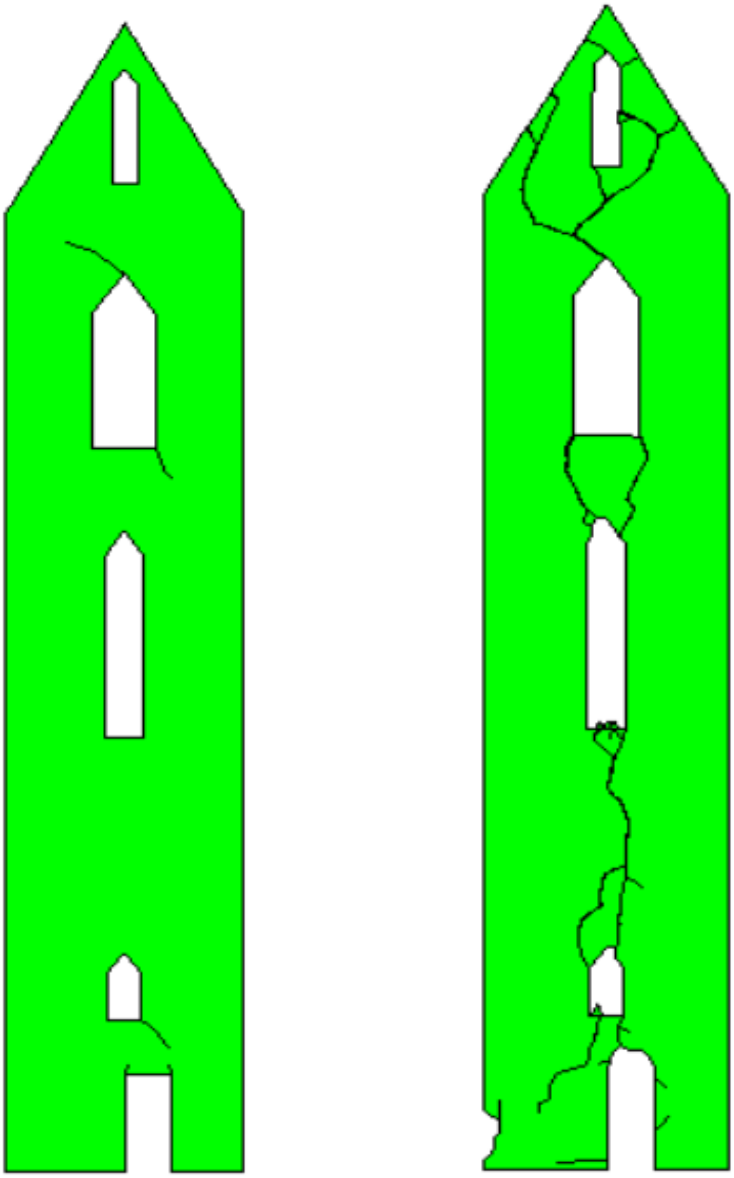
- Vlačna čvrstoća ziđa f_t = 0.10 MPa,
- Posmična čvrstoća ziđa f_s = 0.40 MPa,
- Vlačna energija loma G_t = 20 N/m,
- Posmična energija loma G_s = 40 N/m.

U nastavku na slici 6.4. je prikazan graf horizontalnog pomaka najviše točke modela „Model 1“ zvonika.



Slika 6.4. *Graf horizontalnog pomaka točke vrha zvonika modela „Model 1“.*

Na slici 6.4. je vidljivo da vrh zvonika modela postiže najveći horizontalni pomak oko pete sekunde djelovanja potresnog opterećenja što se poklapa s najvećim iznosima ubrzanja odabranog akcelelograma. Najveća vrijednost pomaka vrha zvonika iznosi 8 cm. Na slici 6.5. je prikazano nastajanje prvog oštećenja modela zvonika te finalno stanje nakon djelovanja potresa.



Slika 6.5. *Prikaz stanja modela zvonika a) Prvo oštećenje; b) Finalno stanje.*

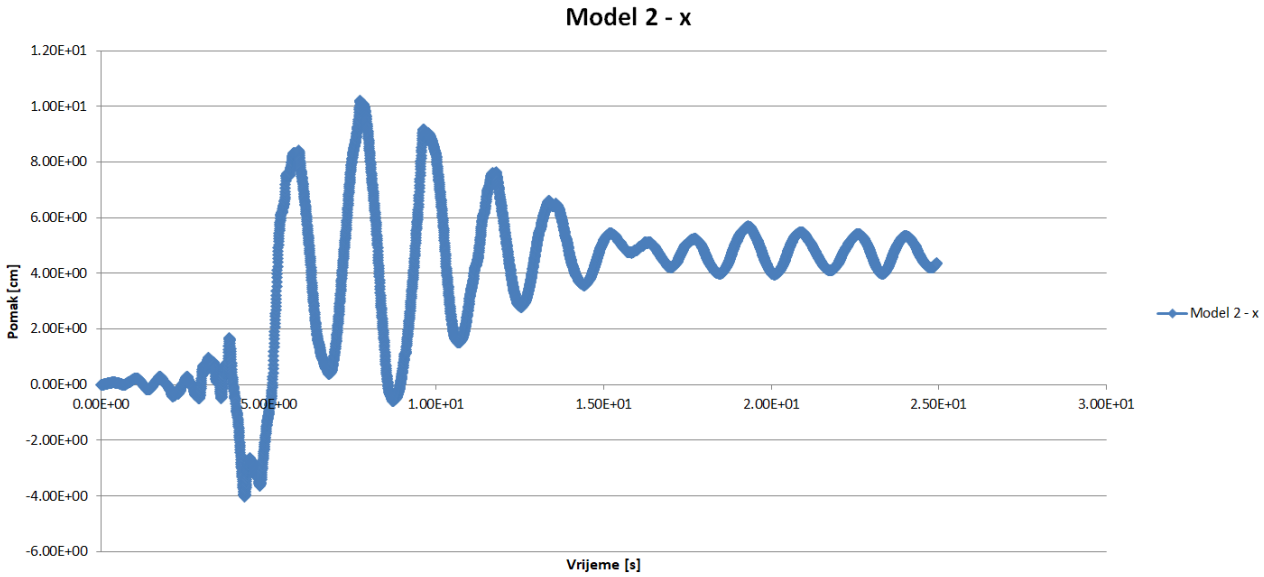
Prvo oštećenje u vidu sitnih pukotina na modelu nastaje nakon 3.84 sekunde. Odabrano potresno opterećenje model je izdržao bez urušavanja, ali je vidljiva nastala značajna šteta u vidu nastanka pukotina na zidovima i oko svih otvora. Veće štete su nastale na vrhu konstrukcije i na donjem lijevom djelu zida koji se odlomio te na svim nadvojima otvora.

