

Seizmički proračun tornja u talijanskoj pokrajini Rovigo metodom konačno-diskretnih elemenata

Livaja, Ana

Master's thesis / Diplomski rad

2022

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:

University of Split, Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy / Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:123:553919>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-07-17**



Repository / Repozitorij:

[FCEAG Repository - Repository of the Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy, University of Split](#)



UNIVERSITY OF SPLIT



DIGITALNI AKADEMSKI ARHIVI I REPOZITORIJI

SVEUČILIŠTE U SPLITU
FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE

DIPLOMSKI RAD

Ana Livaja

Split, 2022.

**SVEUČILIŠTE U SPLITU
FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I
GEODEZIJE**

Ana Livaja

**Seizmički proračun tornja u talijanskoj pokrajini
Rovigo metodom konačno - diskretnih elemenata**

Diplomski rad

Split, 2022.

Seizmički proračun tornja u talijanskoj pokrajini Rovigo metodom konačno - diskretnih elemenata

Sažetak:

Cilj rada je izrada numeričkog modela koji prikazuje ponašanje konstrukcije uslijed potresnog djelovanja. Korištena su tri razorna potresa koja su se dogodila u povijesti Campano Lucano 1980. Italija, Petrovac 1979. Crna Gora i South Iceland 2000. (Island). Analiza se vršila na zidanoj konstrukciji izrađenoj u 17. stoljeću koja ima namjenu zvonika, a smještena je u pokrajini Rovigo u sjevero-istočnom dijelu Italije. Metoda proračuna korištena je kombinacijom konačnih i diskretnih elemenata. Kao rezultat rada dobiveni su rezultati krajnjih stanja konstrukcije do potpunog sloma.

Ključne riječi:

Toranj, zidanja građevina, numerički model, metoda konačno diskretnih elemenata, pomak, vršno ubrzanje tla

Seismic analysis tower in Italian province Rovigo by finite and discrete element method

Abstract:

The goal of this work was making of numerical model that shows construction behaviour during earthquake. Three destructible historical earthquakes were used: Campano Lucano 1980. Italy, Petrovac 1979. Montenegro and South Iceland 2000. Iceland. Analysis was conducted on a brick building constructed in 17th century that was used as bell tower, and it's placed in Italian northeast province of Rovigo. Calculation method was a combination of finite and discrete element method. Final results of this work were values of marginal states of construction until the final breakdown.

Keywords:

Tower, brick construction, numerical model, finite and discrete element method, displacement, peak ground acceleration

**SVEUČILIŠTE U SPLITU
FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE**

STUDIJ: DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ GRAĐEVINARSTVA

KANDIDAT: Ana Livaja

MATIČNI BROJ (JMBAG): 0083217010

KATEDRA: Katedra za teoriju konstrukcija

PREDMET: Dinamika konstrukcija i potresno inženjerstvo

ZADATAK ZA DIPLOMSKI RAD

Tema: Seizmički proračun tornja u talijanskoj pokrajini Rovigo metodom konačno-diskretnih elemenata

Opis zadatka: Na temelju zadane geometrije modela zidanog tornja na području Italije potrebno je napraviti analizu seizmičke otpornosti predmetne građevine koristeći kombiniranu metodu konačnih i diskretnih elemenata (FEM/DEM). Seizmičku analizu provesti za zapise tri potresa: Campano Lucano, Petrovac i South Iceland. Analizirati četiri različita rubna uvjeta: (1) slobodnostojeći na elastičnoj podlozi, (2) upeti u krutoj podlozi, (3) slobodnostojeći na krutoj podlozi, (4) ukopan u elastičnu podlogu. Potrebno je provesti analizu dobivenih rezultata i donijeti zaključke o prednostima i nedostacima različitih načina oslanjanja tornja na podlogu.

U Splitu, ožujak 2022.

Voditelji Diplomskog rada:

Izv. prof. dr. sc. Nikolina Živaljić

Izv. prof. dr. sc. Hrvoje Smoljanović

Predsjednik Povjerenstva

za završne i diplomske ispite:

izv. prof. dr. sc. Ivo Andrić

Sadržaj

| | |
|--|----|
| 1. UVOD..... | 1 |
| 2. METODA PRORAČUNA..... | 5 |
| 3. PRIMJENA FEM/DEM METODE | 8 |
| 3.1. Geometrijske karakteristike i diskretizacija modela | 9 |
| 3.2. Svojstva materijala..... | 10 |
| 3.3. Promatrana potresna djelovanja..... | 11 |
| 4. REZULTATI NUMERIČKIH ANALIZA | 13 |
| 4.1. Rezultati analiza za potres Campano Lucano | 13 |
| 4.1.a Slobodnostojeći toranj na elastičnoj podlozi | 13 |
| 4.1.b Upeti toranj na krutoj podlozi..... | 17 |
| 4.1.c Slobodnostojeći toranj na krutoj podlozi | 22 |
| 4.1.d Ukopani toranj u elastičnu podlogu..... | 24 |
| 4.2. Rezultati analiza za potres Petrovac..... | 27 |
| 4.2.a Slobodnostojeći toranj na elastičnoj podlozi | 27 |
| 4.2.b Upeti toranj na krutoj podlozi..... | 30 |
| 4.2.c Slobodnostojeći toranj na krutoj podlozi | 32 |
| 4.2.d Ukopani toranj u elastičnu podlogu..... | 34 |
| 4.3. Rezultati analiza za potres South Iceland | 36 |
| 4.3.a Slobodnostojeći toranj na elastičnoj podlozi | 36 |
| 4.3.b Upeti toranj na krutoj podlozi..... | 38 |
| 4.3.c Slobodnostojeći toranj na krutoj podlozi | 40 |
| 4.3.d Ukopani toranj u elastičnu podlogu..... | 42 |
| 5. ANALIZA NUMERIČKIH REZULTATA | 44 |
| 5.1. Analiza ponašanja tornja izloženog istom potresnom opterećenju uslijed različitih rubnih uvjeta 45 | |
| 5.2. Analiza ponašanja tornja s istim rubnim uvjetima izloženog različitim potresnim opterećenjima 47 | |
| 6. ZAKLJUČAK..... | 51 |
| 7. LITERATURA | 52 |

1. UVOD

Slaganje kamenih i glinenih blokova sa ili bez međusobnog povezivanja mortom poznata kao zidanje, najstarija je građevinska tehnika koja je sačuvana i do danas. Do tada korišten prirodni kamen postepeno je zamijenjen sve pravilnijim blokovima od blata ili gline. Osim izrade blokova ljudi su u različitim kulturama počeli razvijati i druge konstrukcijske oblike kao što su stupovi, lukovi, svodovi i kupole. Razlog rasprostranjenosti i dugoj tradiciji tehnike zidanja u prvom redu se prepisuje njenoj jednostavnosti, ali također i dugovječnosti zidanih konstrukcija koje su potrajale i do nekoliko tisuća godina. Uz već spomenutu jednostavnost koja je karakteristika zidanih konstrukcija, potrebno je posjedovati određena znanja kako bi mogli razumjeti i opisati mehaničko ponašanje takvih konstrukcija ovisno o uvjetima seizmičkog opterećenja kojem su izložene.

Toranj je jedna vrsta zidane građevine koja je značajno viša nego šira. Čovjek je kroz povijest njihovu visinu koristio u razne svrhe. Jednostavniji tornjevi poput svjetionika, zvonika, kula sa satovima i signalnih tornjeva bili su jedni od prvih oblika komunikacije na većim udaljenostima. Dok su tornjevi te svrhe u današnje vrijeme napretkom tehnologije uvelike premašili udaljenosti koje su u to vrijeme bile nedostižne, a danas su to razni radijski tornjevi, odašiljači i repetitori. Vrlo važnu ulogu imali su i za vrijeme mnogih ratova zato što su omogućavali bolju kontrolu nad bojištem i općenito bolju preglednost teritorija. Neboder je još jedna moderna izvedenica ove građevine, a danas je sve više korištena iz razloga što zauzima manje prostora na tlu i ide u visinu što je iznimno bitno naročito u velikim i prenapučenim gradovima.

Promatrana građevina nalazi se u sjevero-istočnom dijelu Italije u pokrajini Rovigo. Izgradnja tornja odnosno njegovog donjeg dijela počela je tijekom 13. stoljeća u vojne svrhe. Nastavlja se graditi u 15. stoljeću kada je izgrađeno novih 10 do 12 metara od ukupnih 20 metara visine. Potom u 17. stoljeću toranj dobiva svoj konačan izgled koji je upotpunjen izgradnjom dva prozora s lukovima. Time toranj dobiva svoj konačan izgled te je prenamijenjen u zvonik.

U doba kada je toranj građen i na tom geografskom području većina građevina izvedena je uglavnom od malih glinenih cigli s niskom do srednje tlačnom čvrstoćom u vrijednosti od 6 do 10 MPa i mortom sa slabom vlačnom čvrstoćom 0.05 MPa.

Izvornog naziva „matoni ferraresi“ su dimenzijama bili vrlo slični obliku cigle koja se danas koristi. Horizontalni strukturalni elementi poput krova i poda, izvodili su se od drvenih greda ili kombinacijom drvenih greda i malih glinenih svodova.

Uz brojne prednosti koje nam tornjevi pružaju upravo zbog svoje visine koja ujedno predstavlja rizik pri potresnom djelovanju i raznim drugim iznenadnim utjecajima od velike je važnosti provesti sva ispitivanja te izvršiti proračune na takva djelovanja.

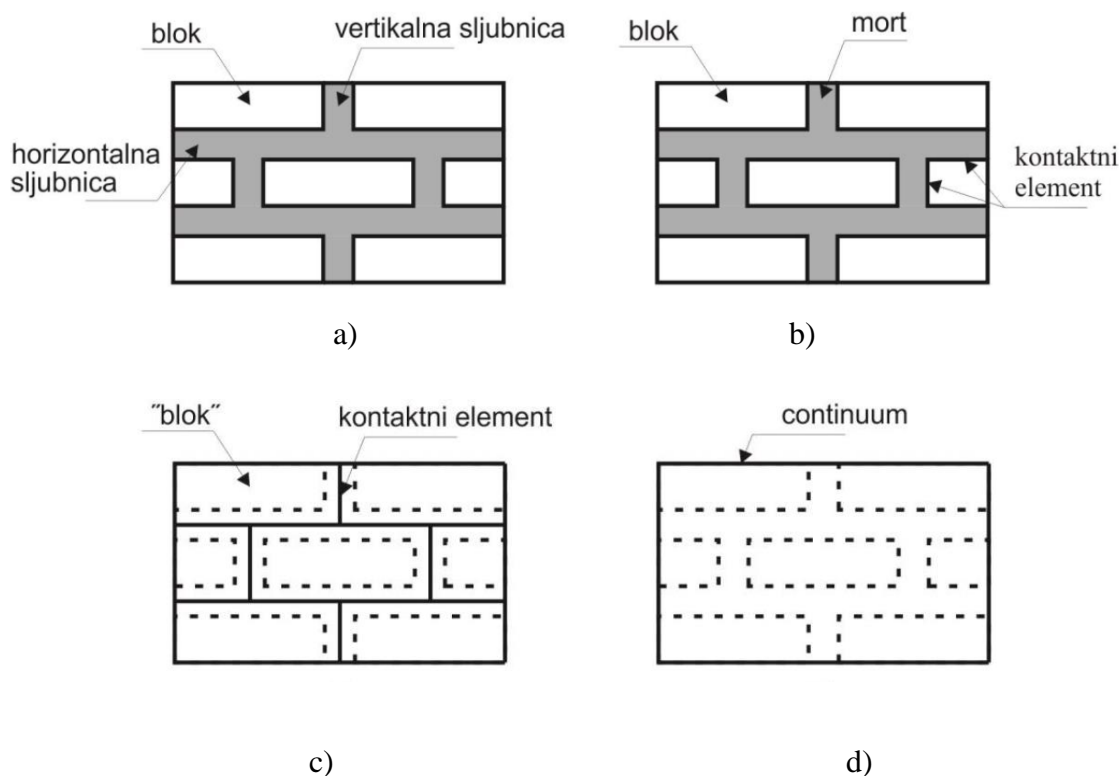
Metode namijenjene za seizmičku analizu zidanih konstrukcija mogu se svrstati u linearne u koje spadaju pojednostavljena ekvivalentna statička analiza te nelinearne, u koje spadaju statička metoda postupnog guranja i metoda odgovora u vremenu. Dinamička analitička metoda je jedna od numeričkih metoda koje se danas često koriste u analizi. Glavni cilj ove metode je da se analitičkim putem predvidi odgovor konstrukcije uslijed dinamičke pobude ili da se predvidi najmanja vrijednost horizontalnog ubrzanja podloge koje će uzrokovati slom konstrukcije.

Metode graničnih stanja temelje se na pretpostavkama koje je Couplet postavio još 1730. godine da zidana konstrukcija nema vlačnu čvrstoću, ima beskonačnu čvrstoću u tlaku te da se klizanje među sljubnicama ne može pojaviti. Usvajanje ovih pretpostavki omogućuje primjenu kinematičkog i statičkog teorema plastičnosti. Statički teorem ili teorem donje granice kaže da je konstrukcija stabilna, tj. da neće doći do sloma, ako se za zadano vanjsko opterećenje može pronaći statički prihvatljivo polje unutrašnjih sila. Dok kinematički teorem kaže da je konstrukcija nestabilna ako se može pronaći takav mehanizam za koji je rad vanjskih sila veći ili jednak nuli.

Najčešće korištena metoda za proračun zidanih konstrukcija kao i za proračun konstrukcija uopće zahvaljujući svojoj dugoj tradiciji je metoda konačnih elemenata. Do danas je razvijeno mnoštvo numeričkih modela zasnovanih upravo na metodi konačnih elemenata. Sve efekte koji se javljaju u zidanoj konstrukciji počevši od pojave i razvoja pukotina pa sve do konačnog sloma moguće je obuhvatiti jedino nelinearnom analizom. Elastični i neelastični

parametri najčešće se određuju na temelju eksperimentalnih ispitivanja uzoraka dovoljno velike veličine izloženih homogenom stanju naprezanja. Kao alternative složenim eksperimentalnim ispitivanjima mogu se odrediti svojstva pojedinačnih komponenti zidane konstrukcije (morta i blokova) koji služe kao ulazni podaci za tehnike numeričke homogenizacije.

Makro modeliranje intenzivno se koristilo za analizu seizmičkog odgovora kompleksnih konstrukcija kao što su lučni mostovi, povijesne građevine te katedrale. Nedostatak takvog modela je u tome što nisu u mogućnosti simulirati diskontinuitete koji se javljaju između blokova ili dijelova zidane konstrukcije.



Slika 1. Prikaz razina modeliranja zida: a) Prikaz elemenata zida; b) Mikromodeliranje; c) Pojednostavljeno mikromodeliranje; d) Makromodeliranje [2]

Glavno obilježje metode diskretnih elemenata koje je omogućilo njenu primjenu u analizi zidanih konstrukcija je prezentacija konstrukcije kao skupa zasebnih blokova međusobno povezanih kontaktnim elementima. Ovaj pristup omogućio je simuliranje kolapsa

konstrukcije uslijed rotacije, klizanja među sljubnicama te udarnog opterećenja. Prikladna je za modeliranje na pojednostavljenoj mikro razini gdje su blokovi prezentirani kao diskretni elementi međusobno povezani kontaktnim elementima koji simuliraju prisutnost morta ili pravoj mikro razini gdje su i mort i blokovi diskretizirani s nizom manjih elemenata s tim da su kontaktnim elementima u bloku dana jedna svojstva, kontaktnim elementima u mortu druga, a kontaktnim elementima između morta i bloka treća svojstva.

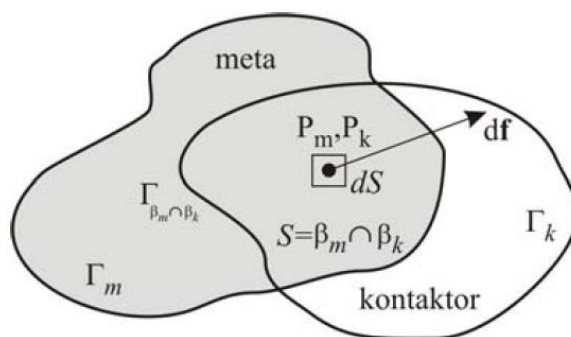
Upravo zbog složenosti zidanih konstrukcija te obujma ulaznih podataka postoji niz metoda i numeričkih modela za proračun.

S ciljem da se iskoriste prednosti metode konačnih i diskretnih elemenata Munjiza je razvio kombiniranu metodu konačno-diskretnih elemenata (FEM/DEM), u okviru koje je ponašanje materijala do trenutka pojave pukotine kao u metodi konačnih elemenata, dok u trenutku prekoračenja vlačne čvrstoće materijala nastaje diskretna pukotina. Pojava pukotina i fragmentacija diskretnih elemenata obuhvaćena je kontaktnim elementima.

U ovom radu provest će se numerička analiza zidanog tornja izloženog seizmičkom djelovanju. Kako bi iskoristili sve prednosti FEM/DEM metode za numeričku analizu koristio se Y-2D program.

2. METODA PRORAČUNA

Metoda konačno-diskretnih elemenata poznata kao FEM/DEM temelji se na simulaciji promatrane konstrukcije s velikim brojem elemenata koji su modelirani sa po jednim diskretnim elementom. Diskretizacijom svakog diskretnog elementa s vlastitom mrežom konačnih elemenata omogućava se deformabilnost. Materijalna nelinearnost te pojava pukotina i fragmentacija diskretnih elemenata, obuhvaćena je kontaktnim elementima koji su implementirani između konačnih elemenata. Između dva diskretna elementa javljaju se kontaktne sile koje se nađu u kontaktu od kojih se jedan proglašava kontaktorom, a drugi metom.



Slika 2. Kontaktna diferencijalna sila u okolini točaka P_m i P_k [3]

Za potrebe proračuna kontaktnih sila nad kontaktorom i nad metom uspostavljena su potencijalna polja ρ_k i ρ_m čiji potencijal opada od središta tih elemenata prema rubovima. Promatranjem točke P_k koja se nalazi na kontaktoru, tada je diferencijalna sila kojom meta svojim potencijalom, zbog prodora kontaktora u metu, djeluje na diferencijalno malu površinu dS_k u okolini točke P_k prema teoriji potencijala jednaka

$$-\text{grad}\phi_k(P_k)dS_k \quad (1)$$

dok je sila kojom točka P_m koja se nalazi na meti djeluje na točku P_k kao posljedica prodora mete u kontaktor, prema zakonu akcije i reakcije jednaka

$$-\text{grad}\phi_m(P_m)dS_m \quad (2)$$

Potrebno je provesti integraciju prethodnog izraza preko cijele preklapajuće površine S da bi se dobila ukupna kontaktna sila na kontaktoru, prema izrazu

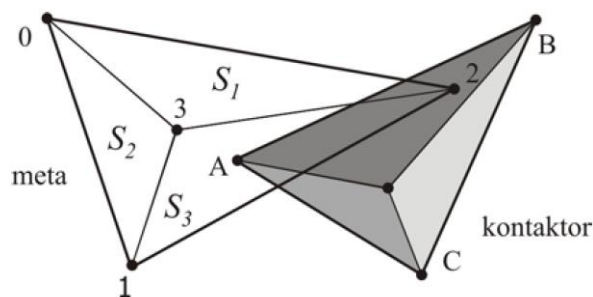
$$f_k = \int_{S=\beta_m \cap \beta_k} [\text{grad}\varphi_k - \text{grad}\varphi_m] dS \quad (3)$$

Polje kontaktnih sila, u smislu prodora kontaktora u metu i mete u kontaktor, konzervativno je polje budući da su sile dobivene kao gradijent potencijalne funkcije.

Prema zakonu o održanju energije, u slučaju da nema nikakvih gubitaka energije pri kontaktu, ukupna energija u sustavu prije i poslije kontakta mora biti jednaka.

U kombiniranoj metodi konačnih i diskretnih elemenata može postojati mnoštvo diskretnih elemenata koji se nalaze u kontaktu. Svaki diskretni element je nadalje diskretiziran s više konačnih elemenata na koje se diskretni element može raspasti što znači da se problem pronalaženja kontaktnih sila mora riješiti na razini konačnih elemenata.

Budući da je potencijalni broj kontakata među konačnim elementima jako velik, u svrhu što bržeg proračuna kontaktnih sila, u ravninskim problemima, izabran je geometrijski najjednostavniji konačni tročvorni trokutni element.



Slika 3. Kontakt kontaktora i mete [3]

Oblik i položaj svakog diskretnog elementa u prostoru opisan je s trenutnim koordinatama čvorova konačnih elemenata

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \dots \\ x_i \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (4)$$

gdje je n ukupan broj stupnjeva slobode sustava. Na sličan je način opisano polje brzina i ubrzanja nad diskretnim elementom.

Inercijalne sile koje se javljaju na diskretnom elementu opisane su masom koja je zbog diskretizacije diskretnog elementa također diskretizirana.

Najjednostavniji način prikazivanja mase u kombiniranoj FEM/DEM metodi je pomoću modela koncentriranih masa, gdje se pretpostavlja da je masa koncentrirana u čvorove, što vodi na dijagonalnu matricu masa koju možemo prikazati kao masu koja je povezana sa svakim stupnjem slobode.