6.1.3. Model 2

Treći model na kojem je provedena analiza je „Model 2“ za koji su mehanički parametri određeni iskustveno. Promjenjivi mehanički parametri za navedeni model su:

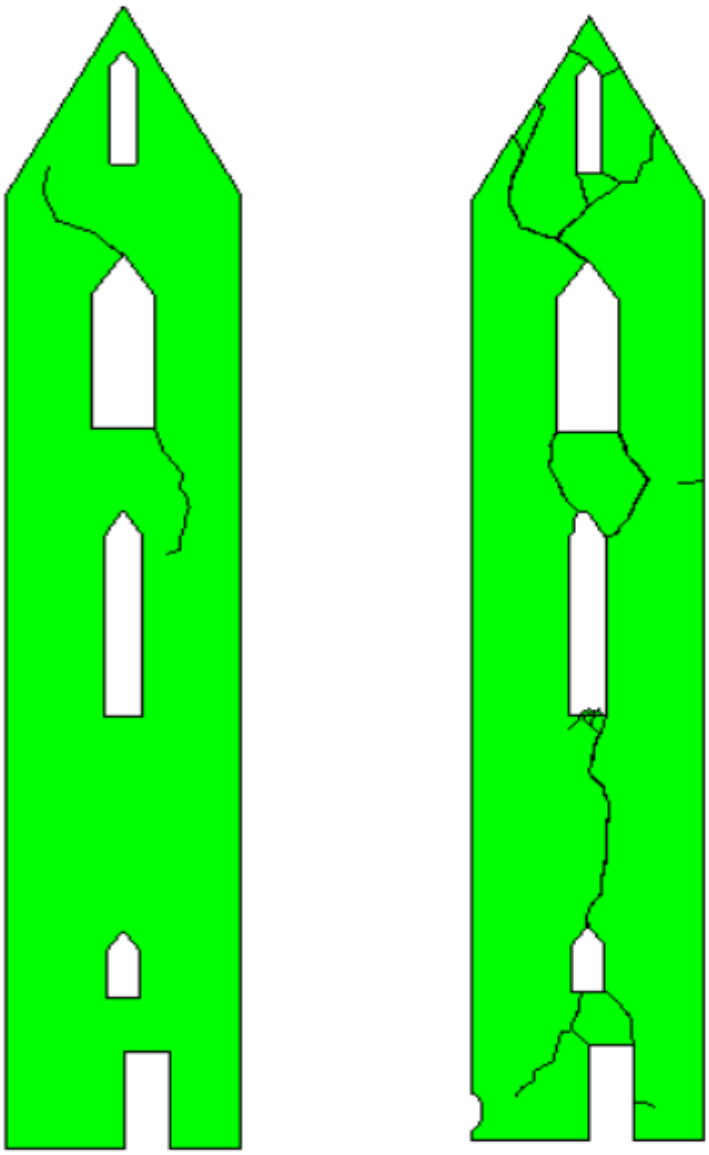
- Vlačna čvrstoća ziđa f_t = 0.15 MPa,
- Posmična čvrstoća ziđa f_s = 0.60 MPa,
- Vlačna energija loma G_t = 30 N/m,
- Posmična energija loma G_s = 60 N/m.

U nastavku na slici 6.6. je prikazan graf horizontalnog pomaka najviše točke modela „Model 2“ zvonika.



Slika 6.6. *Graf horizontalnog pomaka točke vrha zvonika modela „Model 2“.*

Na slici 6.6. je vidljivo da vrh zvonika modela postiže najveći horizontalni pomak oko sedme sekunde djelovanja potresnog opterećenja u iznosu od 10 cm. Trajni pomak vrha zvonika modela iznosi 5 cm oko kojeg konstrukcija ostvaruje relativno pravilne oscilacije. Na slici 6.7. je prikazano nastajanje prvog oštećenja modela zvonika te finalno stanje nakon djelovanja potresa.



Slika 6.7. *Prikaz stanja modela zvonika a) Prvo oštećenje; b) Finalno stanje.*

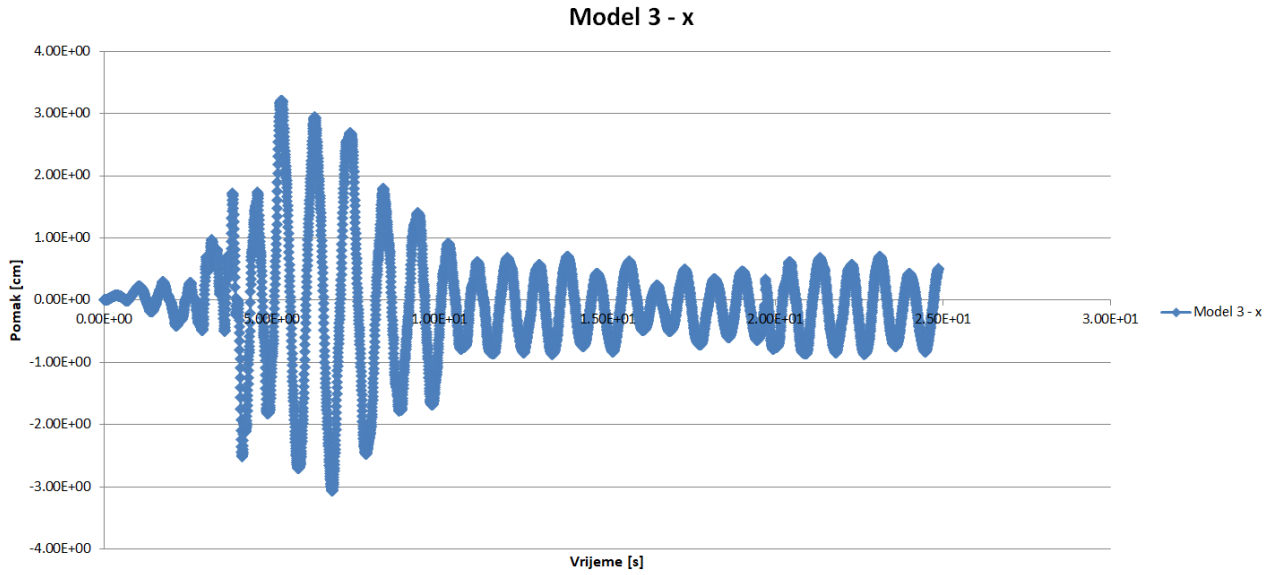
Prva nastala oštećenja na modelu su pojava manjih pukotine oko otvora modela. Navedena oštećenja nastaju nakon 3.9 sekundu što odgovara trenutku postizanja najvećih ubrzanja potresne pobude. Analizirani model je izdržao odabrano potresno opterećenje bez urušavanja uz nastale ozbiljne štete u vidu pukotina, odlamanja dijela donjeg lijevog zida i oštećenja nadvoja.

6.1.4. Model 3

Zadnji model na kojem je provedena analiza je „Model 3“ za koji su mehanički parametri odabrani iskustveno. Promjenjivi mehanički parametri za navedeni model su:

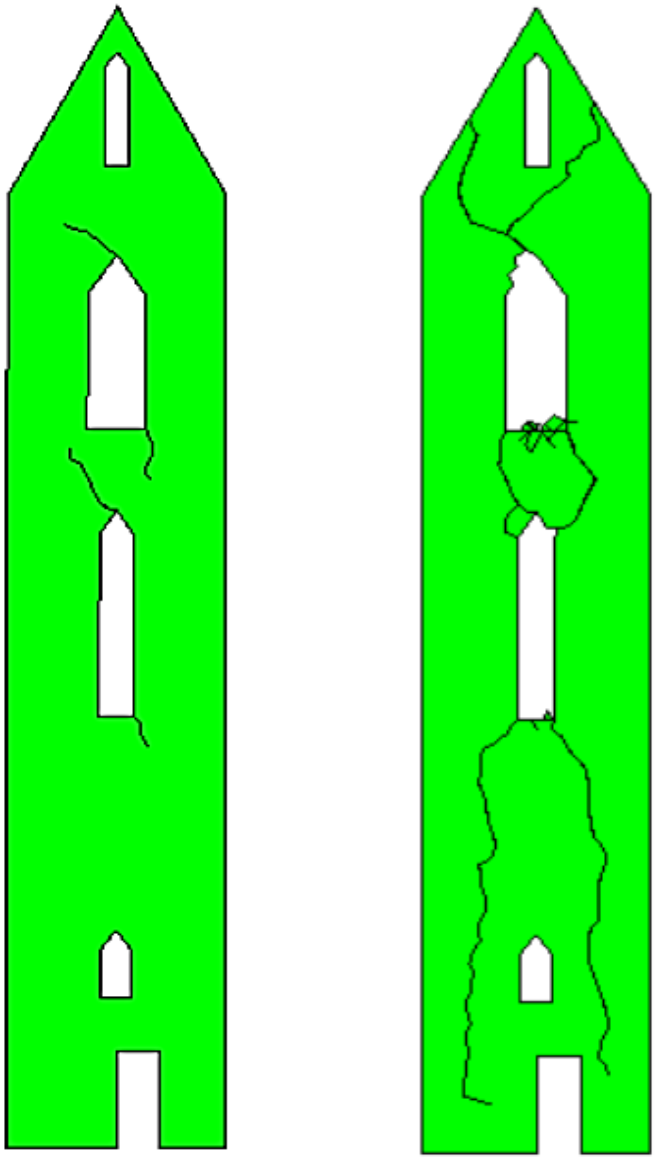
- Vlačna čvrstoća ziđa f_t = 0.20 MPa,
- Posmična čvrstoća ziđa f_s = 0.8 MPa,
- Vlačna energija loma G_t = 40 N/m,
- Posmična energija loma G_s = 80 N/m.