Osnovna shema metode konačnih razlika može se prikazati u obliku

$$a_n = \frac{f_n}{m} \quad (5)$$

$$v_{n+1} + 1 = v_n + a_n h \quad (6)$$

$$x_{n+1} = x_n + v_{n+1} h \quad (7)$$

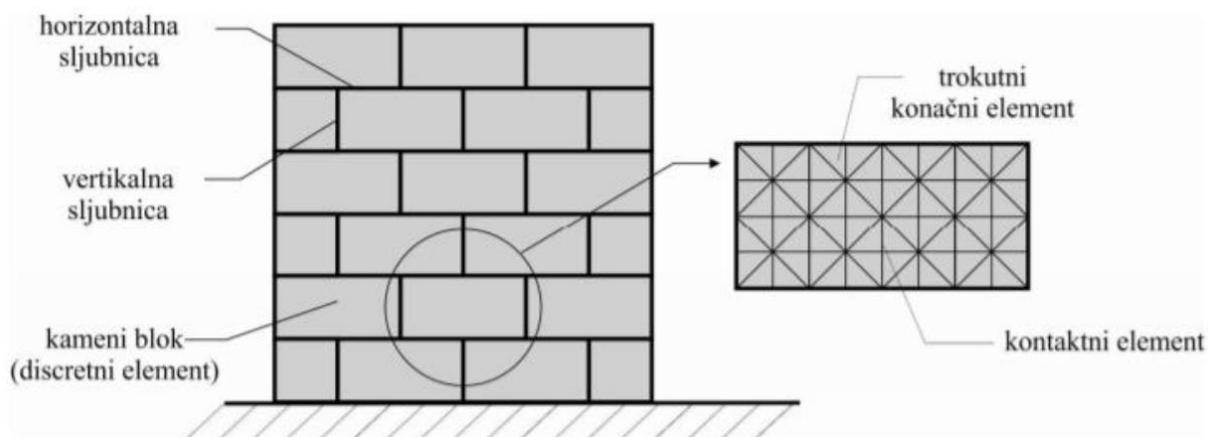
gdje je f_n suma sila interakcije između dva ili više elemenata u kontaktu, sila uslijed deformiranja konačnog elementa, vanjskih sila i sila prigušenja, m su mase vezane za svaki stupanj slobode, a h je veličina vremenskog koraka koja je u ovom slučaju konstantna.

3. PRIMJENA FEM/DEM METODE

U ovom radu provedena je analiza ponašanja konstrukcije – zidanog tornja izloženog seizmičkom djelovanju primjenom Y-2D numeričkog programa koje se temelji na FEM/DEM metodi.

Način modeliranja zidane konstrukcije provodi se korištenjem diskretnih elemenata ispunjenih mrežom trokutastih konačnih elemenata s implementiranim kontaktnim elementima na njihovim spojevima.

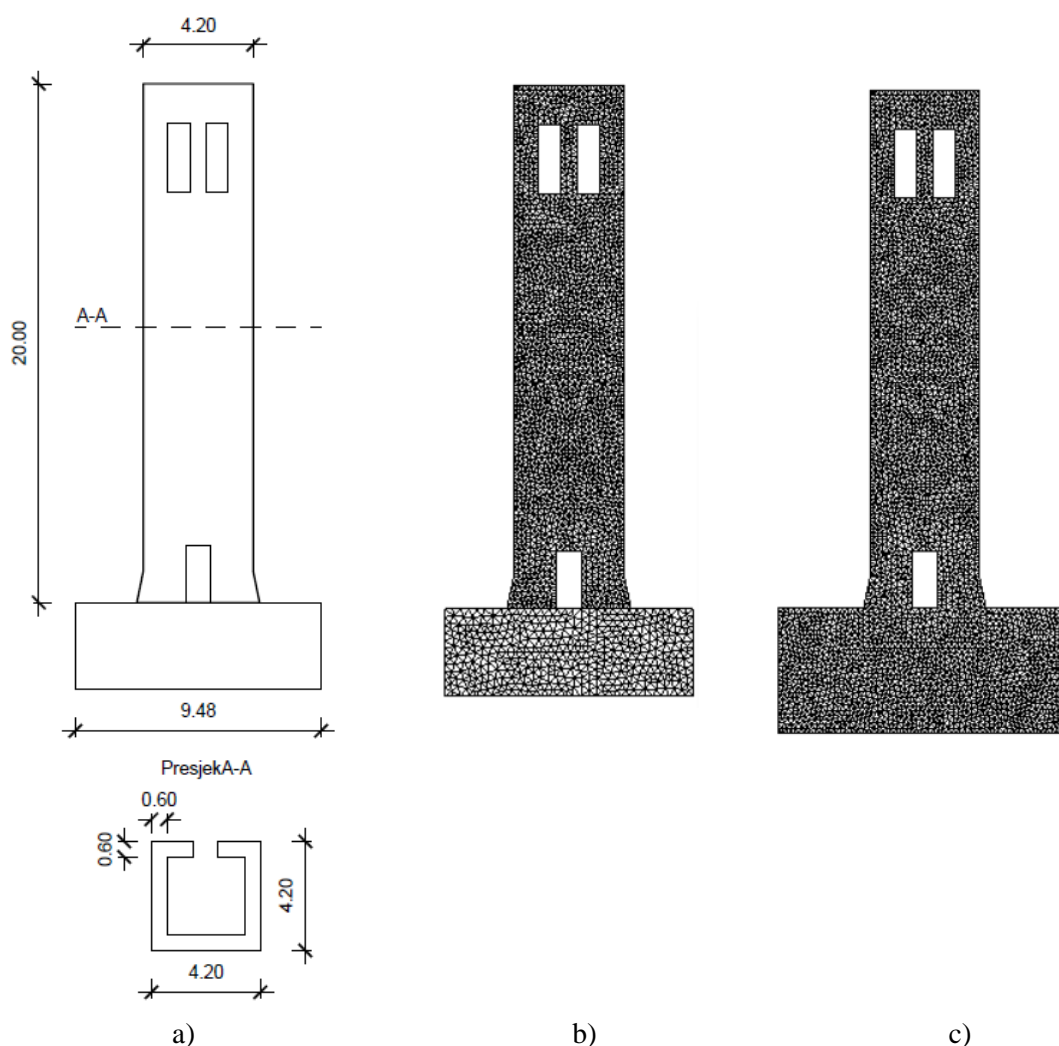
Prilikom numeričke analize, uzeta su četiri različita načina oslanjanja tornja s tim da je konstrukcija izložena seizmičkom opterećenju na način da se vršno ubrzanje tla inkrementalno povećavalo do potpunog sloma.



Slika 4. Prikaz diskretizacije zidane konstrukcije [2]

3.1. Geometrijske karakteristike i diskretizacija modela

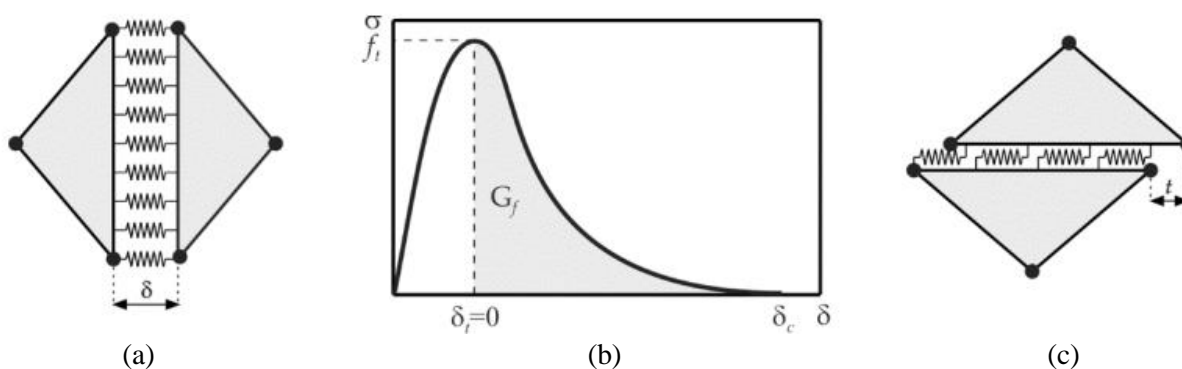
U okviru ovog rada provedena je numerička analiza tornja kojem je izgradnja počela u 13. stoljeću, a završena je u 17. stoljeću. Konačan izgled konstrukcija poprima izgradnjom dvaju prozora s lukovima te dobiva namjenu zvonika. Tlocrtna dimenzije građevine su 4.20 x 4.20 m dok je visina tornja 20 m. Diskretizacija modela tornja napravljena je programom Gmash tako da je konstrukcija opisana s 5073 trokutna konačna elementa. Svaki trokutni element ima tri čvora s dva stupnja slobode u čvoru što čini ukupan broj od 2743 čvora. U numeričkom modelu debljina tla iznosi 9.48 m, dok su dimenzije tornja u kontaktu s tlom 4.40 x 4.40 m.



Slika 5. a) Geometrija tornja; b) Diskretizacija tornja za slobodnostojeći model na elastičnoj podlozi, upeti u krutoj podlozi i slobodnostojeći na krutoj podlozi; c) Diskretizacija tornja za ukopani model u elastičnu podlogu [4]

3.2 Svojstva materijala

Prijelaz iz kontinuuma u diskontinum nastaje pojavom procesa loma i fragmentacije. Promatranje nastajanja pukotina te njihovo širenje zanimljivo je jer se na taj način određuje izdržljivost konstrukcije na vanjska djelovanja. Model pukotine u okviru FEM/DEM metode razvijen je za simulaciju nastajanja i širenja pukotine u materijalu u vlaklu i posmiku što je postignuto modelima opruga na rubu konačnog elementa kao što je prikazano na slici 6a i 6c. Model materijala temelji se na aproksimaciji eksperimentalnih krivulja naprezanje-deformacija kao što je prikazano na slici 6b.



Slika 6: a) model normalne opruge, b) model materijala, c) model posmične opruge [6]

Karakteristike materijala konstrukcije i tla korištena u numeričkim analizama prikazana su u tablici 1.

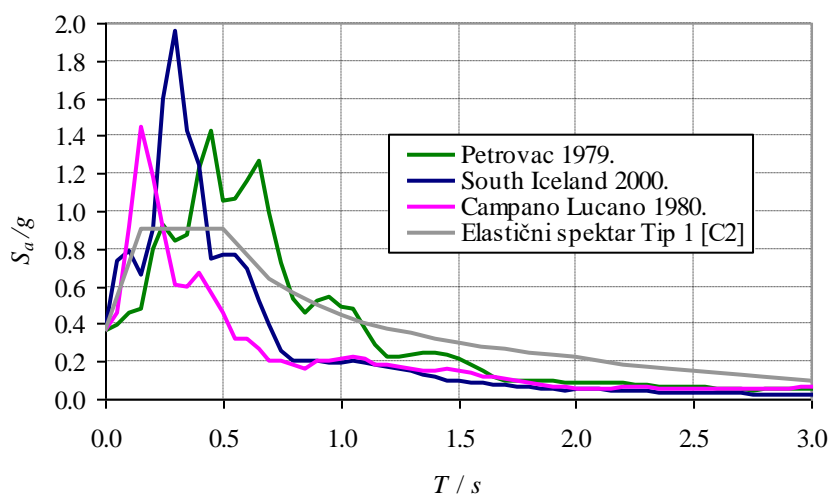
| Karakteristike materijala | Konstrukcija | Tlo |
|---|--------------|------|
| Modul elastičnosti, E (MPa) | 2250 | 70 |
| Poissonov koeficijent, ν | 0.30 | 0.20 |
| Vlačna čvrstoća, f_t (MPa) | 0.27 | - |
| Posmična čvrstoća, f_s (MPa) | 1.08 | - |
| Energija loma u vlaklu $G_{f,t}$ (N/m) | 140 | - |
| Energija loma u posmiku $G_{f,s}$ (N/m) | 560 | - |
| Gustoća, ρ (kg/m ³) | 1800 | 1800 |
| Koeficijent trenja, μ | 0.70 | 0.70 |
| Prigušenje, ξ | 0.20 | 0.40 |

Tablica 1. Karakteristike materijala

3.3 Potresna djelovanja na konstrukciju

Prilikom seizmičkog proračuna 2D modela tornja korištena su četiri rubna uvjeta na tri različita potresa. Rubni uvjeti definirani su kao slobodnostojeći toranj na elastičnoj podlozi, upeti u krutoj podlozi, slobodnostojeći na krutoj podlozi i ukopani u elastičnu podlogu.

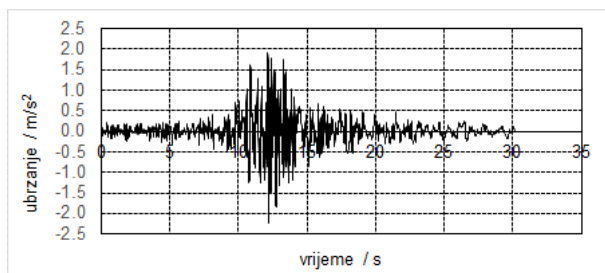
Za analizu tornja, u ovom radu su odabrani potresi za tlo klase B iz baze podataka European Strong-motion Database i prikazani su na slici 7. Za odabrane potrese određeni su elastični spektri ubrzanja za prigušenje $\xi = 0.05$ skalirani tako da im maksimalna vrijednost ubrzanja bude jednaka $a_g S$, gdje je a_g projektno ubrzanje, a S parametar tla prema EC8. Elastični spektri ubrzanja prikazani su na slici 7. [6]



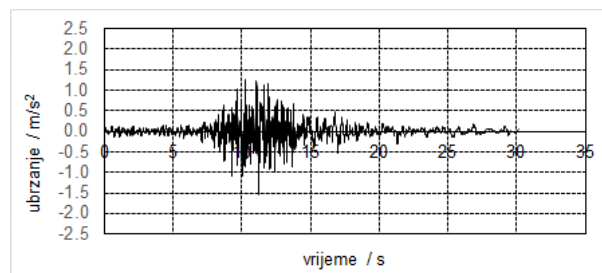
Slika 7. Elastični spektri ubrzanja [7]

Campano Lucano 1980. Italija, Petrovac 1979. Crna Gora i South Iceland 2000. (Island) jedni su od razornijih potresa u povijesti koji su se dogodili i prouzrokovali iznimno velike štete. Upravo zbog svog intenziteta zanimljivi su u promatranju ponašanja modela te su korišteni u ovoj numeričkoj analizi.

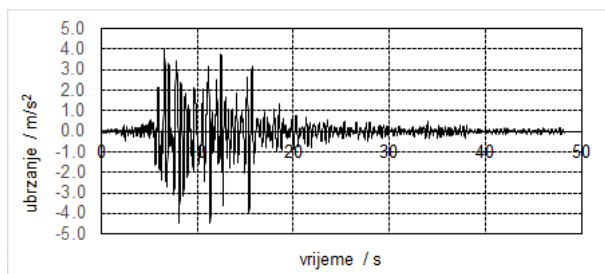
U radu je toranj analiziran metodom inkrementalne dinamičke analize koja se u novije vrijeme koristi za analizu odgovora konstrukcija izloženih seizmičkom opterećenju. Ona se zasniva na inkrementalnom povećavanju opterećenja (u ovom slučaju amplitude realnih potresa) te omogućuje praćenje ponašanja konstrukcija izloženih potresnom opterećenju u vremenu sve do sloma. To omogućuje analizu načina nastanka sloma konstrukcije i određivanje kapaciteta nosivosti konstrukcije.



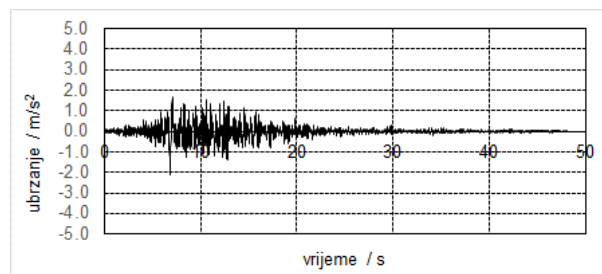
a) Campano Lucano - vertikalna komponenta



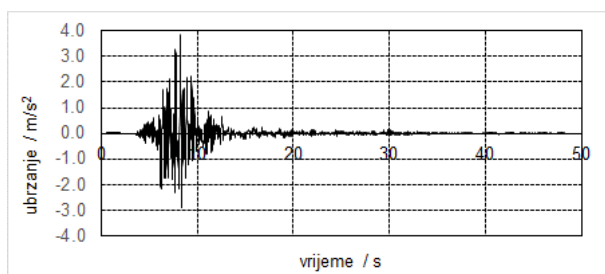
b) Campano Lucano - horizontalna komponenta



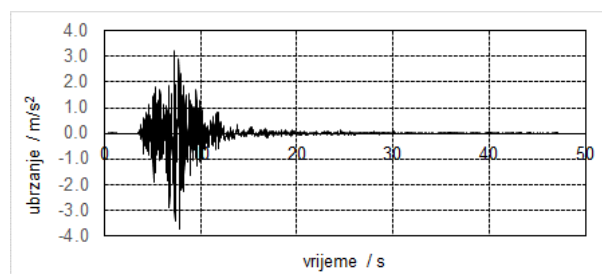
c) Petrovac - horizontalna komponenta



d) Petrovac - vertikalna komponenta



e) South Iceland- vertikalna komponenta



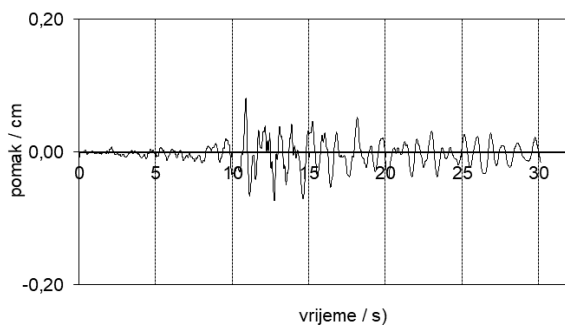
f) South Iceland- horizontalna komponenta

Slika 8. Zapisi ubrzanja tla tri realna potresa

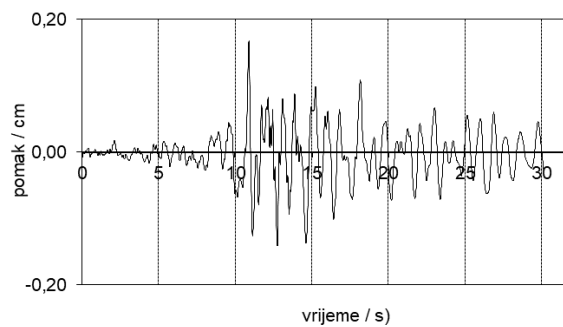
4. REZULTATI NUMERIČKIH ANALIZA

4.1. Rezultati analiza za potres Campano Lucano

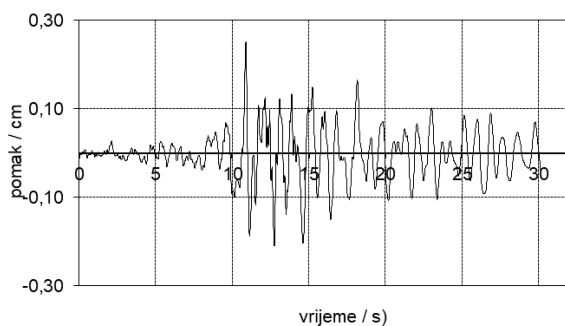
4.1.a Slobodnostojeći toranj na elastičnoj podlozi



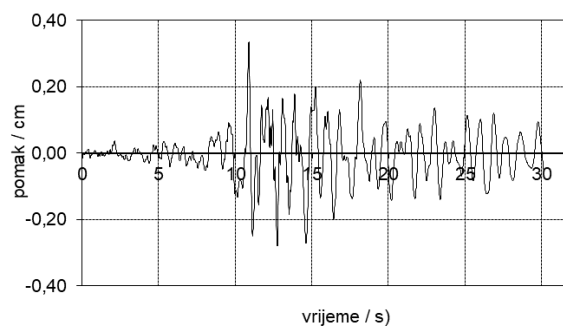
1) vršno ubrzanje 0.05 g



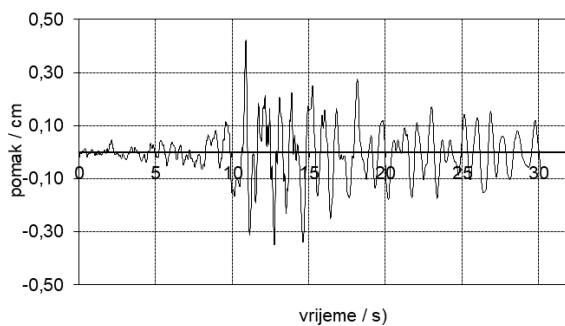
2) vršno ubrzanje 0.10 g



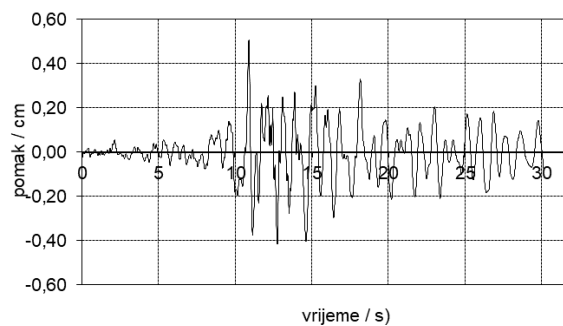
3) vršno ubrzanje 0.15 g



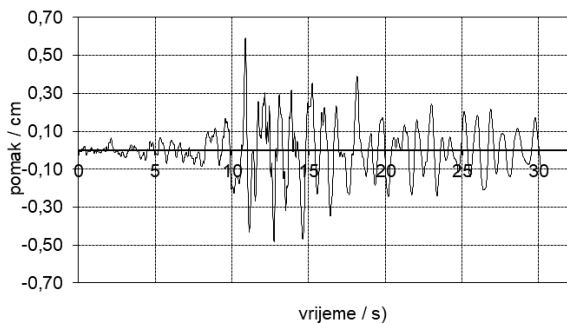
4) vršno ubrzanje 0.20 g



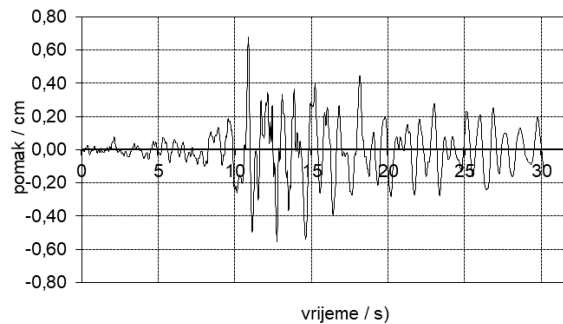
5) vršno ubrzanje 0.25 g



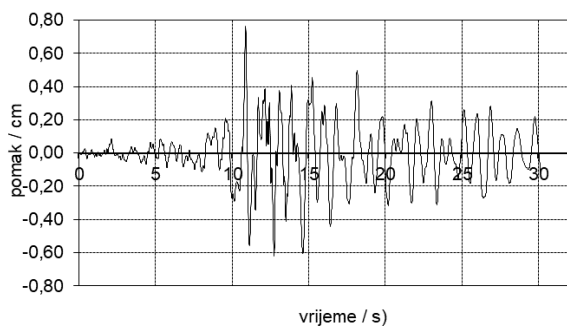
6) vršno ubrzanje 0.30 g



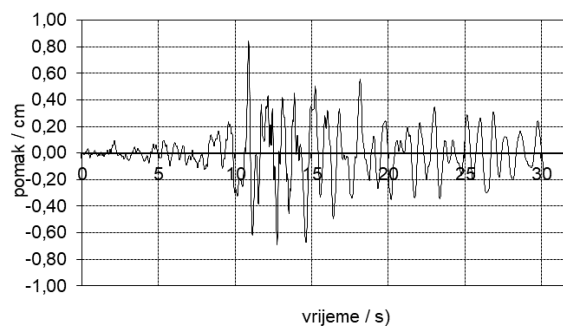
7) vršno ubrzanje 0.35 g



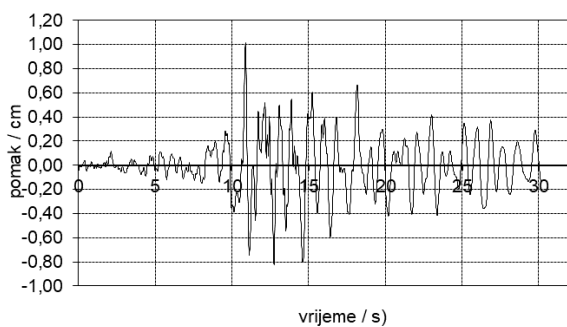
8) vršno ubrzanje 0.40 g



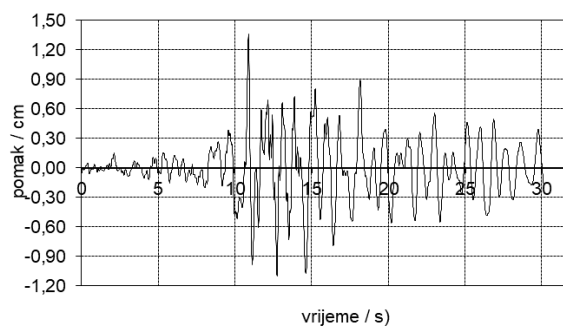
9) vršno ubrzanje 0.45 g



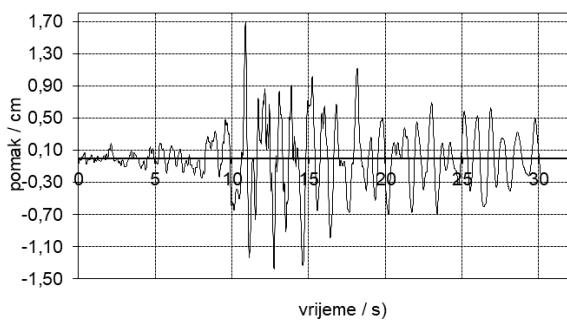
10) vršno ubrzanje 0.50 g



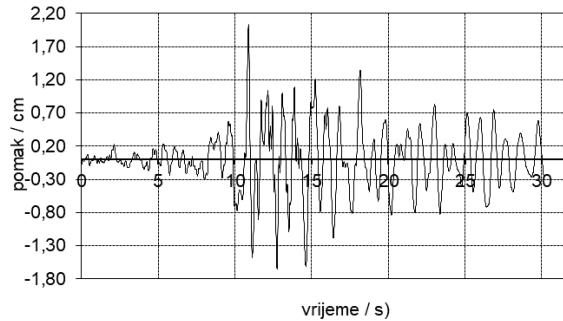
11) vršno ubrzanje 0.60 g



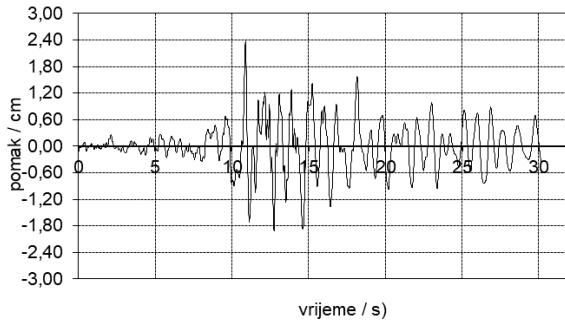
12) vršno ubrzanje 0.80 g



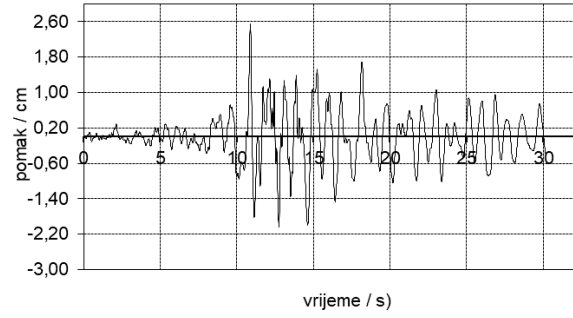
13) vršno ubrzanje 1.00 g



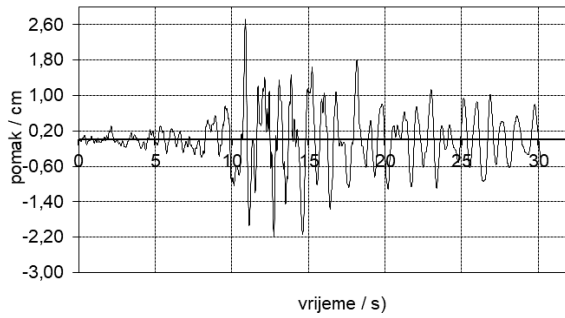
14) vršno ubrzanje 1.20 g



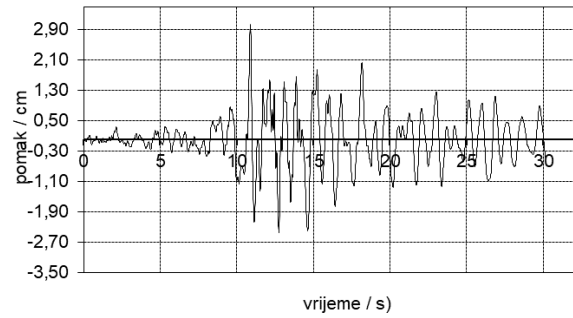
15) vršno ubrzanje 1.40 g



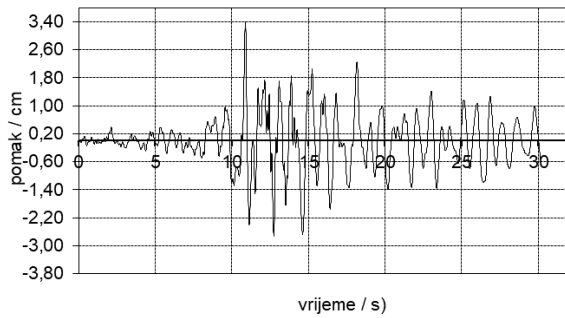
16) vršno ubrzanje 1.50 g



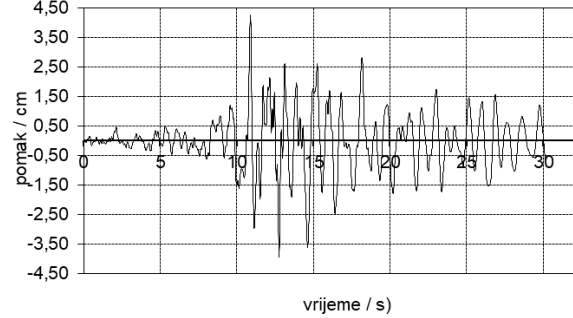
17) vršno ubrzanje 1.60 g



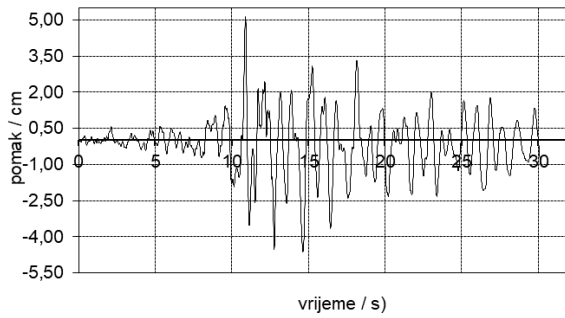
18) vršno ubrzanje 1.80 g



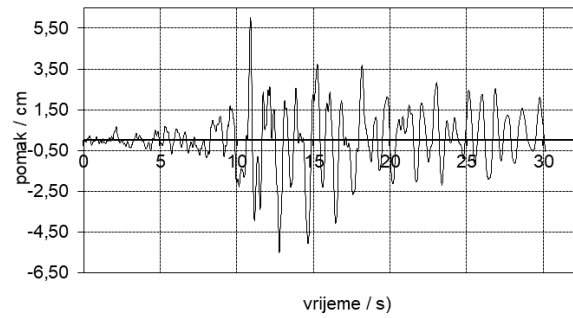
19) vršno ubrzanje 2.00 g



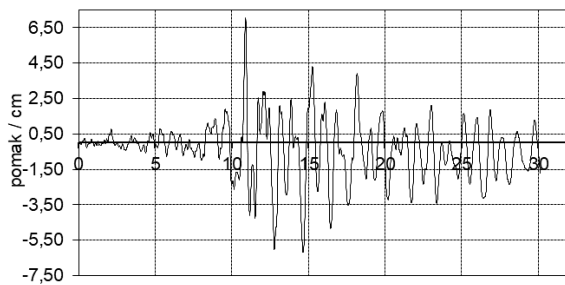
20) vršno ubrzanje 2.50 g



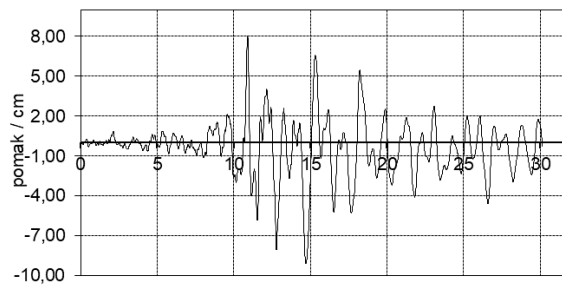
21) vršno ubrzanje 3.00 g



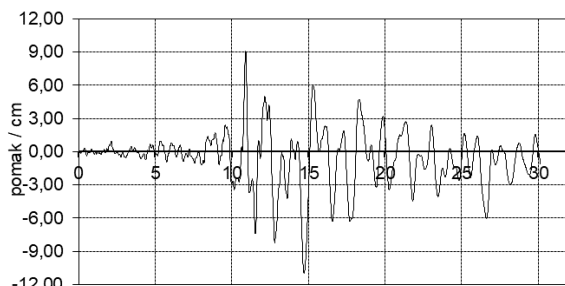
22) vršno ubrzanje 3.50 g



23) vršno ubrzanje 4.00 g



24) vršno ubrzanje 4.50 g

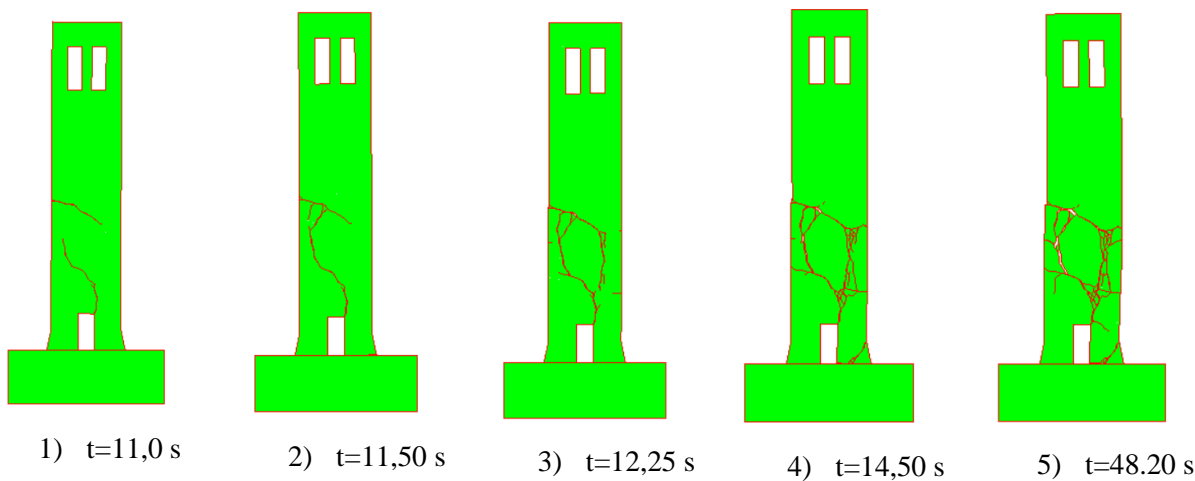


25) vršno ubrzanje 5.00 g

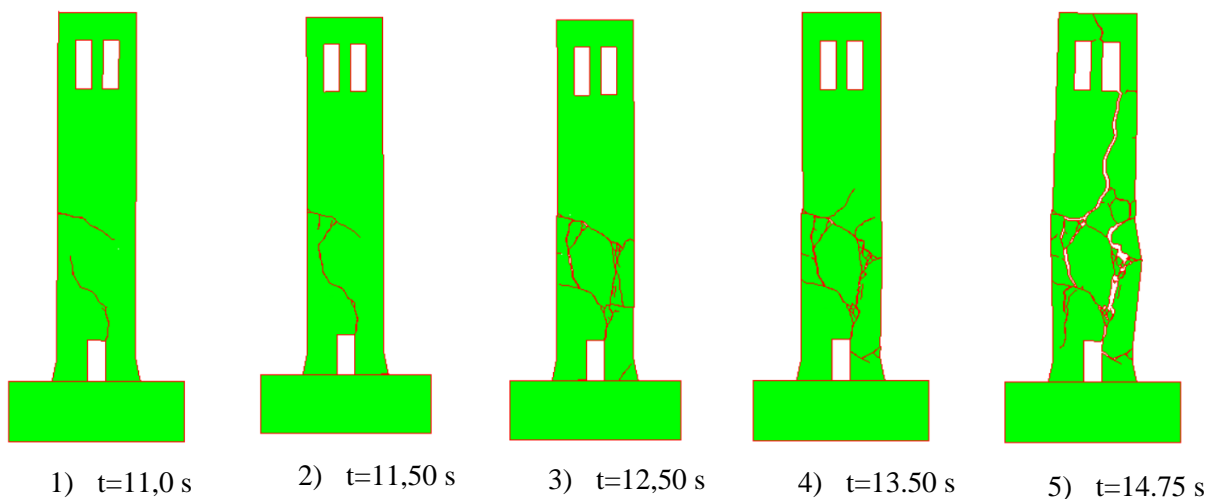
SRUŠIO SE

26) vršno ubrzanje 5.25 g

Slika 9. Zapisi pomaka tla uslijed djelovanja različitih vršnih ubrzanja tla

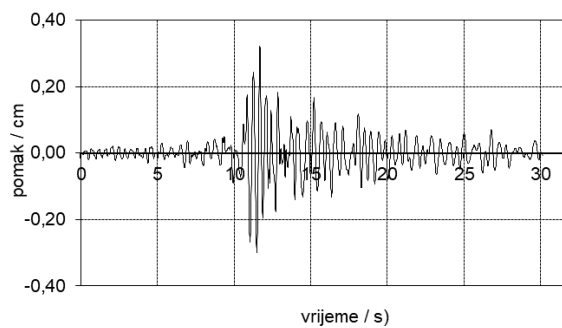
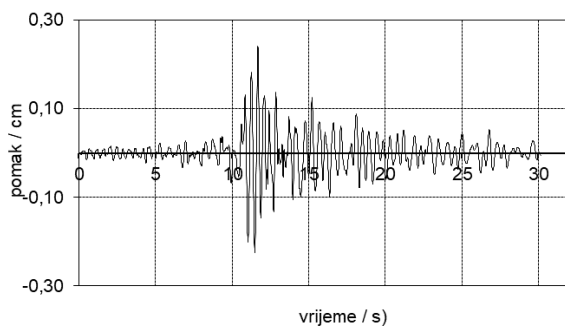
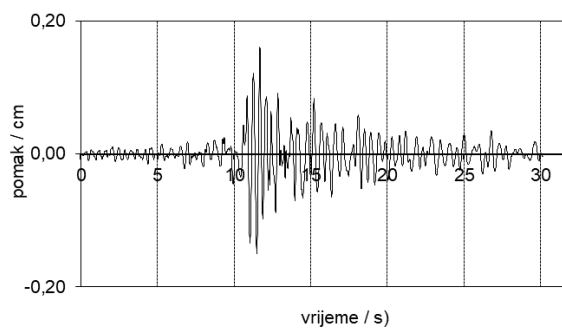
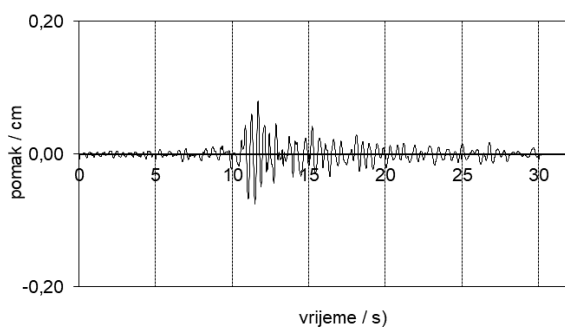


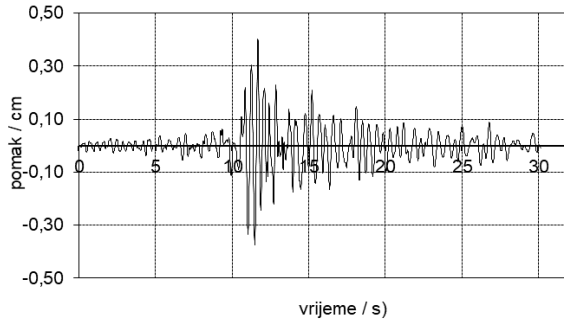
Slika 10. Prikaz nastanka i širenja pukotina pri vršnom ubrzanju tla 5.00g



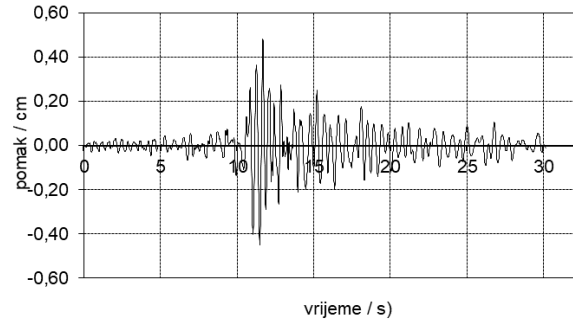
Slika 11. Prikaz nastanka i širenja pukotina pri vršnom ubrzanju tla 5.25g