U nastavku na slici 6.8. je prikazan graf horizontalnih pomaka najviše točke modela „Model 3“ zvonika.



Slika 6.8. *Graf horizontalnog pomaka točke vrha zvonika modela „Model 3“.*

Na slici 6.8. je vidljivo pravilno harmonijsko osciliranje vrha zvonika modela. Najveći ostvareni pomak vrha modela iznosi otprilike 3 cm te se ostvaruje za vrijeme postizanja najvećih ubrzanja potresa. Vidljiv je minimalan ostvaren trajni pomak vrha zvonika u iznosu od 0.2 – 0.4 cm. Na slici 6.9. je prikazano nastajanje prvog oštećenja modela zvonika te finalno stanje nakon djelovanja potresa.

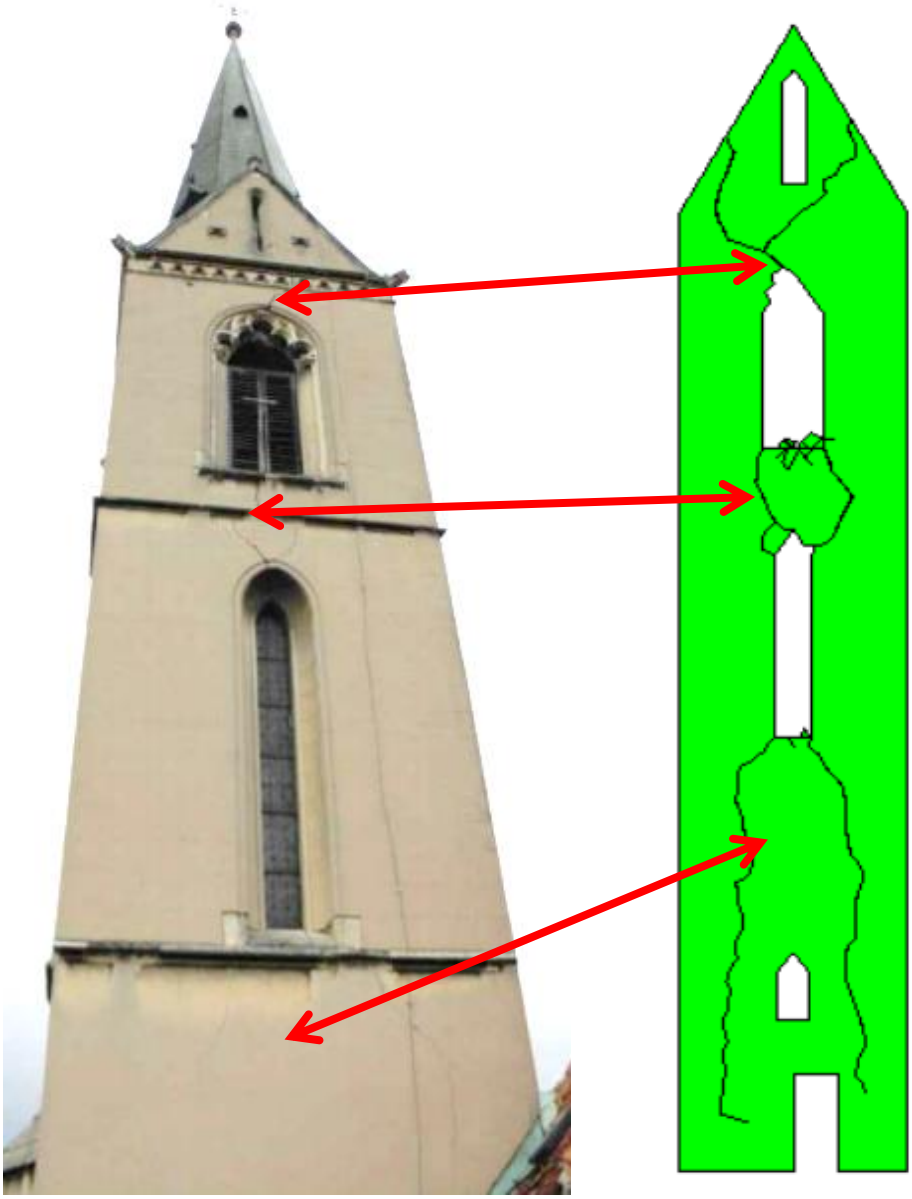


Slika 6.9. *Prikaz finalnog stanja modela zvonika.*

Slično kao i kod prethodna dva modela, prva oštećenja u vidu pukotina oko nadvoja su nastala nakon 3.9 s, to jest u trenutku ostvarivanja najveće vrijednosti potresnog ubrzanja. Ukupna nastala oštećenja modela 3 su pukotine zidova konstrukcije te oštećenja nadvoja okvira.

6.1.4. Odabir najrelevantnijeg modela

Nakon provedbe svih analiza i dobivanja prethodno prikazanih rezultata, potrebno je odabrati najtočniji model koji ponašanjem i nastalom štetom što preciznije opisuje stvarnu zidanu konstrukciju. Modeli „MQI model“ i „Model 1“ se znatno razlikuju od stvarnog stanja konstrukcije zbog potpunog urušavanja prvog modela te znatnih oštećenja kod drugog. Kao najrelevantniji model zvonika crkve Sv. Franje za daljnje analize je odabran model „Model 3“ zbog najvećih podudaranja pri nastalim oštećenjima. U nastavku rada na slici 6.10 i tablici 6.1. su prikazana podudaranja u nastaloj šteti između odabranog reprezentativnog modela i stvarnog stanja zvonika.