4.1.b Upeti toranj na krutoj podlozi

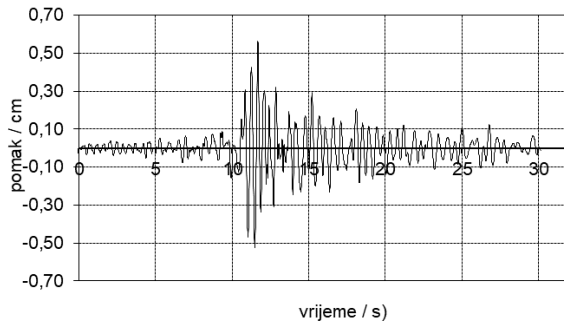




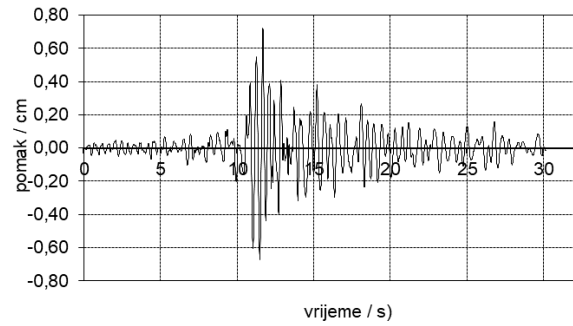
5) vršno ubrzanje 0.25 g



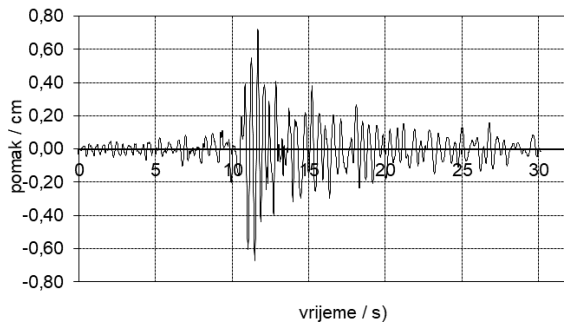
6) vršno ubrzanje 0.30 g



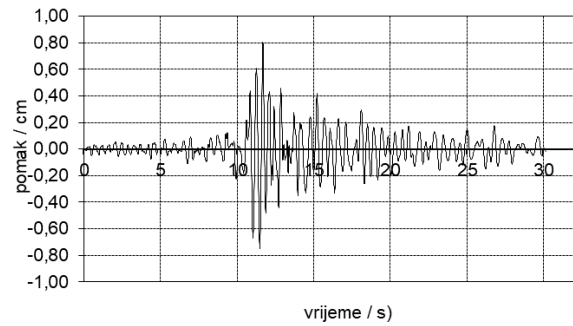
7) vršno ubrzanje 0.35 g



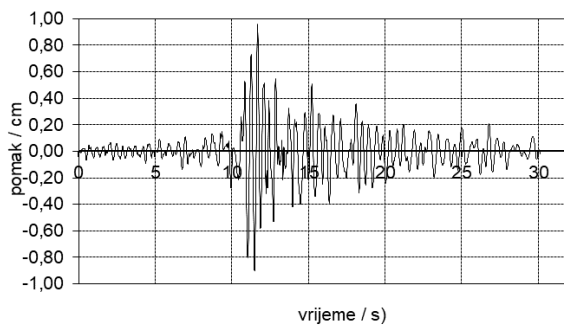
8) vršno ubrzanje 0.40 g



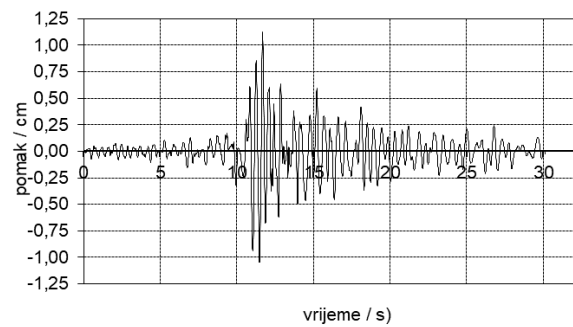
9) vršno ubrzanje 0.45 g



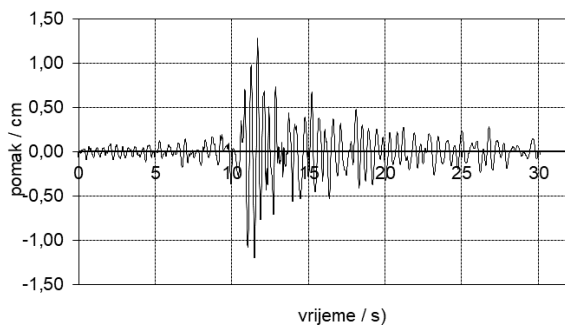
10) vršno ubrzanje 0.50 g



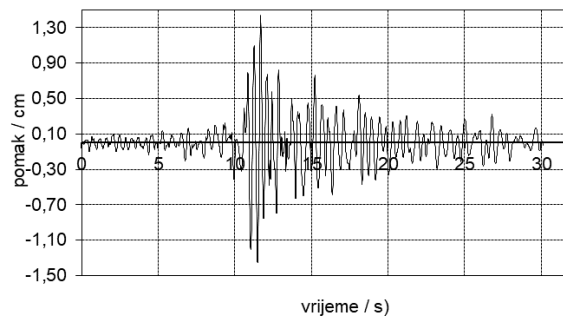
11) vršno ubrzanje 0.60 g



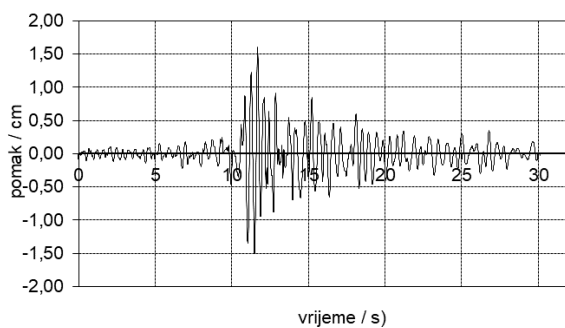
12) vršno ubrzanje 0.70 g



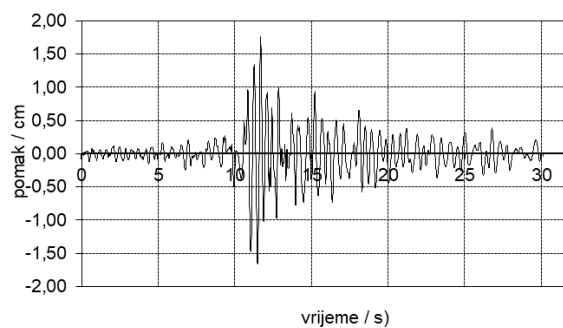
13) vršno ubrzanje 0.80 g



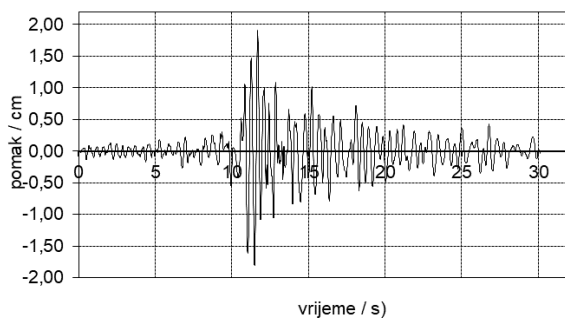
14) vršno ubrzanje 0.90 g



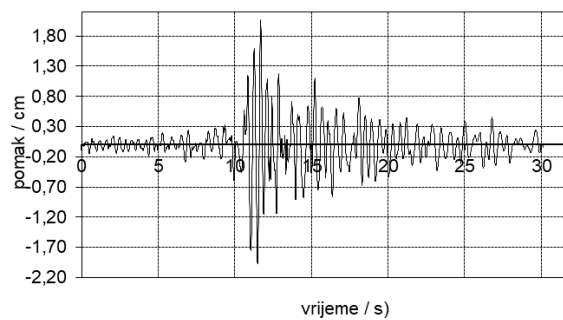
15) vršno ubrzanje 1.00 g



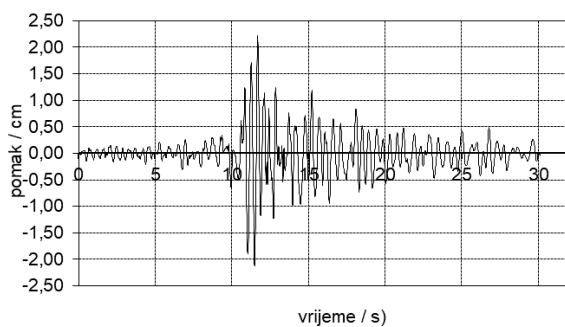
16) vršno ubrzanje 1.10 g



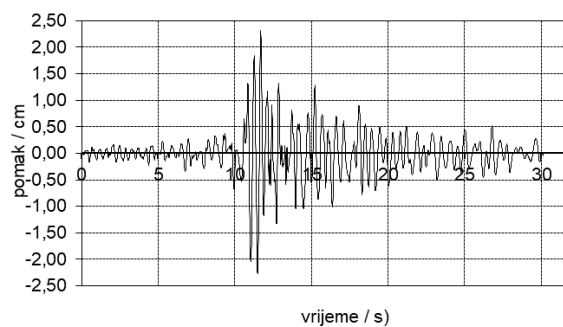
17) vršno ubrzanje 1.20 g



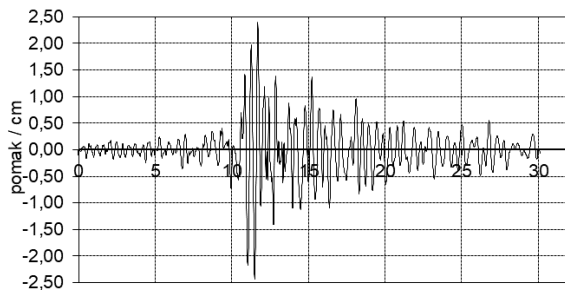
18) vršno ubrzanje 1.30 g



19) vršno ubrzanje 1.40 g

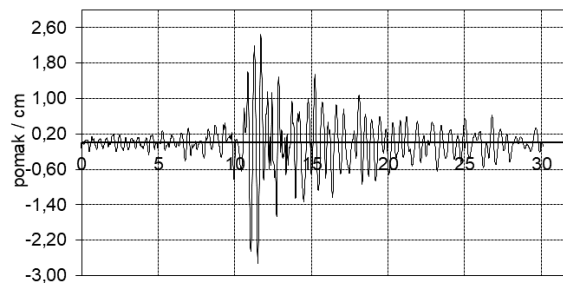


20) vršno ubrzanje 1.50 g



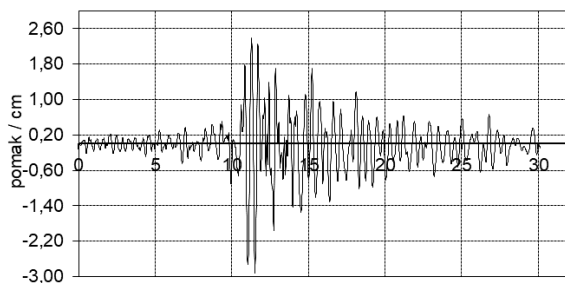
vrijeme / s)

21) vršno ubrzanje 1.60 g



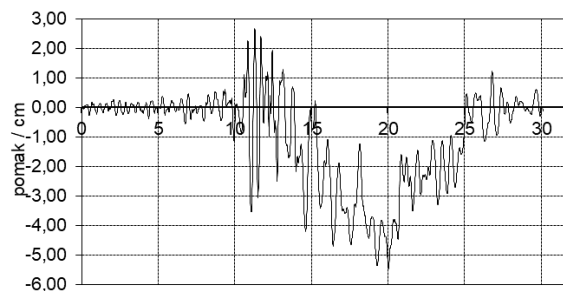
vrijeme / s)

22) vršno ubrzanje 1.80 g



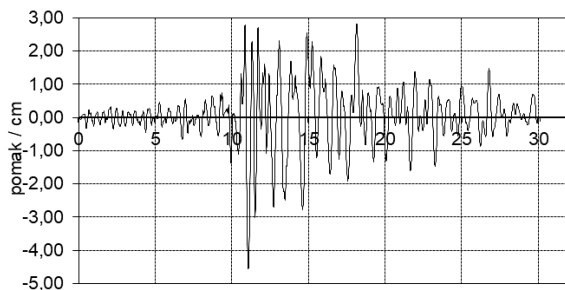
vrijeme / s)

23) vršno ubrzanje 2.00 g



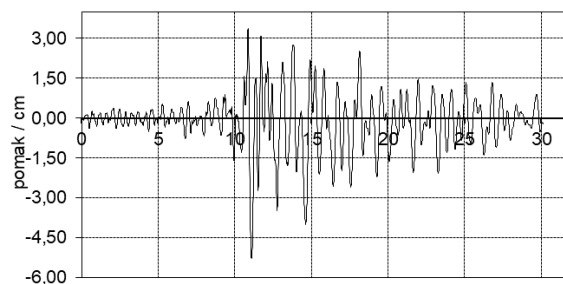
vrijeme / s)

24) vršno ubrzanje 2.50 g



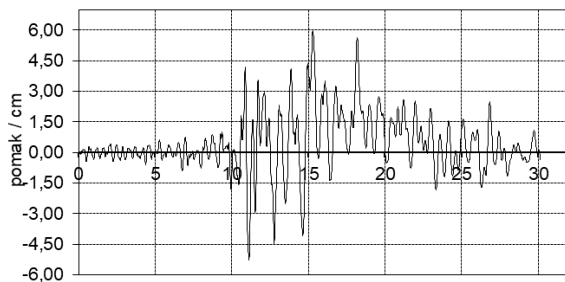
vrijeme / s)

25) vršno ubrzanje 3.00 g



vrijeme / s)

26) vršno ubrzanje 3.50 g



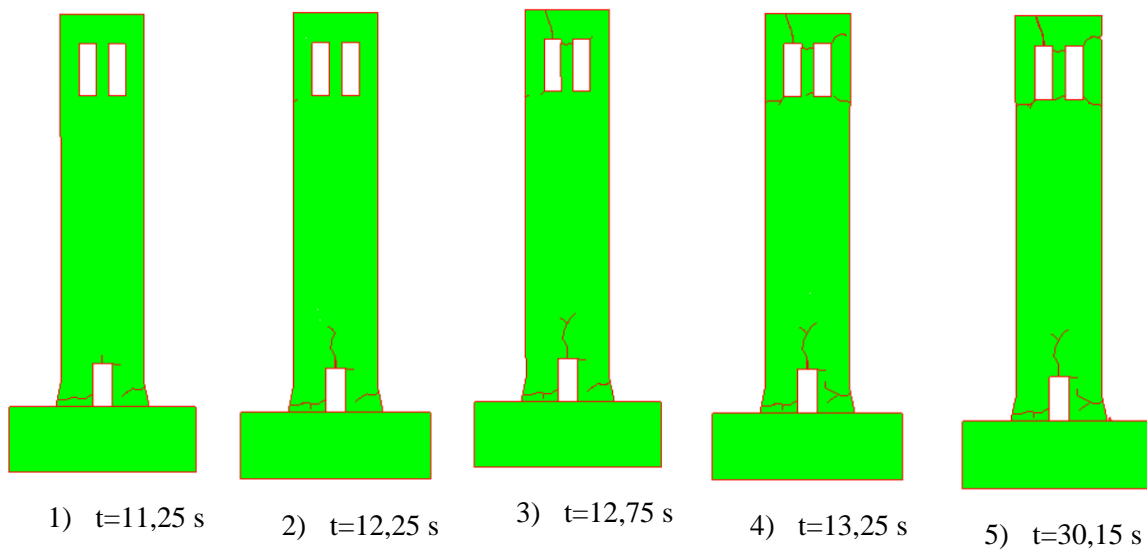
vrijeme / s)

27) vršno ubrzanje 4.00 g

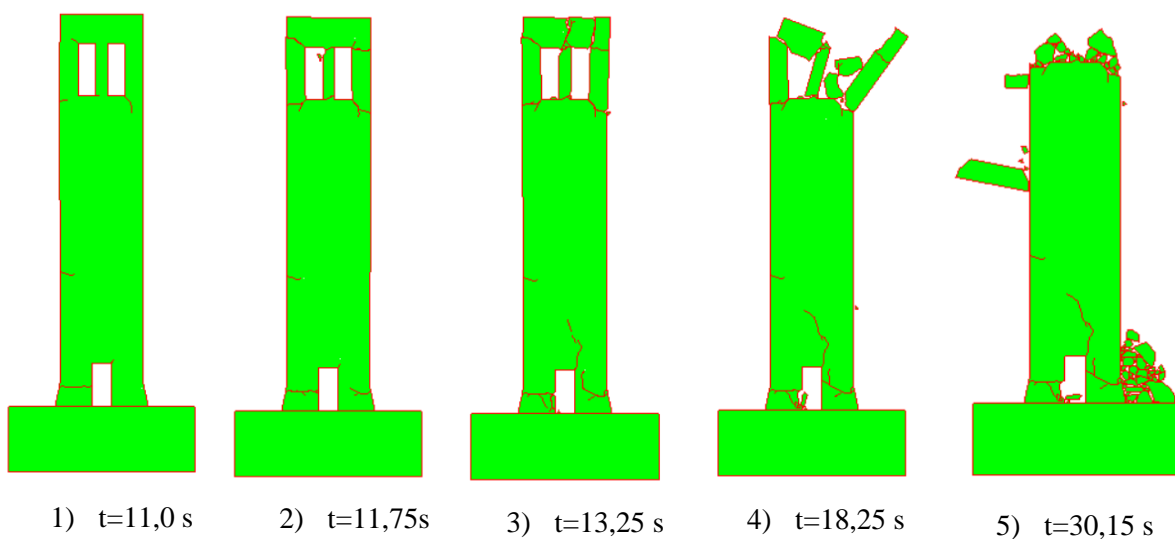
SRUŠIO SE

28) vršno ubrzanje 4.50 g

Slika 12. Zapisi pomaka tla uslijed djelovanja različitih vršnih ubrzanja tla

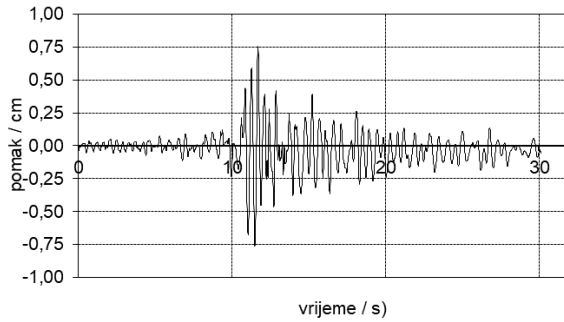


Slika 13. Prikaz nastanka i širenja pukotina pri vršnom ubrzanju tla 4.00g

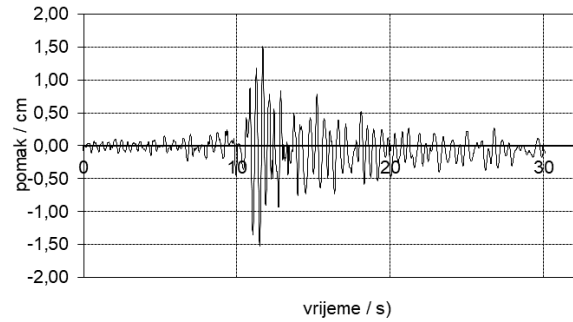


Slika 14. Prikaz nastanka i širenja pukotina pri vršnom ubrzanju tla 4.50g

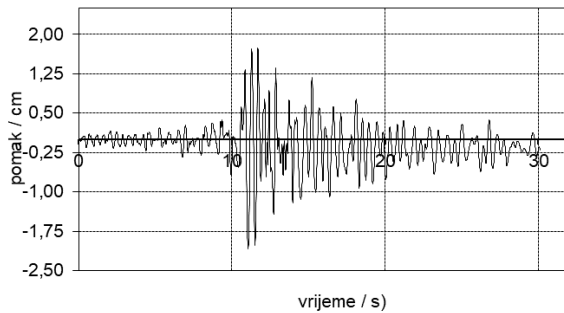
4.1.c Slobodnostojeći toranj na krutoj podlozi