Slika 6.10. *Prikaz podudaranja oštećenja modela i stvarne konstrukcije.*

U nastavku u tablici 11. su prikazani detalji podudaranja oštećenja dijelova zvonika.

Tablica 6.1. *Prikaz podudaranja dijelova zvonika*

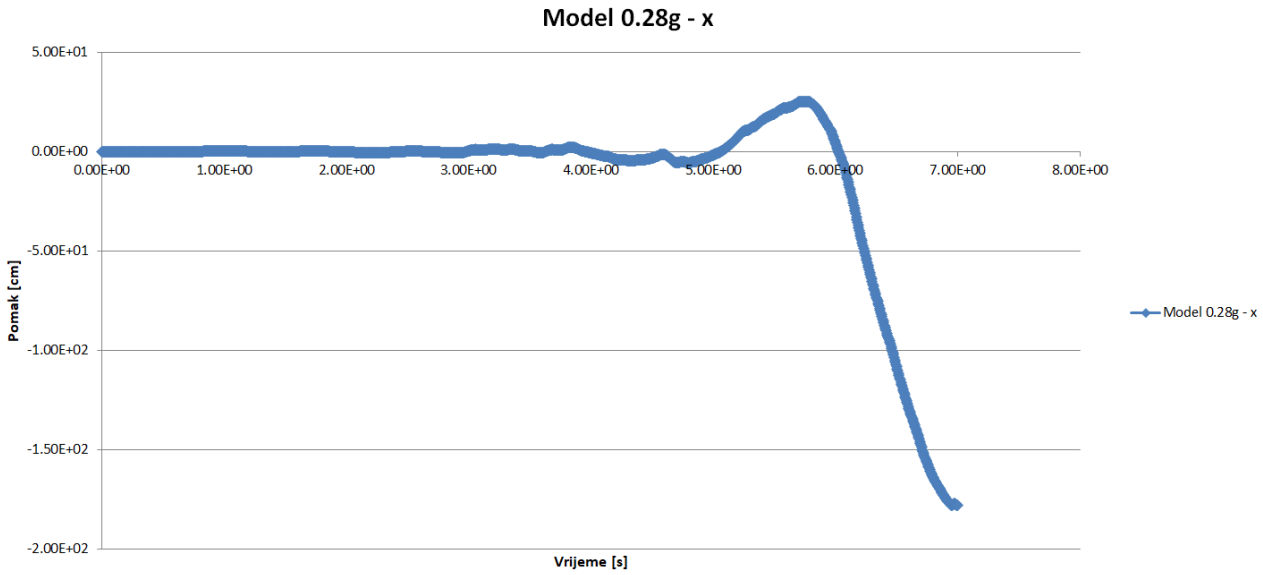
Podudaranja nastalih oštećenja konstrukcije na vrhu zvonika.

Podudaranja odlamanja nadvoja otvora na koti +27.26.

Usporedbom rezultata oštećenja numeričkog modela i stvarne konstrukcije, vidljiva je zadovoljavajuća sličnost u nastaloj šteti. Kako je pri analizi konstrukcije korišten potresni zapis "Petrovac" iz 1979. godine te mehanički parametri neprovjereni ispitivanjem, visok stupanj podudaranja i nije bio očekivan. Naime, iako je navedeni potres skaliran na jednako vršno ubrzanje koje je imao i potres u Zagrebu, nastanak štete naveliko ovisi i o samih karakteristikama potresa. Neke od navedenih karakteristika su vrijednost vršnog ubrzanja, vrijeme trajanja potresa, iznos dominantnog perioda osciliranja, količina valova s dominantnim periodom osciliranja itd. Za povećanu preciznost samog modela je potrebno koristiti originalni potresni zapis potresa u Zagrebu iz 2020. godine. Daljnje povećanje preciznosti podudaranja nastalih šteta numeričkog modela je moguće dobiti provedbom ispitivanja mehaničkih parametara ziđa zvonika i njihovom implementacijom u sami model.

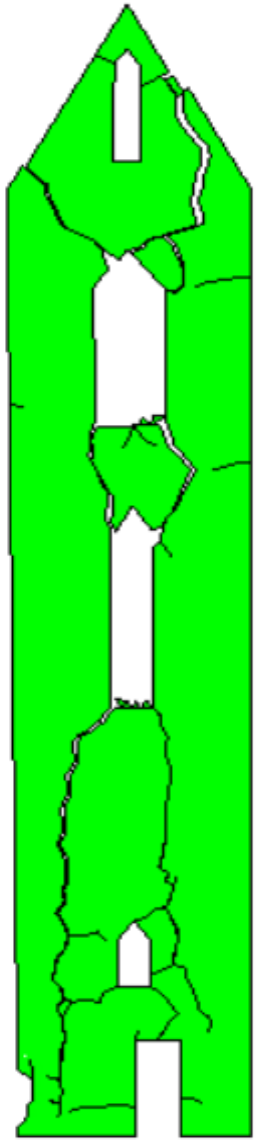
6.2 Utvrđivanje granične otpornosti zvonika

Nakon odabira najtočnijeg modela, provedene su daljnje analize istog kako bi se utvrdila granična otpornost zvonika, odnosno vršna vrijednost ubrzanja potresnog opterećenja za koje dolazi do potpunog urušavanja građevine. Vrijednost iznosa skaliranja odabranog akcelelograma je postepeno povećavana sve dok nije nastupilo potpuno urušavanja modela. Provedbom više analiza, utvrđena je granična otpornost modela zvonika u iznosu ubrzanja od 0.28 g. Na slici 6.11. je prikazan graf pomaka najviše točke zvonika uslijed djelovanja navedenog skaliranog potresa.