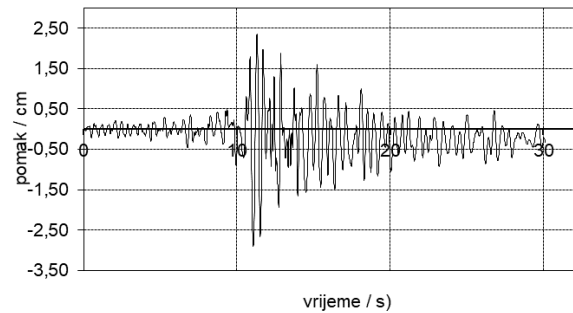
1) vršno ubrzanje 0.50 g



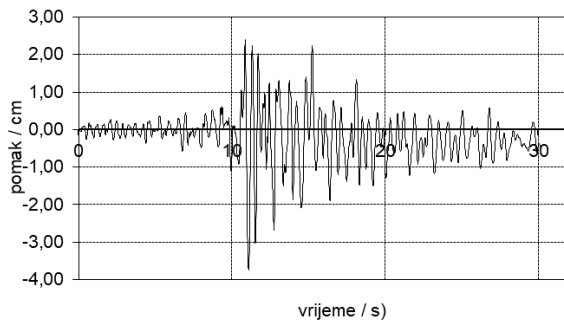
2) vršno ubrzanje 1.00 g



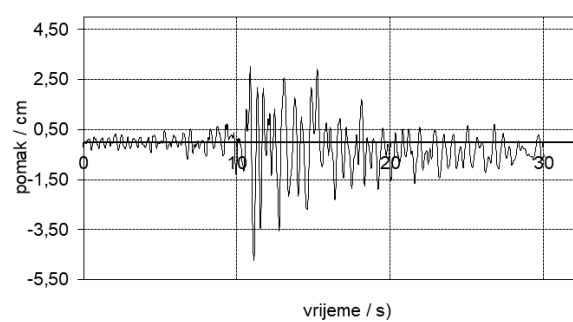
3) vršno ubrzanje 1.50 g



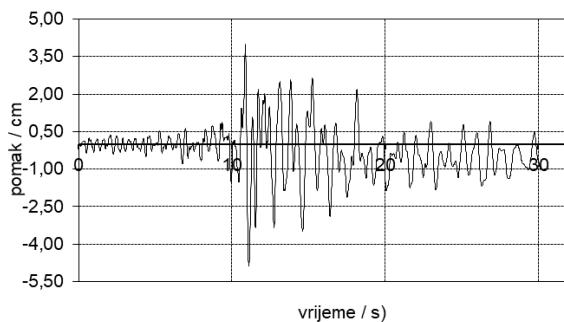
4) vršno ubrzanje 2.00 g



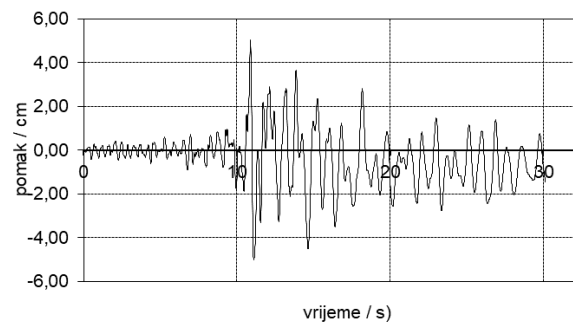
5) vršno ubrzanje 2.50 g



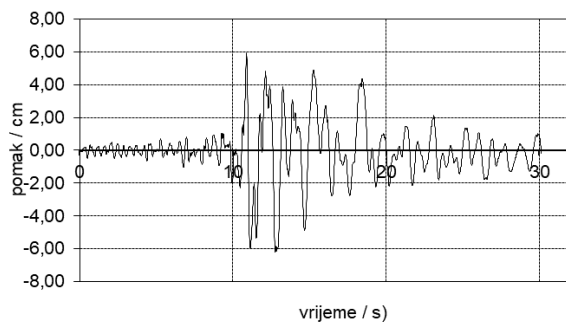
6) vršno ubrzanje 3.00 g



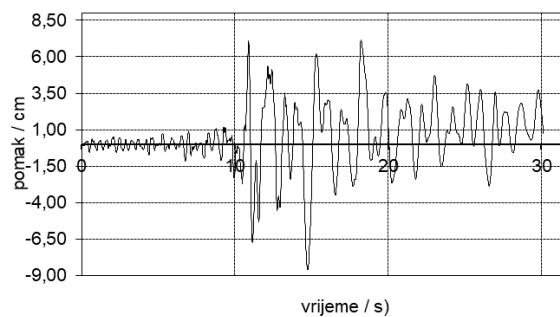
7) vršno ubrzanje 3.50 g



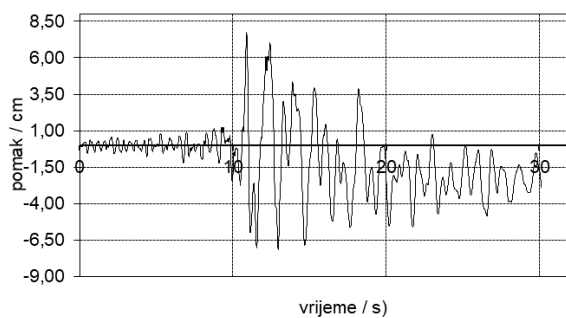
8) vršno ubrzanje 4.00 g



9) vršno ubrzanje 4.50g



10) vršno ubrzanje 5.00 g

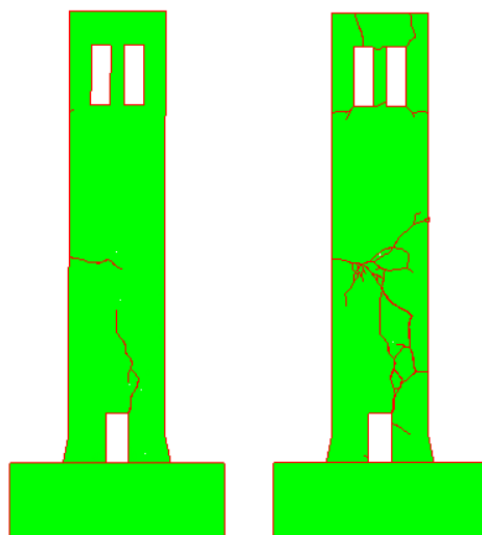


11) vršno ubrzanje 5.25 g

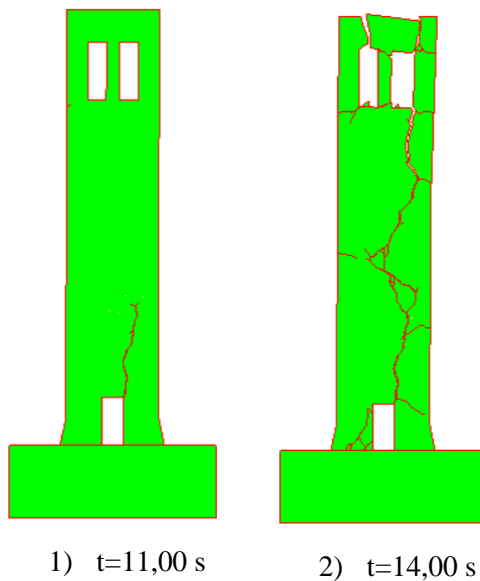
SRUŠIO SE

12) vršno ubrzanje 5.50 g

Slika 15. Zapisu pomaka tla uslijed djelovanja različitih vršnih ubrzanja tla

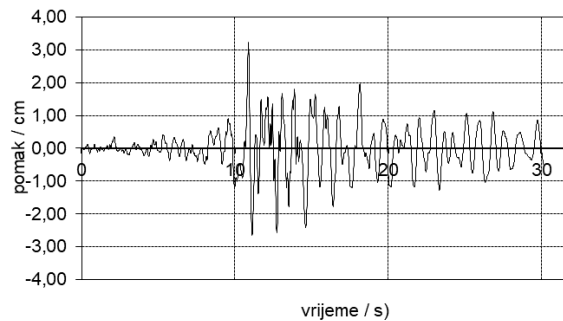
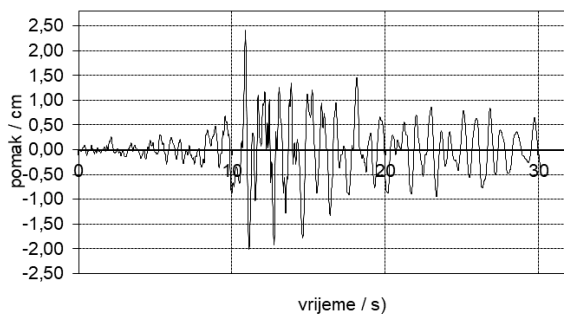
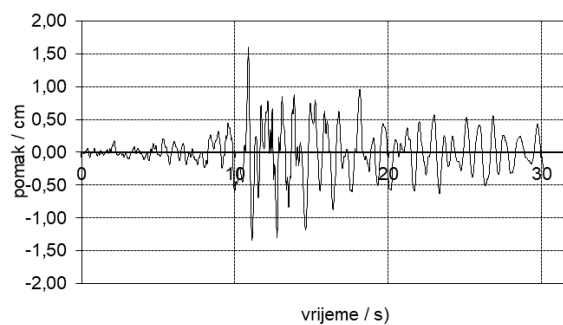
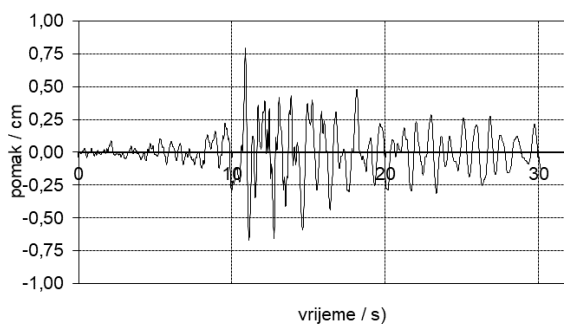
1) $t=11,00$ s2) $t=30,15$ s

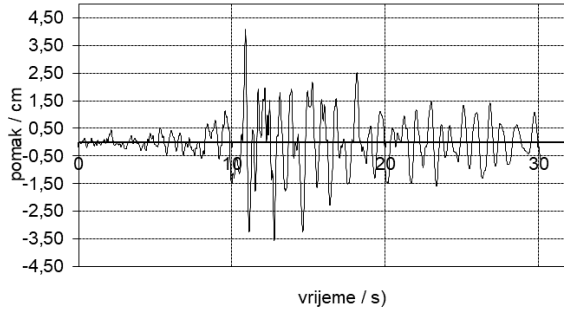
Slika 16. Prikaz nastanka i širenja pukotina pri vršnom ubrzanju tla 5.25g



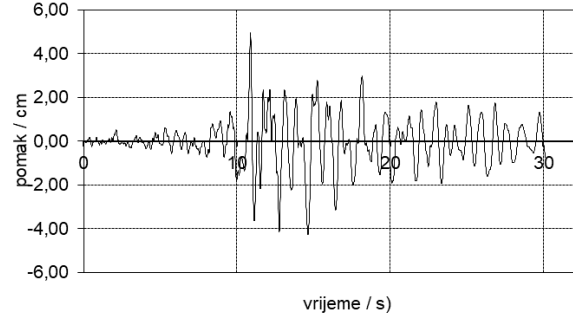
Slika 17. Prikaz nastanka i širenja pukotina pri vršnom ubrzanju tla 5.50g

4.1.d Ukopani toranj u elastičnu podlogu

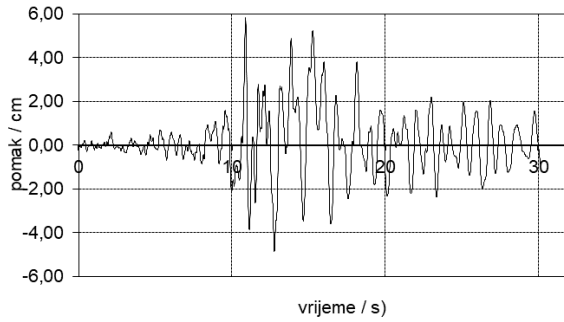




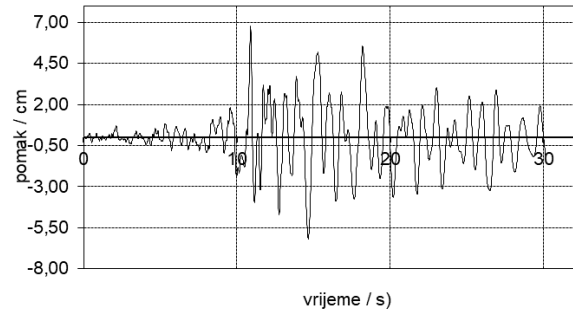
5) vršno ubrzanje 2.50g



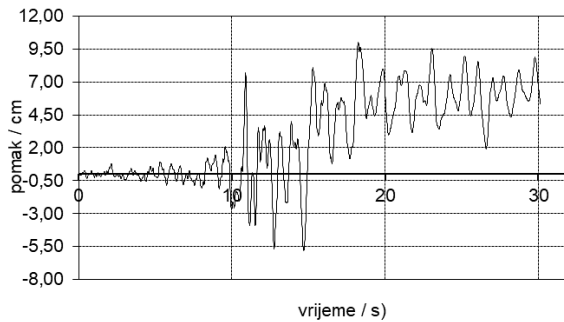
6) vršno ubrzanje 3.00g



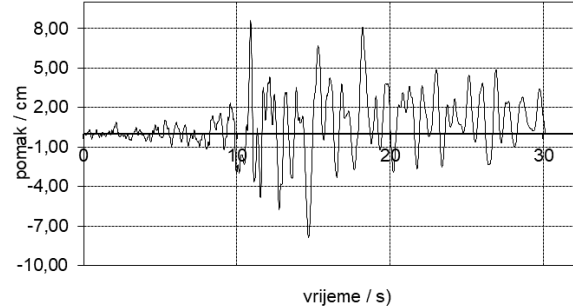
7) vršno ubrzanje 3.50g



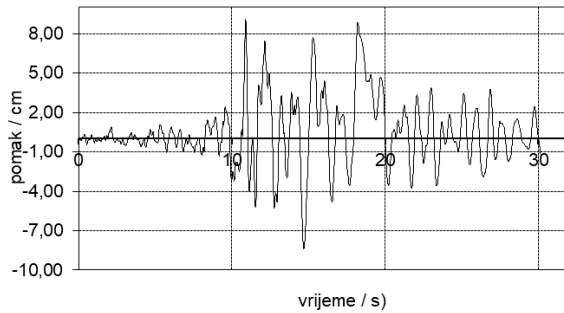
8) vršno ubrzanje 4.00g



9) vršno ubrzanje 4.50g



10) vršno ubrzanje 5.00g

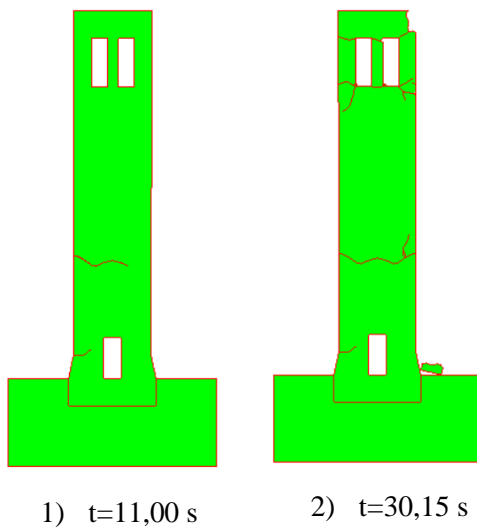


11) vršno ubrzanje 5.25g

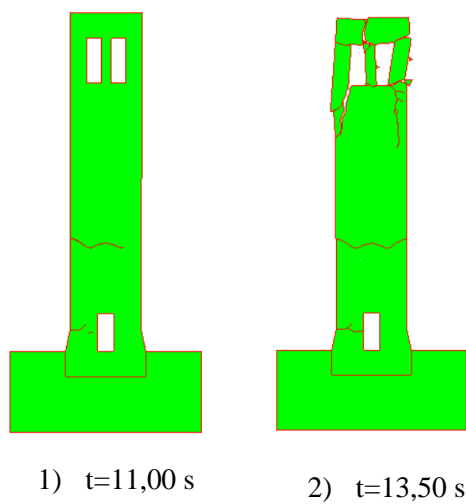
SRUŠIO SE

12) vršno ubrzanje 5.50g

Slika 18. Zapisi pomaka tla uslijed djelovanja različitih vršnih ubrzanja tla



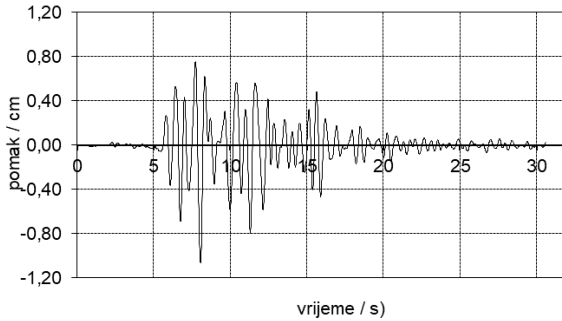
Slika 19. Prikaz nastanka i širenja pukotina pri vršnom ubrzanju tla 5.25g



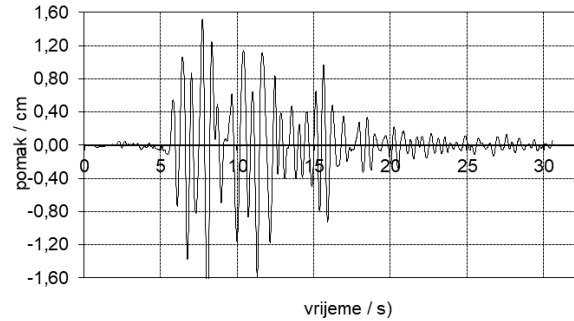
Slika 20. Prikaz nastanka i širenja pukotina pri vršnom ubrzanju tla 5.50g

4.2. Rezultati analiza za potres Petrovac

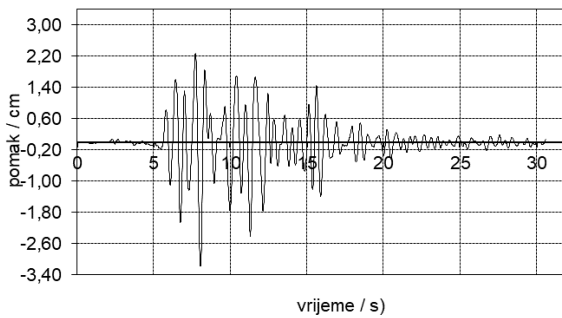
4.2.a Slobodnostojeći toranj na elastičnoj podlozi



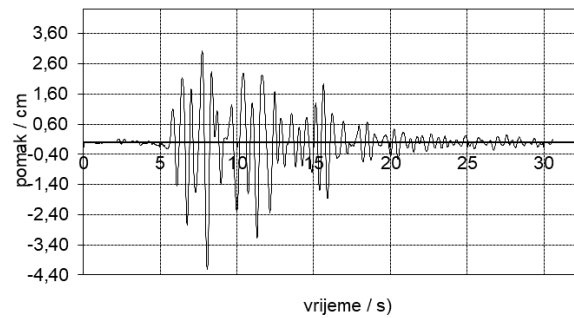
1) vršno ubrzanje 0.05 g



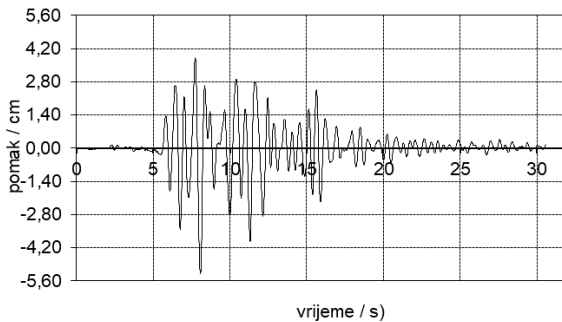
2) vršno ubrzanje 0.10 g



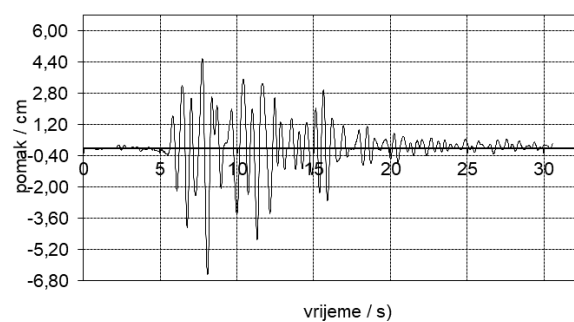
3) vršno ubrzanje 0.15 g



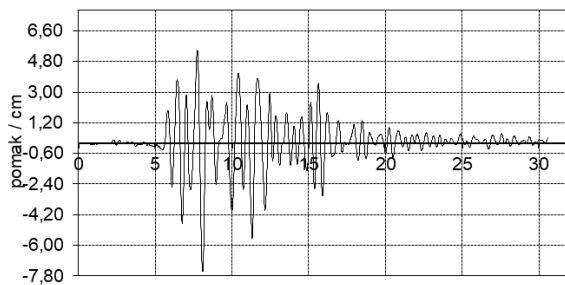
4) vršno ubrzanje 0.20 g



5) vršno ubrzanje 0.25 g

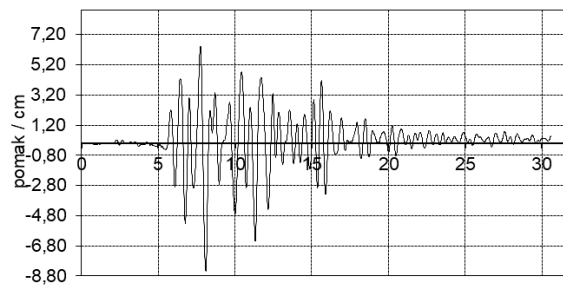


6) vršno ubrzanje 0.30 g



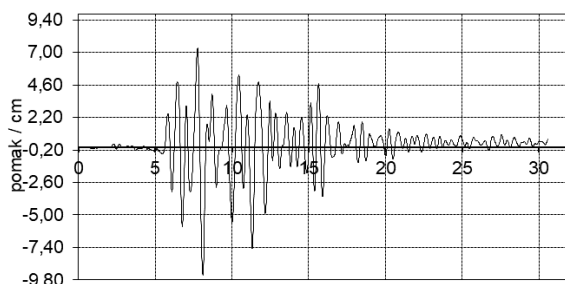
vrijeme / s)

7) vršno ubrzanje 0.35 g



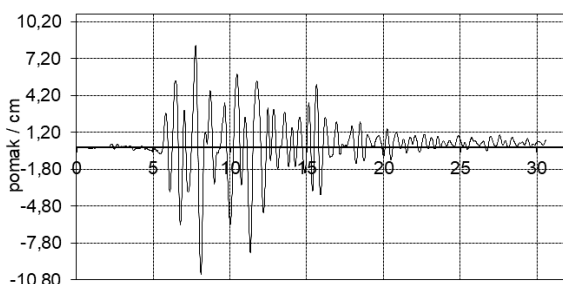
vrijeme / s)

8) vršno ubrzanje 0.40 g



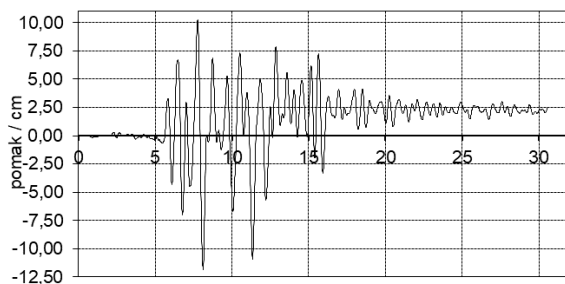
vrijeme / s)

9) vršno ubrzanje 0.45 g



vrijeme / s)

10) vršno ubrzanje 0.50 g



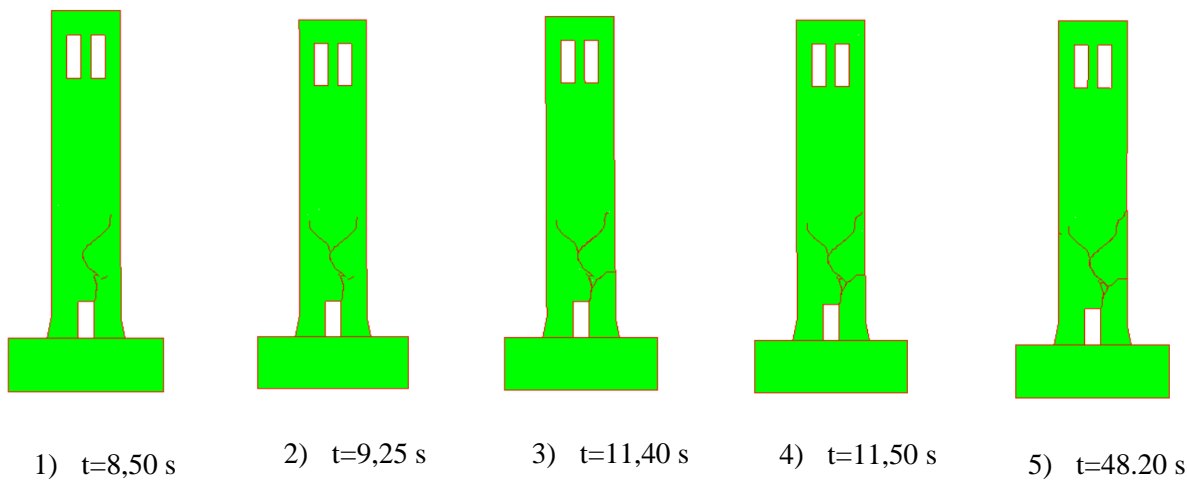
vrijeme / s)