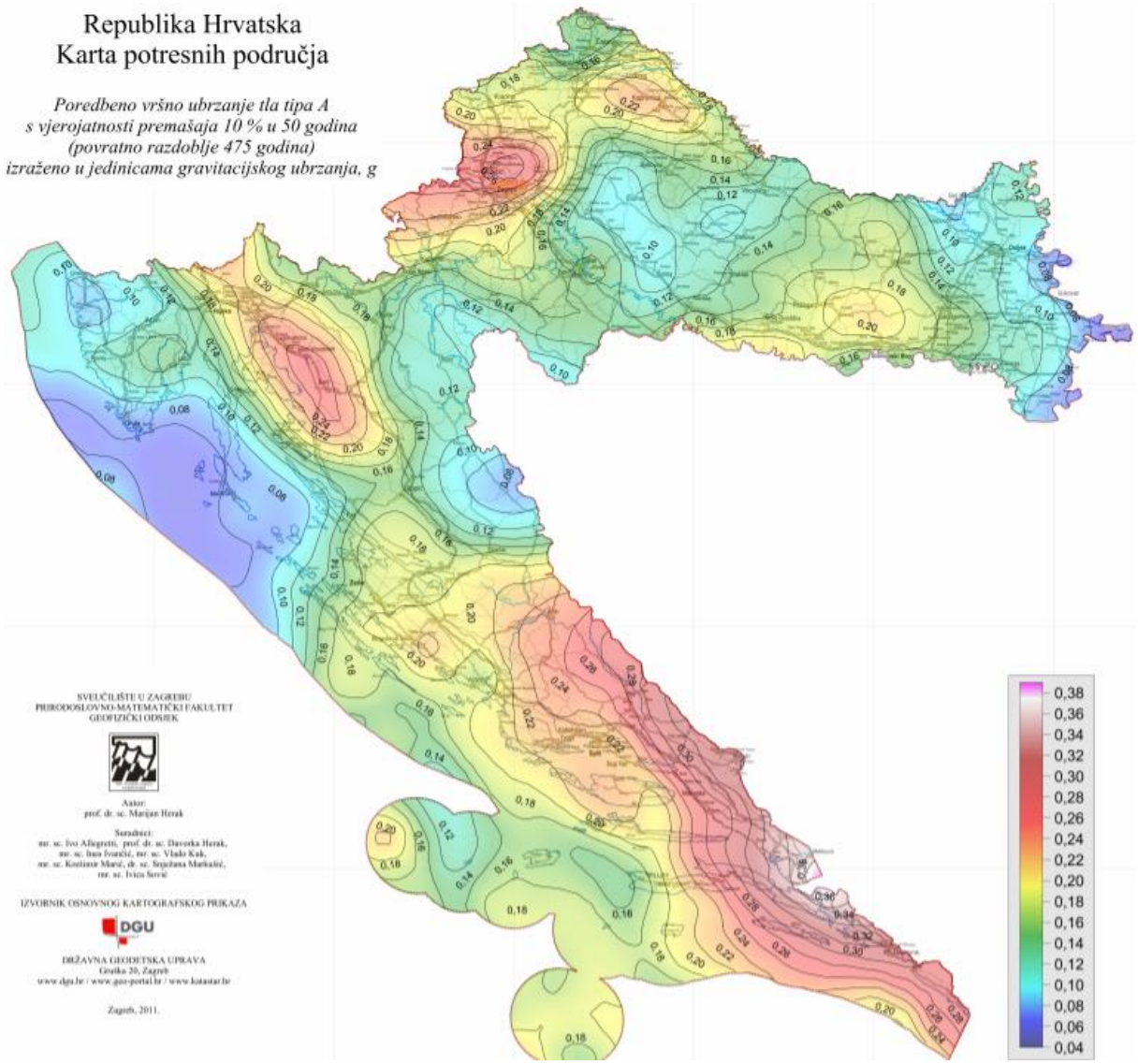
Slika 6.11. *Graf horizontalnog pomaka točke vrha zvonika reprezentativnog modela za ubrzanje 0.28 g.*

Analizom je utvrđeno da do urušavanja zvonika dolazi u trenutku od 6.10 sekunde odlamanjem gornjeg dijela zvonika i pucanjem donjih dijelova zidova. Na slici 6.12. je prikazana slika stanja modela u navedenom trenutku urušavanja.



Slika 6.12. *Prikaz trenutka urušavanja reprezentativnog modela zvonika.*

Provedenim analizama je utvrđeno kako je zvonik crkve Sv. Franje imao određene rezerve nosivosti pri potresu koji ga je pogodio 2020. godine. Kao što je prethodno prikazano, povećanje ubrzanja potresnog djelovanja za 40 % dovodi do potpunog urušavanja konstrukcije. Po svemu sudeći, do nastanka većih šteta i mogućeg djelomičnog urušavanja je moglo doći u slučaju nepovoljnijeg karaktera potresa, poput većeg broja valova s dominantnim periodom osciliranja ili dužeg trajanja samoga djelovanja. Prema osnovnim zahtjevima zaštite Eurocoda 8, građevinu je potrebno projektirati i izvesti tako da izdrži bez urušavanja najjači referentni potres za područje na kojemu se nalazi. U nastavku na slici 6.13. je prikazana seizmološka karta Hrvatske, prihvaćena kao dio Nacionalnog dodatka Eurokodu 8. Referentni povratni period potresa iznosi 475 godina.