11) vršno ubrzanje 0.60 g

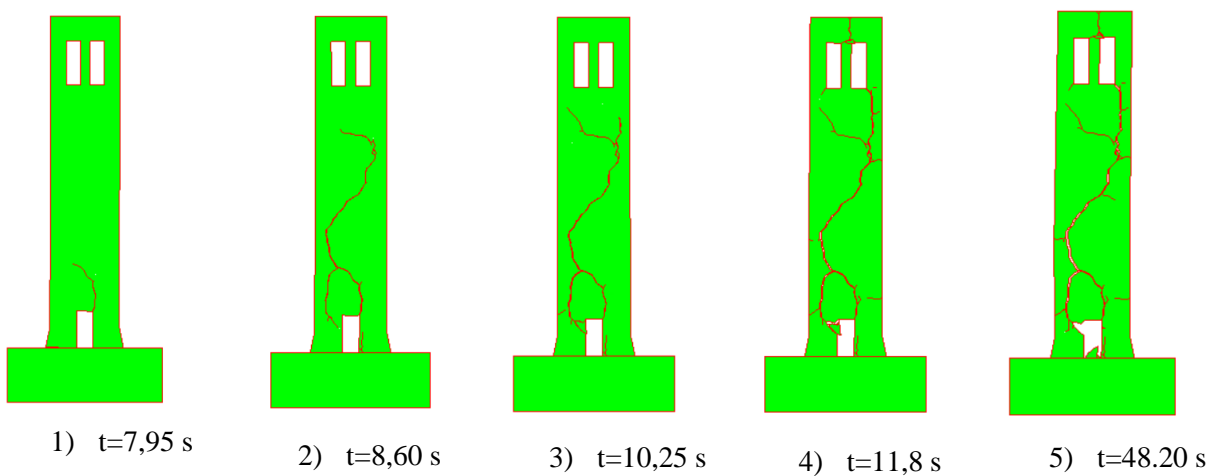
SRUŠIO SE

12) vršno ubrzanje 0.70 g

Slika 21. Zapisi pomaka tla uslijed djelovanja različitih vršnih ubrzanja tla

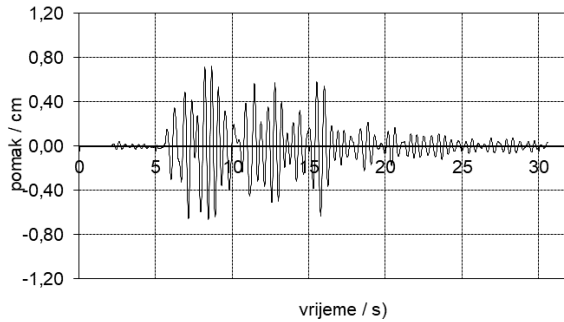


Slika 22. Prikaz nastanka i širenja pukotina pri vršnom ubrzanju tla 0.60g

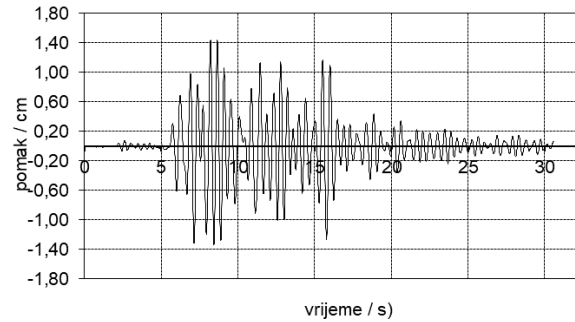


Slika 23. Prikaz nastanka i širenja pukotina pri vršnom ubrzanju tla 0.70g

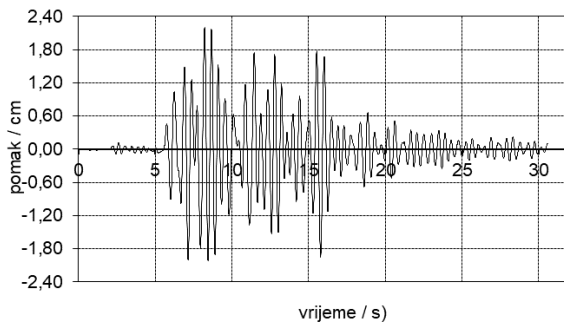
4.2.b Upeti toranj na krutoj podlozi



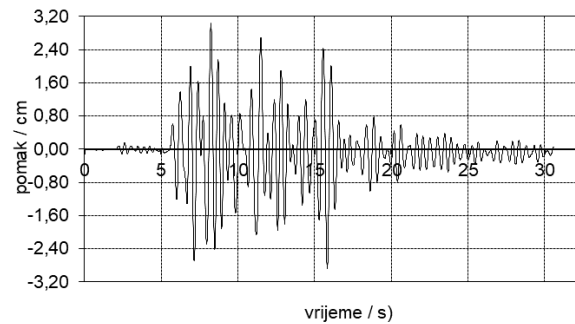
1) vršno ubrzanje 0.05 g



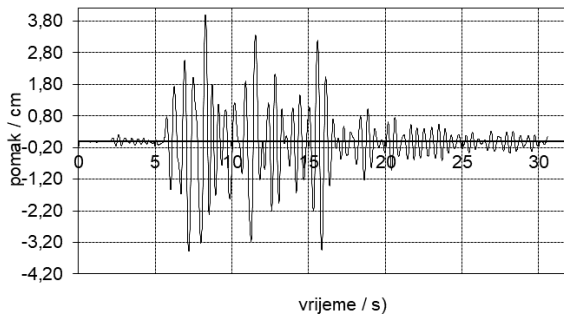
2) vršno ubrzanje 0.10 g



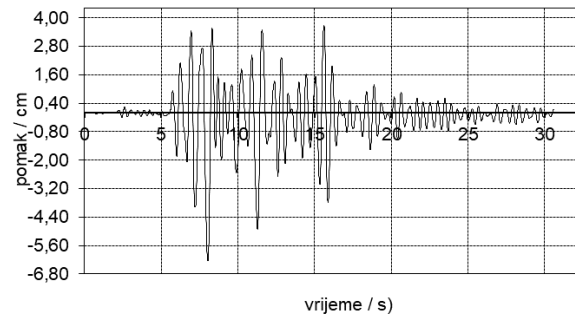
3) vršno ubrzanje 0.15 g



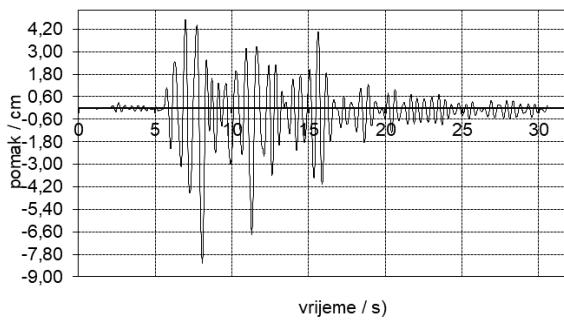
4) vršno ubrzanje 0.20 g



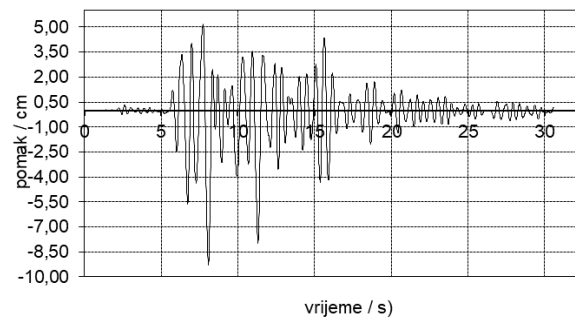
5) vršno ubrzanje 0.25 g



6) vršno ubrzanje 0.30 g



7) vršno ubrzanje 0.35 g

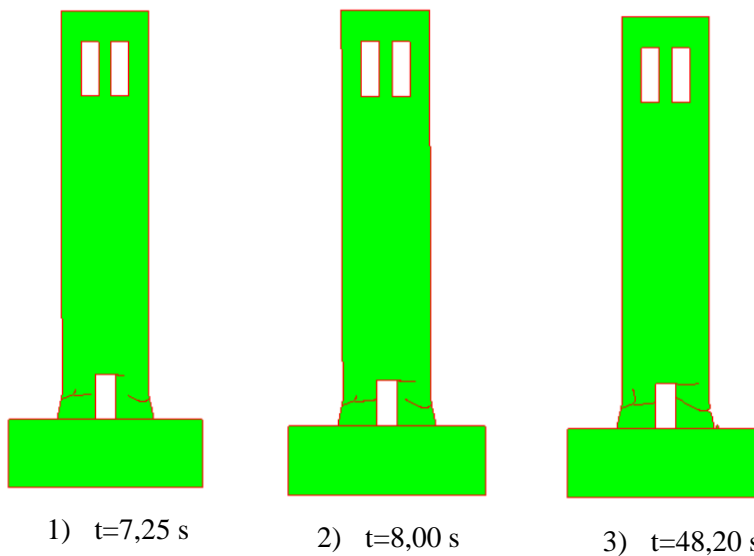


8) vršno ubrzanje 0.40 g

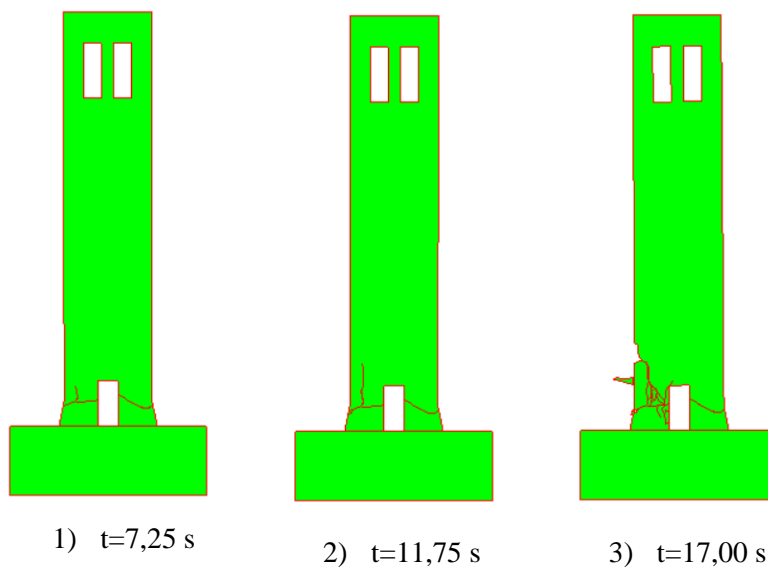
SRUŠIO SE

9) vršno ubrzanje 0.45g

Slika 24. Zapisi pomaka tla uslijed djelovanja različitih vršnih ubrzanja tla

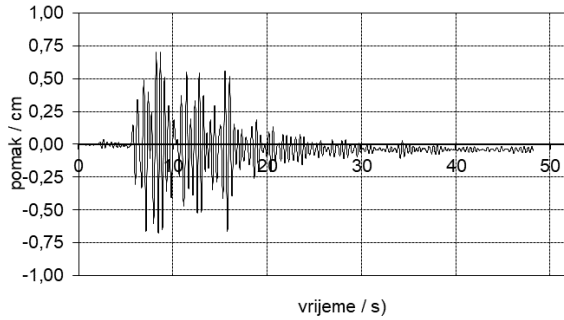


Slika 25. Prikaz nastanka i širenja pukotina pri vršnom ubrzanju tla 0.40g

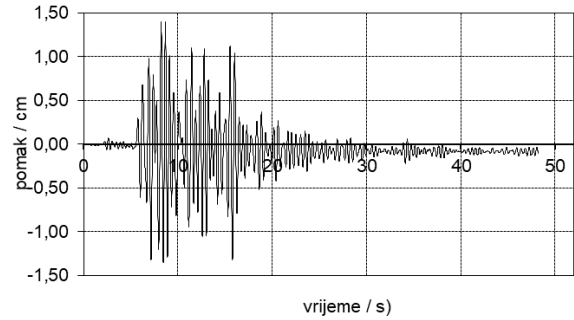


Slika 26. Prikaz nastanka i širenja pukotina pri vršnom ubrzanju tla 0.45g

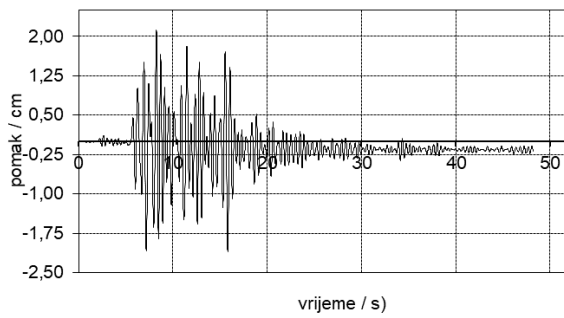
4.2.c Slobodnostojeći toranj na krutoj podlozi



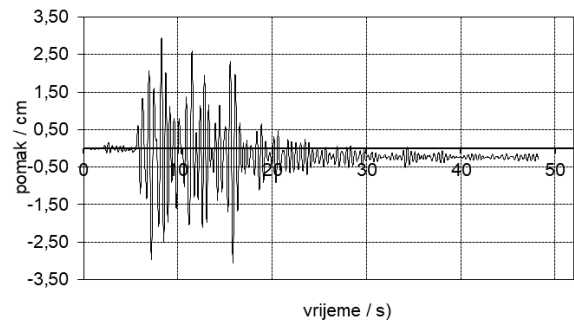
1) vršno ubrzanje 0.05 g



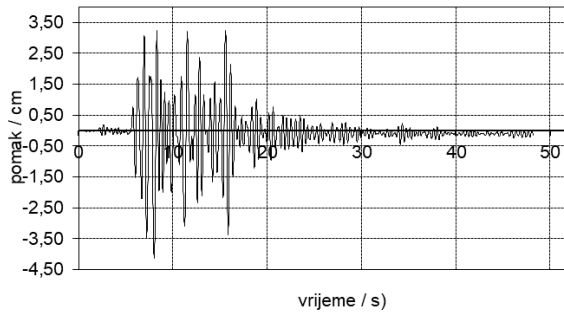
2) vršno ubrzanje 0.10 g



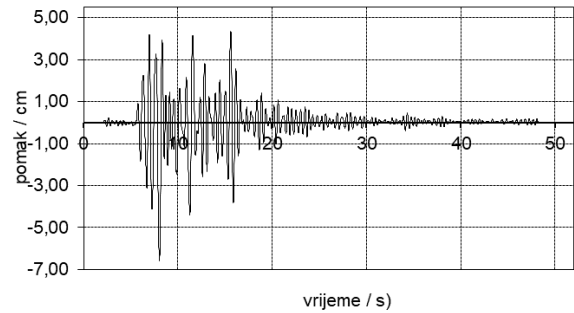
3) vršno ubrzanje 0.15 g



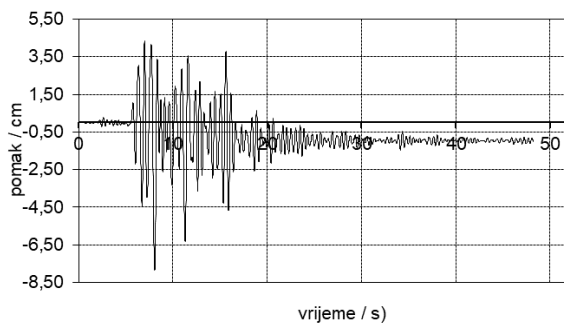
4) vršno ubrzanje 0.20 g



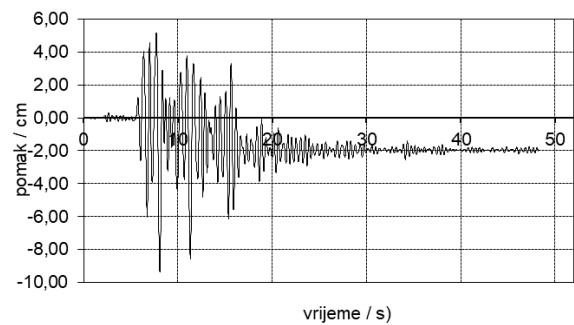
5) vršno ubrzanje 0.25 g



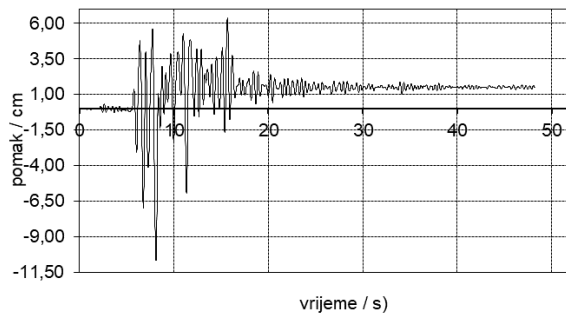
6) vršno ubrzanje 0.30 g



7) vršno ubrzanje 0.35 g



8) vršno ubrzanje 0.40 g

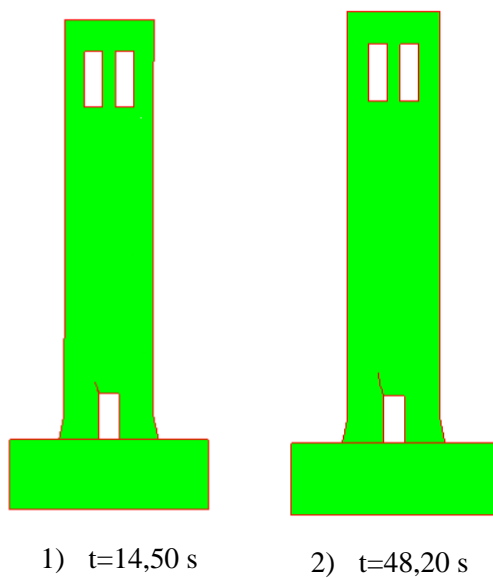


SRUŠO SE

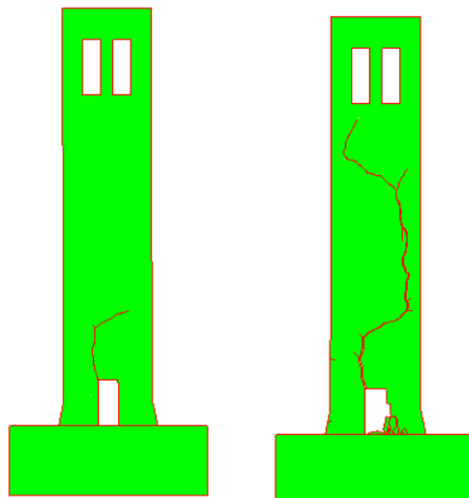
9) vršno ubrzanje 0.45 g

10) vršno ubrzanje 0.50 g

Slika 27. Zapisi pomaka tla uslijed djelovanja različitih vršnih ubrzanja tla

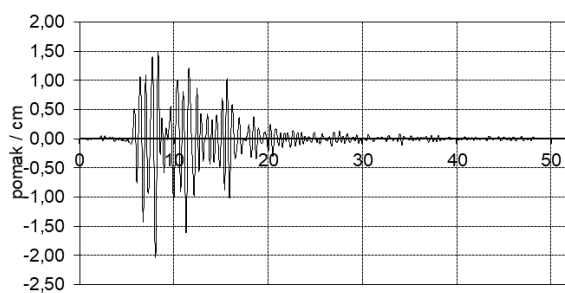
1) $t=14,50$ s2) $t=48,20$ s

Slika 28. Prikaz nastanka i širenja pukotina pri vršnom ubrzanju tla 0.45g

1) $t=8,00$ s2) $t=9,50$ s

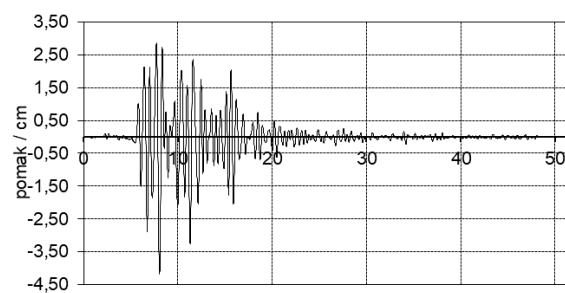
Slika 29. Prikaz nastanka i širenja pukotina pri vršnom ubrzanju tla 0.50g

4.2.d Ukopani toranj u elastičnu podlogu



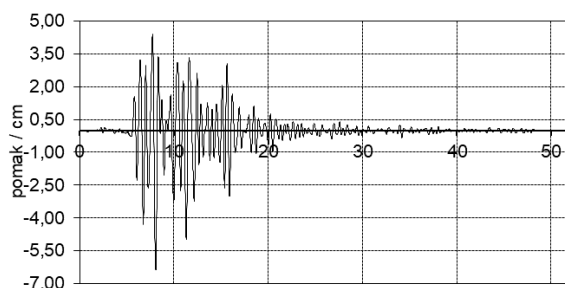
vrijeme / s

1) vršno ubrzanje 0.10g



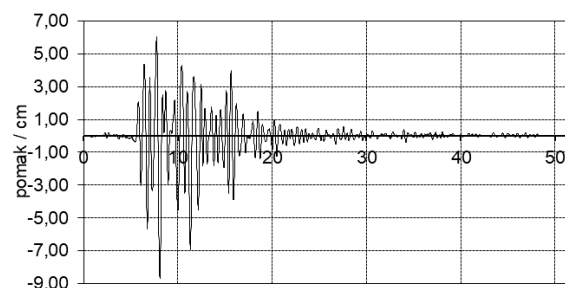
vrijeme / s

2) vršno ubrzanje 0.20g



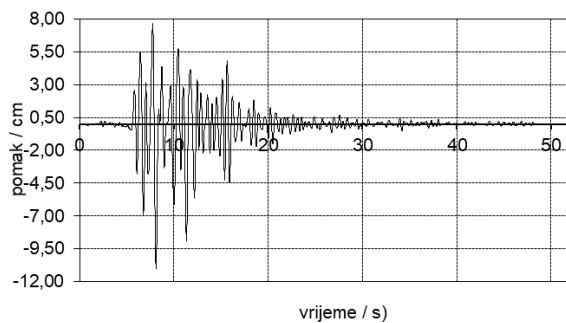
vrijeme / s

3) vršno ubrzanje 0.30g

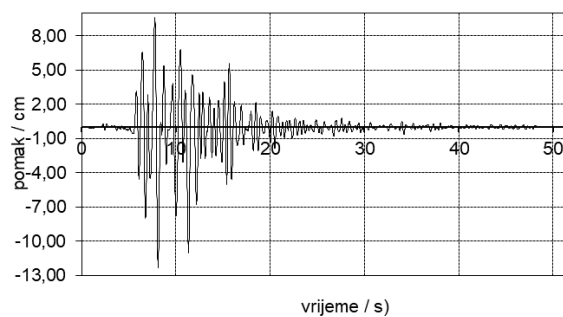


vrijeme / s

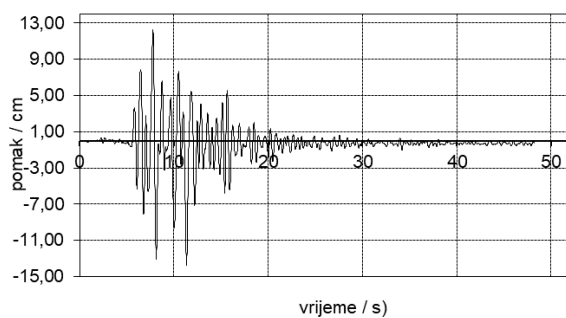
4) vršno ubrzanje 0.40g



5) vršno ubrzanje 0.50g



6) vršno ubrzanje 0.60g

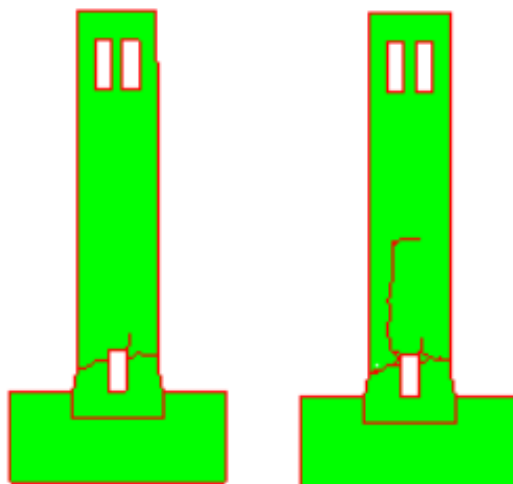


7) vršno ubrzanje 0.70g

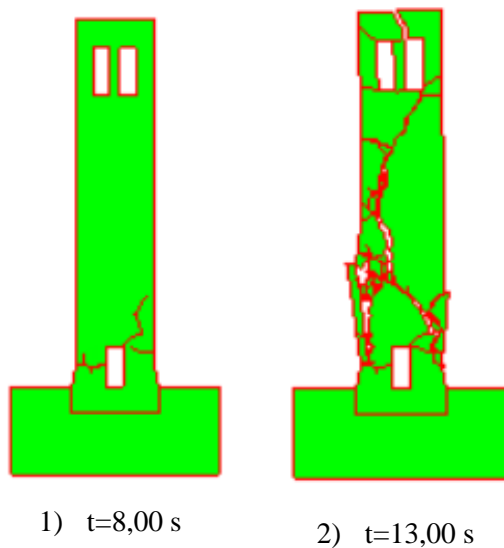
SRUŠIO SE

8) vršno ubrzanje 0.75g

Slika 30. Zapisi pomaka tla uslijed djelovanja različitih ubrzanja

1) $t=8,00$ s2) $t=48,20$ s

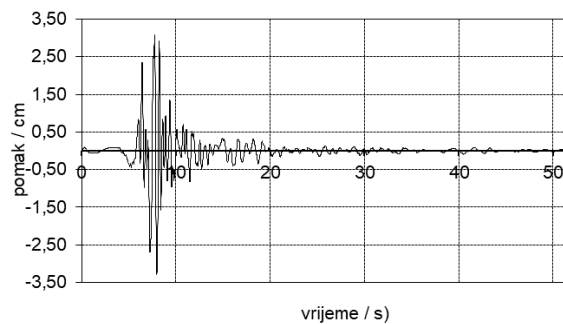
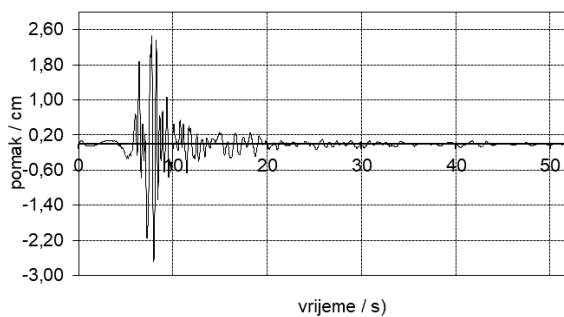
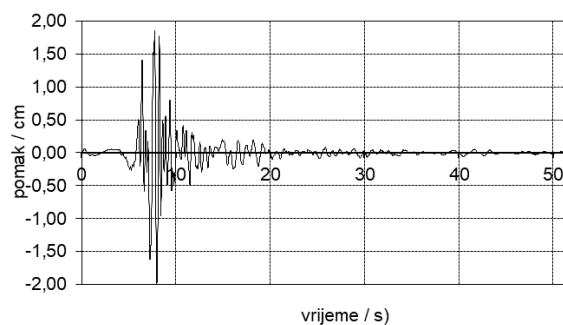
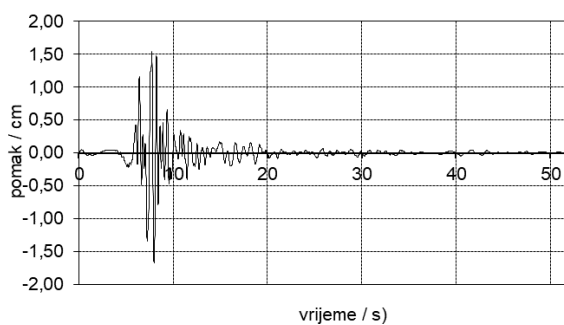
Slika 31. Prikaz nastanka i širenja pukotina pri vršnom ubrzanju tla 0.70g

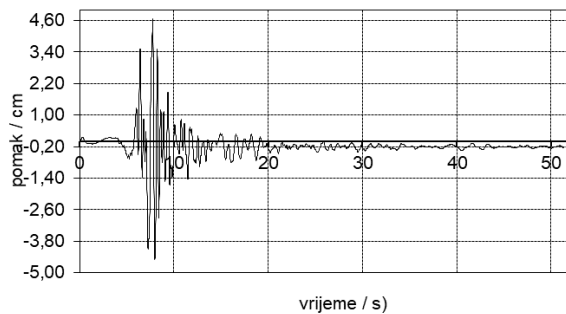


Slika 32. Prikaz nastanka i širenja pukotina pri vršnom ubrzanju tla 0.75g

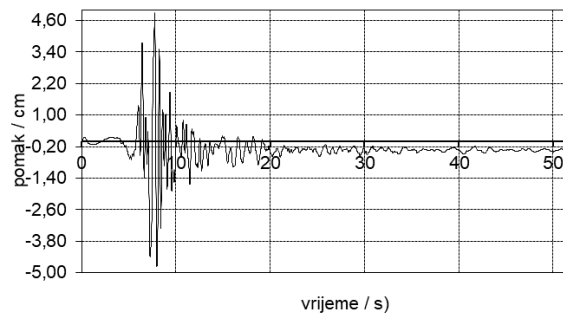
4.3. Rezultati analiza za potres South Iceland

4.3.a Slobodnostojeći toranj na elastičnoj podlozi

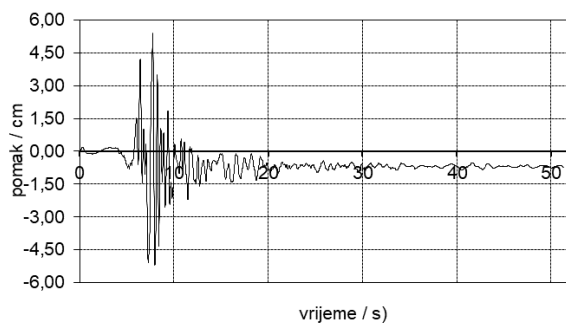




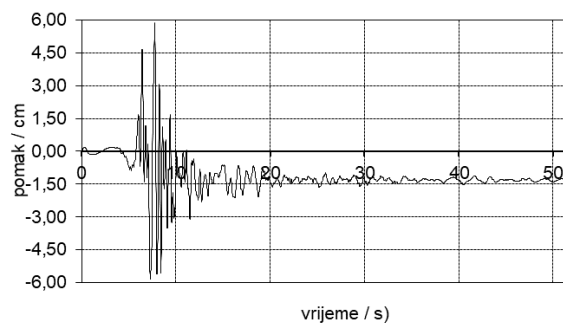
5) vršno ubrzanje 1.50 g



6) vršno ubrzanje 1.60 g



7) vršno ubrzanje 1.80 g

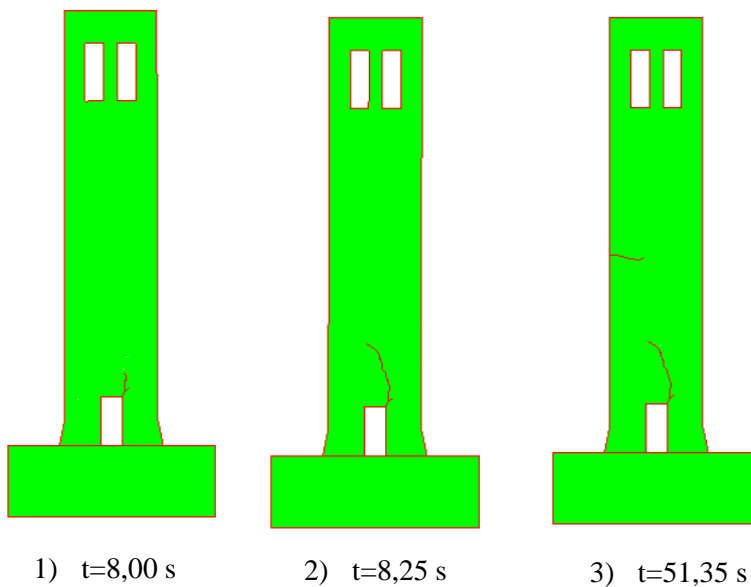


8) vršno ubrzanje 2.00 g

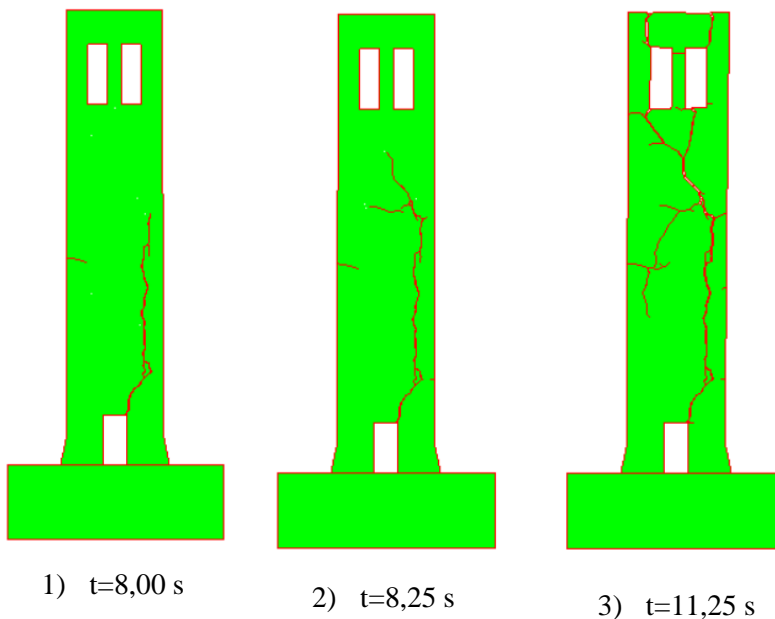
SRUŠIO SE

9) vršno ubrzanje 2.50 g

Slika 33. Zapisi pomaka tla uslijed djelovanja različitih vršnih ubrzanja tla

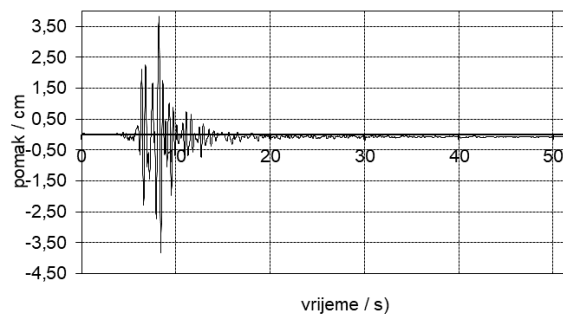
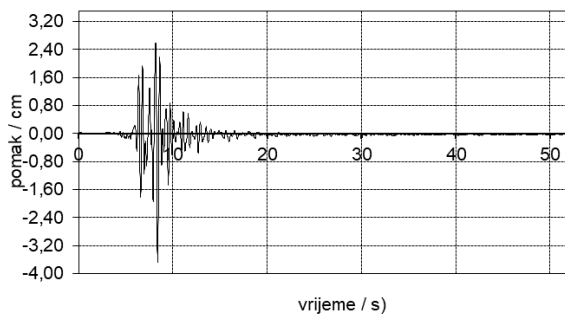
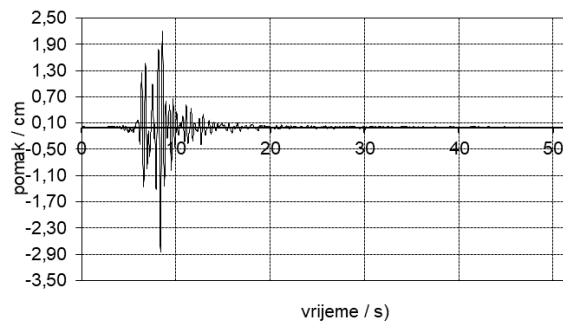
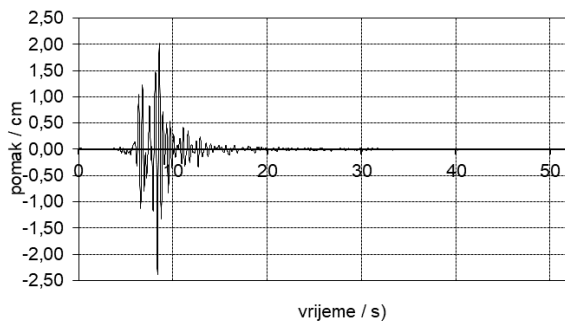
1) $t=8,00$ s2) $t=8,25$ s3) $t=51,35$ s

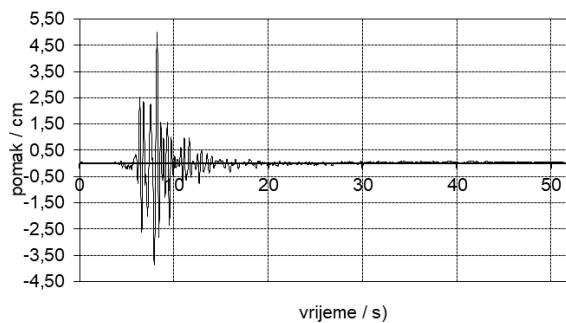
Slika 34. Prikaz nastanka i širenja pukotina pri vršnom ubrzanju tla 2.00g



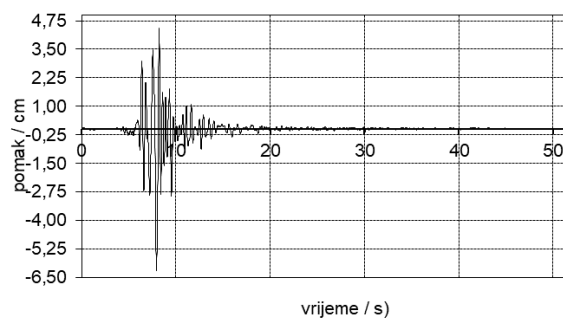
Slika 35. Prikaz nastanka i širenja pukotina pri vršnom ubrzanju tla 2.50g

4.3.b Upeti toranj na krutoj podlozi

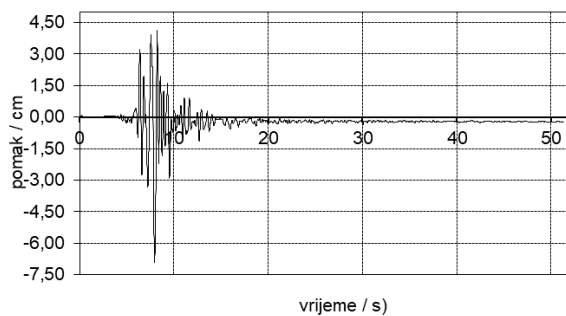




5) vršno ubrzanje 1.20 g



6) vršno ubrzanje 1.40 g

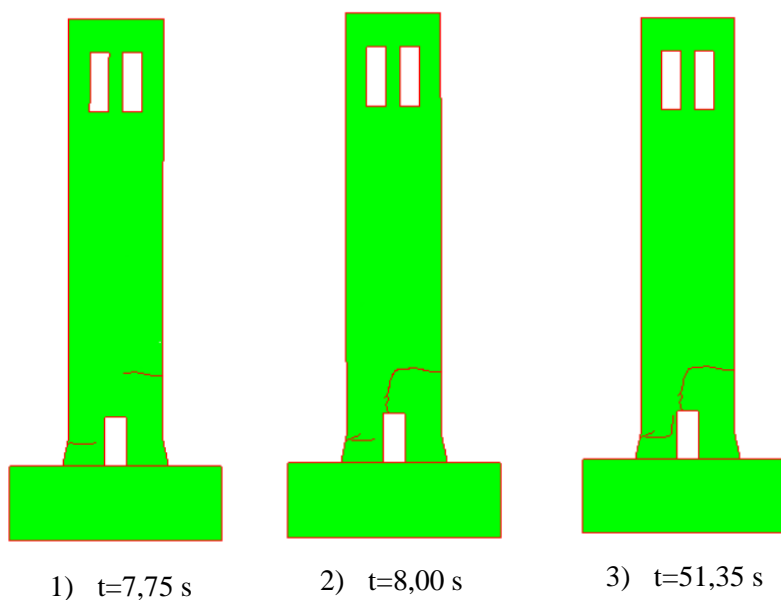


7) vršno ubrzanje 1.50 g

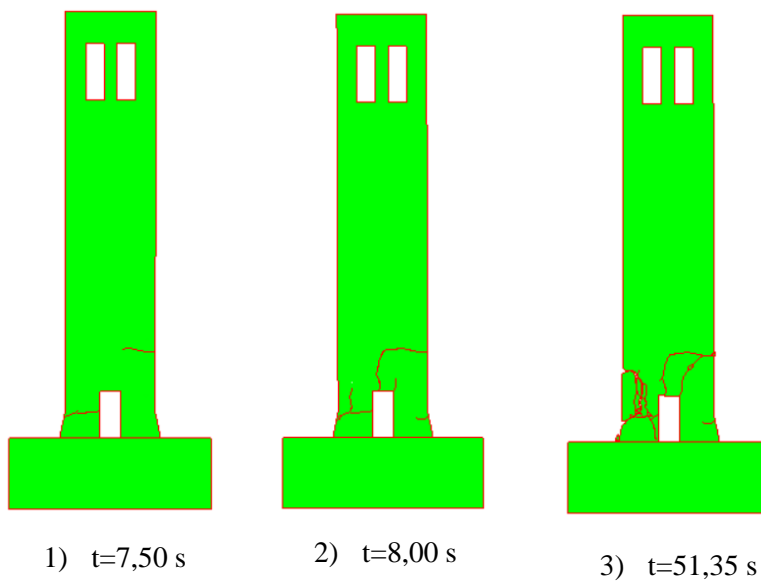
SRUŠIO SE

8) vršno ubrzanje 1.60 g

Slika 36. Zapisi pomaka tla uslijed djelovanja različitih vršnih ubrzanja tla

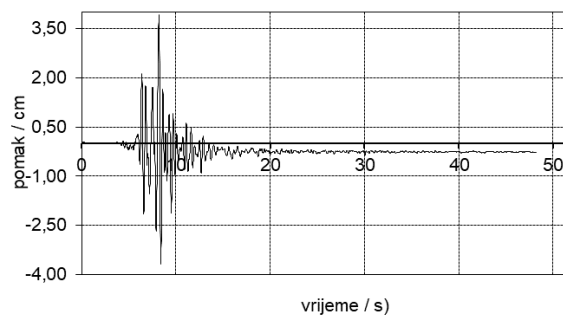
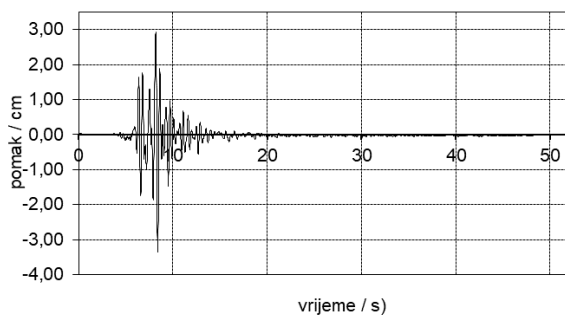
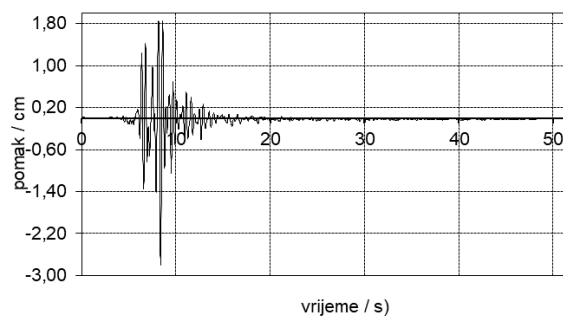
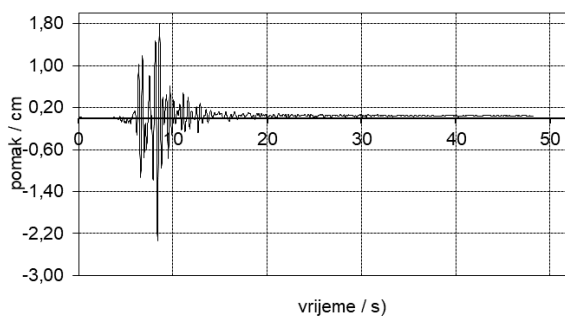


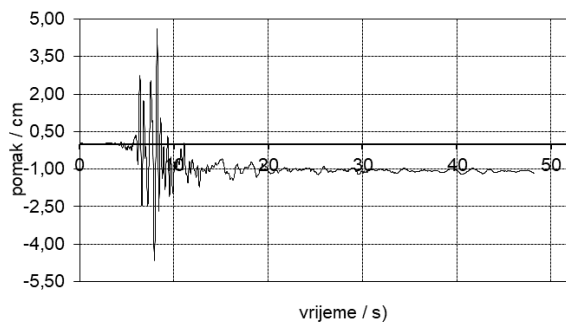
Slika 37. Prikaz nastanka i širenja pukotina pri vršnom ubrzanju tla 1.50g



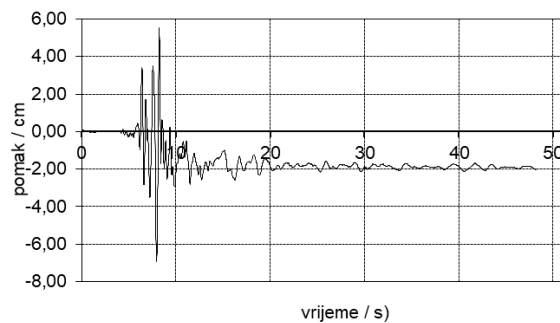
Slika 38. Prikaz nastanka i širenja pukotina pri vršnom ubrzanju tla 1.60g