Slika 6.13. *Prikaz seizmološka karte Hrvatske za povratni period od 475 godina [34].*

Iz karte je vidljivo da je iznos ubrzanja referentnog potresa za područje grada Zagreba 0.26 g. Kako je analizom utvrđeno da do urušavanja konstrukcije dolazi za ubrzanje potresa od 0.28 g, neoštećena građevina kao takva je prije potresa zadovoljava današnje propise. Iz svega navedenog se zaključuje kako je građevinu potrebno detaljno obnoviti i sanirati bez računanja na trenutnu otpornost samog ziđa konstrukcije na razinu nosivosti minimalnoj onoj prije potresa, prema svim modernim propisima i zahtjevima, kako bi se izbjegle eventualne veće štete ili urušavanja u budućnosti.

7. ZAKLJUČAK

Zbog nepredvidljivosti pojava i snaga potresa te mogućnosti nastanka ogromnih ljudskih i materijalnih šteta njihovim djelovanjima, nužno je razviti i ovladati metodama procjene takvih utjecaja na građevine. Cilj ovog diplomskog rada je bio izrada numeričkog modela zvonika crkve Sv. Franje te njegova analiza u svrhu utvrđivanja granične nosivosti konstrukcije kako bi se obnovom i ojačavanjem uklonio rizik od pojava budućih šteta. Predmetna građevina je modelirana kombiniranom metodom konačnih i diskretnih elemenata kojom je omogućeno praćenje ponašanja konstrukcije na seizmička djelovanja uz uključivanje mehanizama kao što su veliki pomaci i rotacije, nastanak pukotina i razdvajanje dijelova konstrukcije do eventualnog sloma. Izrađena su četiri modela konstrukcije, različitih mehaničkih svojstava, s ciljem dobivanja što relevantnijeg numeričkog modela. Svaki od modela je diskretiziran sa 4 246 konačnih elemenata te analiziran na odabrani skalirani potres ekvivalentni stvarnom. Analiza je provedena u programu Y, a odabir najtočnijeg modela je baziran na usporedbi krajnjih nastalih šteta numeričkog modela i stvarne konstrukcije. Utvrđeno je da numerički model „Model 3“ ima najveće sličnosti u nastaloj šteti te je navedeni model daljnje analiziran postepenim povećavanjem skaliranih potresnih djelovanja do postizanja konačnog sloma. Ustanovljeno je da za potresno djelovanje od 0.28 g vršnog ubrzanja dolazi do potpunog sloma modela konstrukcije. Ovakav pristup modeliranja i analize građevine se pokazao vrlo uspješan. Naime, usporedbom oštećenja numeričkog modela zvonika s izvornim stanjem konstrukcije je vidljiv visok stupanj podudaranja u nastaloj šteti. Veća preciznost modela je moguća uz detaljna ispitivanja mehaničkih parametara građevine s ciljem implementiranja istih u model, korištenjem akcelelograma izvornog potresa te možebitno povećavanjem gustoće mreže konačnih elemenata. Provedenim analizama se pokazalo kako izradom numeričkih modela kombiniranom metodom konačnih i diskretnih elemenata je moguće precizno utvrditi ponašanje stvarnih objekata na potresna djelovanja. Ovaj rad pruža primjer kako s dovoljnom preciznošću provesti analizu rizičnih građevina, nedovoljno poznatih mehaničkih parametara, na buduća potencijalna potresna djelovanja s ciljem očuvanja ljudskih života te minimiziranja materijalne štete.

8. LITERATURA

[1] Markušić S. The Zagreb (Croatia) M5.5 Earthquake on 22 March 2020, 2020.

[2] Foretić D, Foretić I, Foretić F. Plan i program obnove Franjevačkog samostana - Mapa I. FORETIĆ I SINOVI d.o.o., 2020; Dugo Selo, Hrvatska.

[3] Foretić D, Foretić I, Foretić F. Snimka postojećeg stanja Franjevačkog samostana - Mapa I. FORETIĆ I SINOVI d.o.o., 2020; Dugo Selo, Hrvatska.

[4] Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet. Izvješće o istražnim radovima na konstrukciji crkve Sv. Franje i franjevačkog samostana u Zagrebu, 2021; Zagreb, Hrvatska.

[5] Lourenco P.B. Computational strategy for masonry structures, 1996.

[6] Oliveira DV de C. Experimental and Numerical Analysis of Blocky Masonry Structures Under Cyclic Loading Análise Experimental E Numérica De Estruturas De Alvenaria De Blocos Sob Acções Cíclicas. Test 2003:221.

[7] Lourenço P.B. Experimental and numerical issues in the modelling of the mechanical behaviour of masonry. Struct Anal Hist Constr II 1998:57–91.

[8] Lourenço P.B. Computations on historic masonry structures. Prog Struct Eng Mater 2002;4:301–19. https://doi.org/10.1002/pse.120.

[9] Witzany J, Zigler R, Čejka T, Pospíšil P, Holický M, Kubát J, et al. Physical and Mechanical Characteristics of Building Materials of Historic Buildings. Stavební Obz - Civ Eng J 2017;26:343–60. https://doi.org/10.14311/cej.2017.04.0029.

[10] Pluijm R van der. Out-of-Plane Bending of Masonry Behaviour and Strength. 1999. https://doi.org/10.6100/IR528212.

[11] Ozmen C, Akan AE, Unay AI. Proračun povijesne zidane zgrade. Gradjevinar 2011;63:449–58.

[12] Borri A, Corradi M, Castori G. A method for the analysis and classification of historic masonry. Bull Earthq Eng 2015:2647–65. https://doi.org/10.1007/s10518-015-9731-4.

[13] Borri A, De Maria A. Indice di Qualità Muraria (IQM): correlazione con le caratteristiche meccaniche e livelli di conoscenza. ReLuis 2015 - Linea Costr Muratura 2015:45–63.

[14] Ghiassi B., Gabriele M. Numerical Modeling of Masonry and Historical Structures. Woodhead Publishing, Duxford. U.K. 2019.

[15] Gotovac B, Kozulić V, Nikolić M, Kurbaša N. Mehanika deformabilnog tijela, interna skripta – zapisi s predavanja; Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije, Sveučilište u Splitu, Split, 2020.

[16] Sorić, J. Metoda konačnih elemenata, Golden marketing, 2004; Zagreb.

[17] Smoljanović H. Seizmička analiza zidanih konstrukcija metodom konačno-diskretnih elemenata. Disertacija, 2013.

[18] Zubović E, Smoljanović, H, Trogrlić, B. Analiza stabilnosti suho zidanih kamenih nadvoja kombiniranom metodom konačno-diskretnih elemenata. Građevinar, 2015; doi: https://doi.org/10.14256/JCE.1156.2014

[19] Vizcarra GC, Nimbalkar S, Casagrande M. Modeling Behaviour of Railway Ballast in Prismoidal Apparatus Using Discrete Element Method. Procedia Eng 2016;143:1177–84. https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.06.125.

[20] Feng YT. An energy-conserving contact theory for discrete element modelling of arbitrarily shaped particles: Basic framework and general contact model. Comput Methods Appl Mech Eng 2021;373:113454. https://doi.org/10.1016/j.cma.2020.113454.

[21] Li X, Chu X, Feng YT. A discrete particle model and numerical modeling of the failure modes of granular materials. Eng Comput (Swansea, Wales) 2005;22:894–920. https://doi.org/10.1108/02644400510626479.

[22] Kruggel-Emden H, Wirtz S, Scherer V. A study on tangential force laws applicable to the discrete element method (DEM) for materials with viscoelastic or plastic behavior. Chem Eng Sci 2008;63:1523–41. https://doi.org/10.1016/j.ces.2007.11.025.

[23] Asteris PG, Chronopoulos MP, Chrysostomou CZ, Varum H, Plevris V, Kyriakides N, et al. Seismic vulnerability assessment of historical masonry structural systems. Eng Struct 2014;62–63:118–34. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2014.01.031.

[24] Munjiza A. The combined finite-discrete element method. John Wiley & Sons, 2014; London. U.K.

[25] Y: FEM/DEM COMPUTER PROGRAM, Copyright (C) 2000, Dr. Antonio Munjiza.

[26] Gmsh: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities, (2014) Version 2.8.5

[27] M: FEM/DEM Visualizer, Copyright (C) 2000, Dr. Antonio Munjiza.

[28] https://c1.primacdn.cz/sites/default/files/6/e1/5284071-istock-1194899511.jpg; (preuzeto 12.ožujka 2021.)

[29] https://farm9.staticflickr.com/8563/16546380268_449bc66848_b.jpg; (preuzeto 12.ožujka 2021.)

[30] https://images.squarespace-cdn.com/content/v1/549d41a3e4b003c6ce131926/1486068873430-XBWF67842BVPJ22LMWJ6/ke17ZwdGBToddI8pDm48kGmScA6V2_DHTkmfhjdEzm97gQa3H78H3Y0txjaiv_0fDoOvxcdMmMKkDsyUqMSsMWxHk725yiiHCCLfrh8O1z5QPOohDIaIeljMHgDF5CVlOqpeNLcJ80NK65_fV7S1UZMI6X7yGUDybalAFUlJQFpALT4Jd0h1Jp53vKTUc5VLbka3MzgShcsnUbwZjk4-8w/image-asset.jpeg?format=1500w; (preuzeto 16. ožujka 2021.)

[31] https://media.beniculturali.it/mibac/files/boards/388a5474724a15af0ace7a40ab3301de/Toscana/Firenze/Firenze,%20Cattedrale%20di%20Santa%20Maria%20del%20Fiore.jpg; (preuzeto 16. ožujka 2021.)

[32] https://bostonvalley.com/wp-content/uploads/2015/02/1-1.jpg; (preuzeto 02. travnja 2021.)

[33] https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcTo1zkbsx8OTLbwDu1nYlng2pujLzugE_-ybA&usqp=CAU; (preuzeto 02. travnja 2021.)

[34] https://hr.n1info.com/wp-content/uploads/2021/01/A475_2011_800k_FINAL.jpg; (preuzeto 11. svibnja 2021.)

[35] Trogrlić B, Nižetić Đ, Franjevački samostan, Kaptol, Zagreb, Projekt cjelovite obnove konstrukcije zgrade, Građevinski projekt - Glavni projekt konstrukcije, Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije, ZOP: 563-13/20; T.D. 1320B-05/21, Split, lipanj 2021.