4.3c Slobodnostojeći toranj na krutoj podlozi





5) vršno ubrzanje 1.25 g

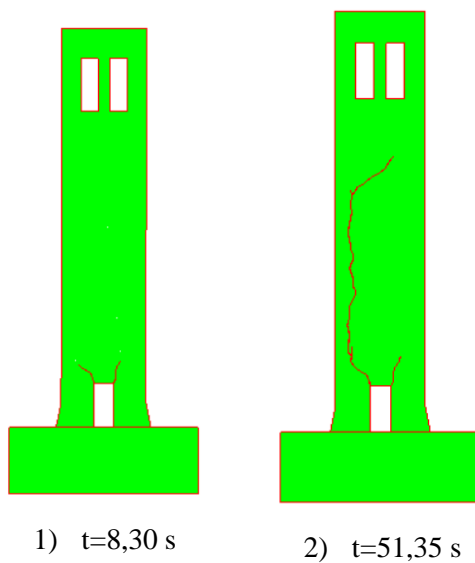


6) vršno ubrzanje 1.50 g

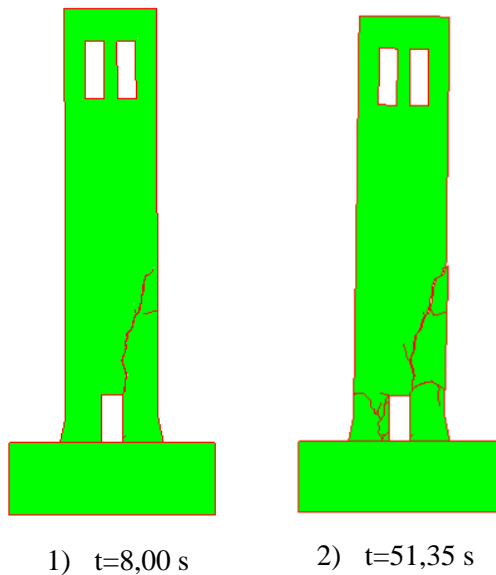
SRUŠIO SE

7) vršno ubrzanje 1.75 g

Slika 39. Zapisu pomaka tla uslijed djelovanja različitih vršnih ubrzanja tla

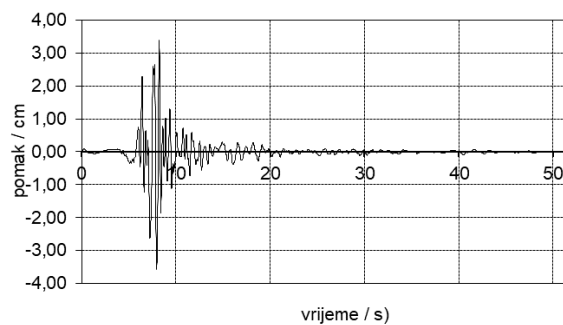
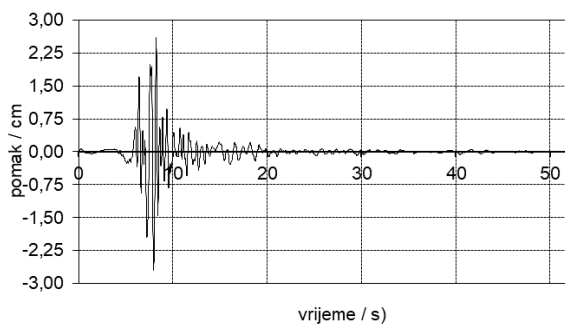
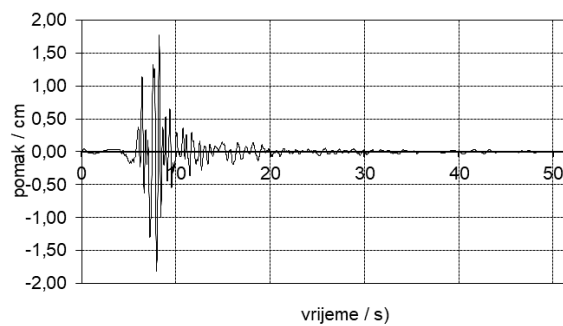
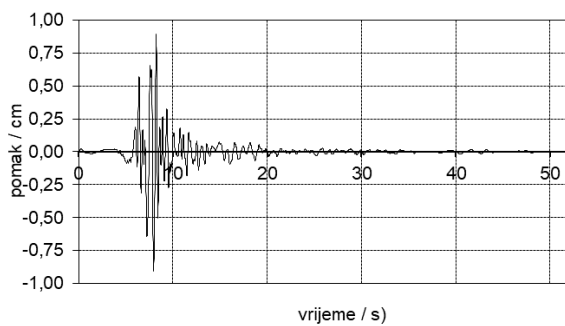
1) $t=8,30$ s2) $t=51,35$ s

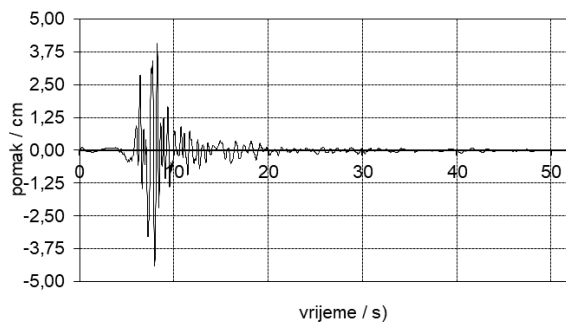
Slika 40. Prikaz nastanka i širenja pukotina pri vršnom ubrzanju tla 1.50g



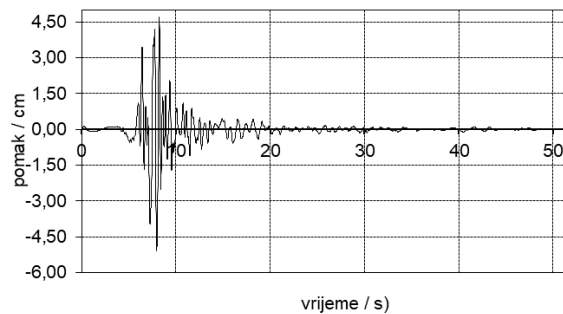
Slika 41. Prikaz nastanka i širenja pukotina pri vršnom ubrzanju tla 1.75g

4.3.d Ukopani toranj u elastičnu podlogu

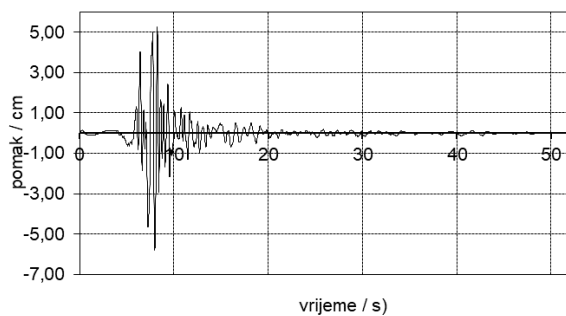




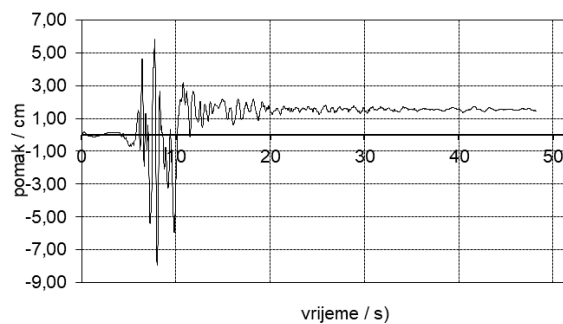
5) vršno ubrzanje 1.25g



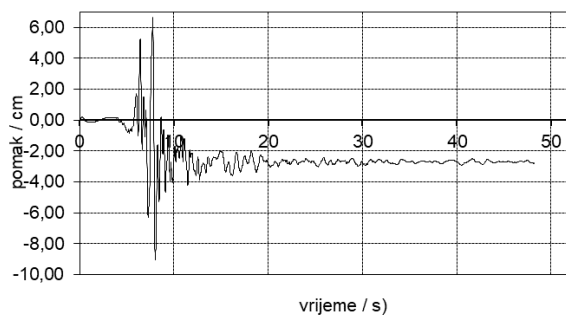
6) vršno ubrzanje 1.50g



7) vršno ubrzanje 1.75g



8) vršno ubrzanje 2.00g

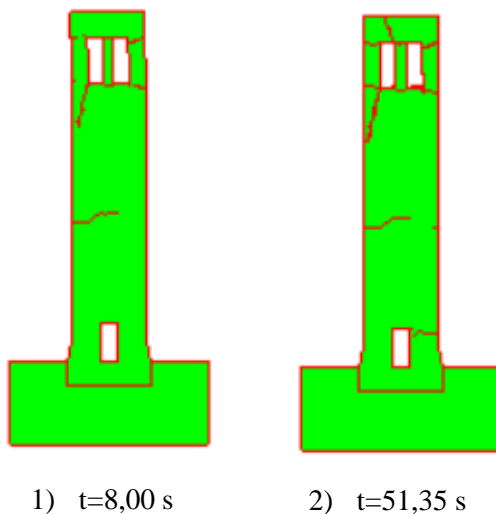


9) vršno ubrzanje 2.25g

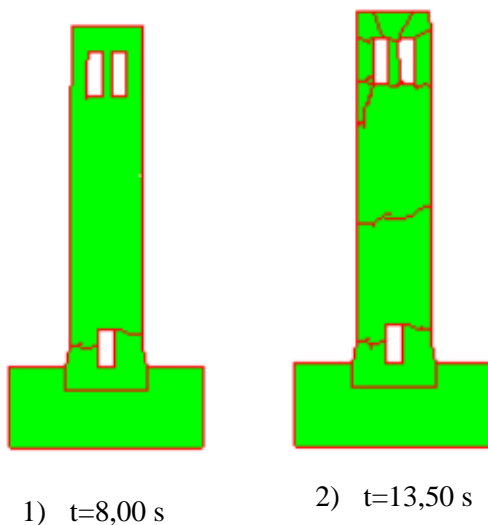
SRUŠIO SE

10) vršno ubrzanje 2.50g

Slika 42. Zapisi pomaka tla uslijed djelovanja različitih vršnih ubrzanja tla



Slika 43. Prikaz nastanka i širenja pukotina pri vršnom ubrzanju tla 2.25g



Slika 44. Prikaz nastanka i širenja pukotina pri vršnom ubrzanju tla 2.50g

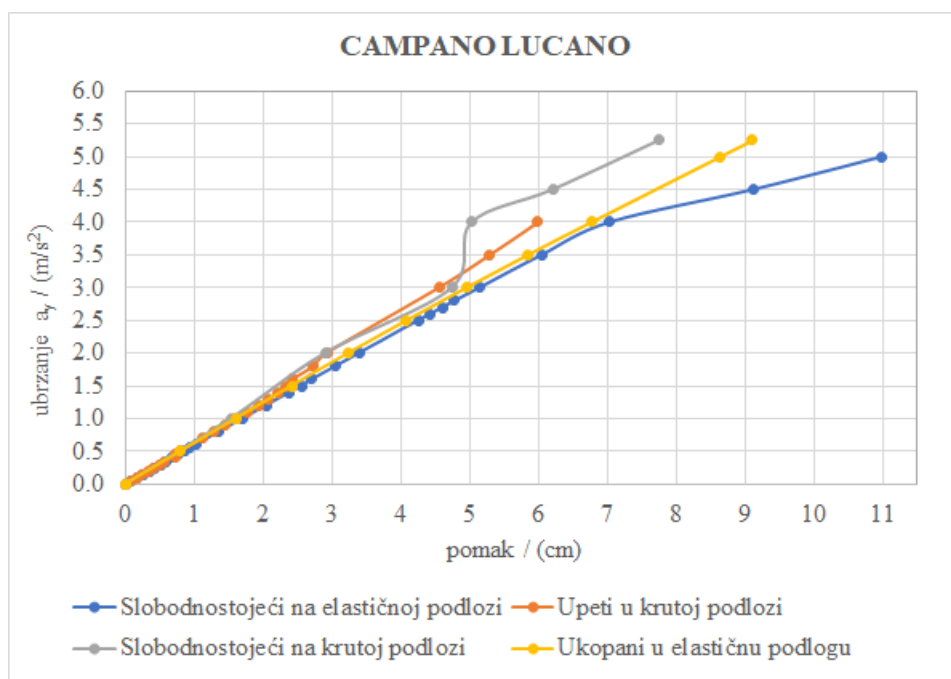
5. ANALIZA NUMERIČKIH REZULTATA

Nakon izvršenih numeričkih proračuna konstrukcije na seizmička djelovanja i ispitanih graničnih stanja promatrane građevine izvršena je analiza dobivenih rezultata. Analiza se provela pojedinačno na način da se promatra ponašanje konstrukcije uslijed djelovanja jednog potresa u odnosu na definirane različite rubne uvjete. Potom se zasebno promatraju rezultati ponašanja tornja s istim rubnim uvjetima izloženog različitim potresima korištenim kao seizmičko opterećenje u ovom radu.

5.1. Analiza ponašanja tornja izloženog istom potresnom opterećenju uslijed različitih rubnih uvjeta

U ovom poglavlju prikazana je analiza rezultata ponašanja konstrukcije uslijed djelovanja jednog potresa za različite rubne uvjete.

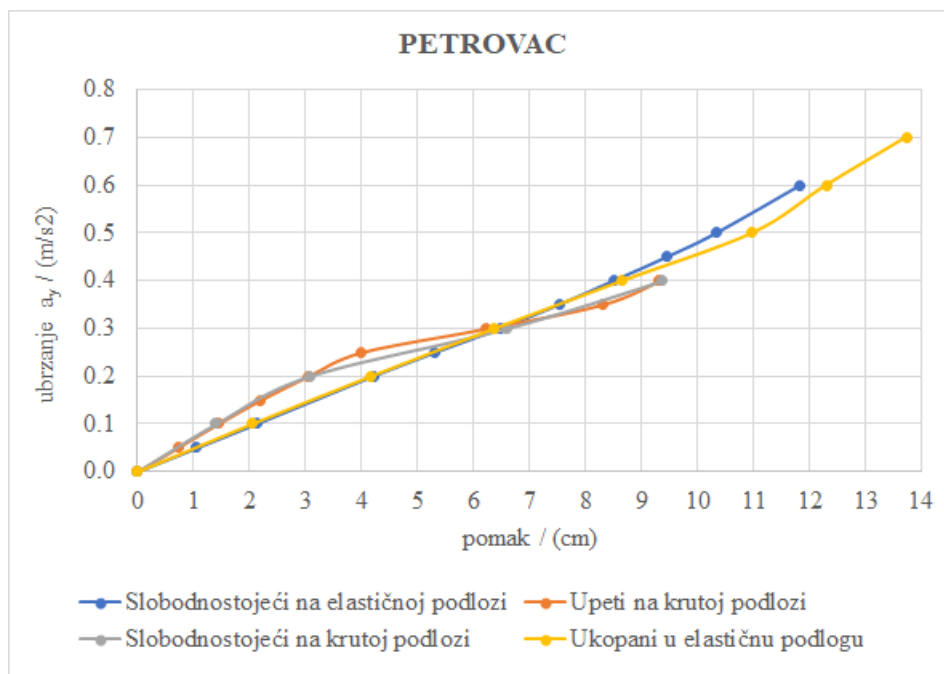
Na slici 45. prikazani su rezultati analize tornja izloženog različitim ubrzanjima potresa Campano Lucano.



Slika 45. Grafički prikaz pomak-ubrzanje uslijed djelovanja potresa Campano Lucano

Iz prikaza ponašanja tornja izloženog potresnom djelovanju Campano Lucano može se uočiti da se najveći pomak događa u slučaju slobodnostojećeg modela na elastičnoj podlozi te iznosi 11 cm. Do otkazivanja konstrukcije u slučaju upetog tornja u krutu podlogu dolazi značajno ranije u odnosu na ostale rubne uvjete i to pri vrijednosti od 4.50g.

Na slici 46. prikazani su rezultati analize tornja izloženog različitim ubrzanjima potresa Petrovac.

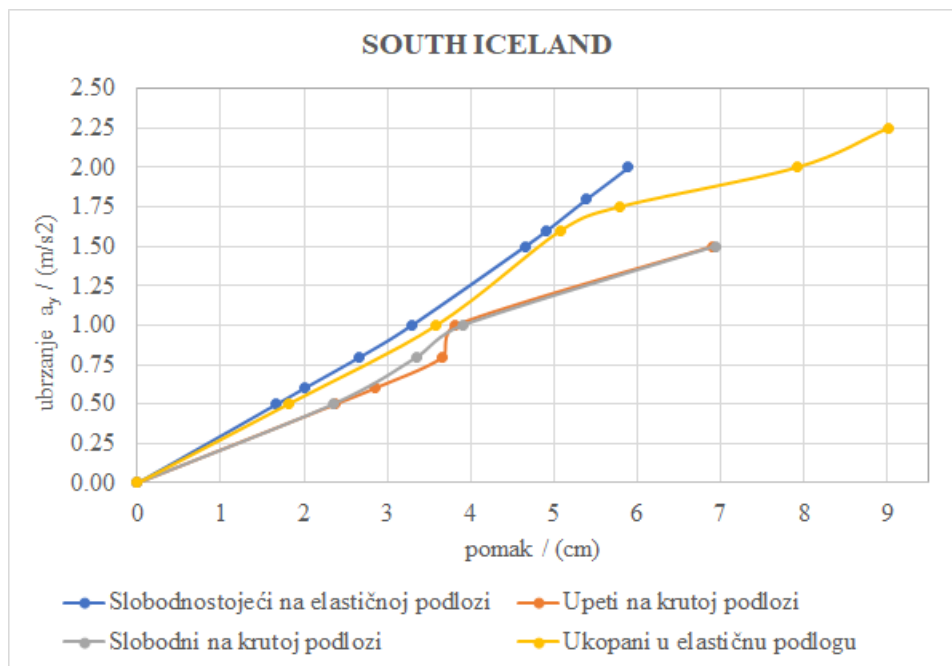


Slika 46. Grafički prikaz pomak-ubrzanje uslijed djelovanja potresa Petrovac

Iz dijagrama, može se uočiti da za razliku od potresa Campano Lucano, u ovom razmatranju uočava se da se najveći pomak događa uslijed ukopanog tornja u elastičnu podlogu. Pomak je iznosa 13.8 cm. Otkazivanje i slom konstrukcije nastupaju istovremeno na modelu tornja upetom na krutoj podlozi i na modelu koji je slobodnostojeći na krutoj podlozi.

Na slici 47. prikazani su rezultati analize tornja izloženog različitim ubrzanjima potresa South Iceland.

Kao i u slučaju djelovanja potresa Petrovac, najveći pomak nastaje na modelu tornja koji je ukopan u elastičnu podlogu i ima vrijednost 9.10 cm. Slom nastaje paralelno na modelu koji je slobodnostojeći na krutoj podlozi i upetom tornju na krutoj podlozi.

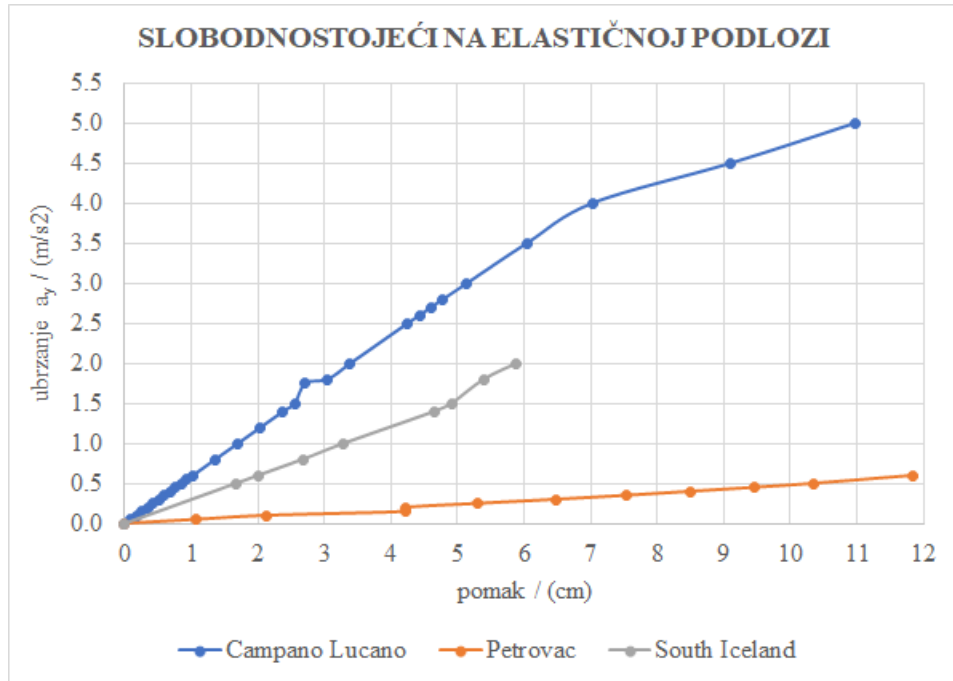


Slika 47. Grafički prikaz pomak-ubrzanje uslijed djelovanja potresa South Iceland

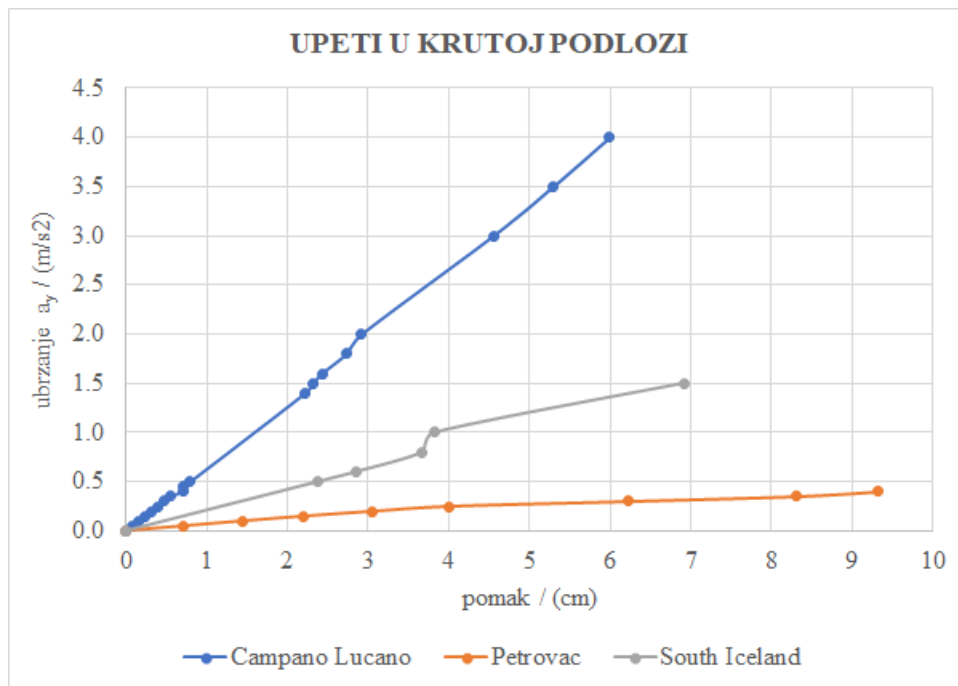
5.2. Analiza ponašanja tornja s istim rubnim uvjetima izloženog različitim potresnim opterećenjima

U ovom poglavlju su prikazani i analizirani rezultati ponašanja tornja istih rubnih uvjeta izloženog potresima Campano Lucano, Petrovac i South Iceland.

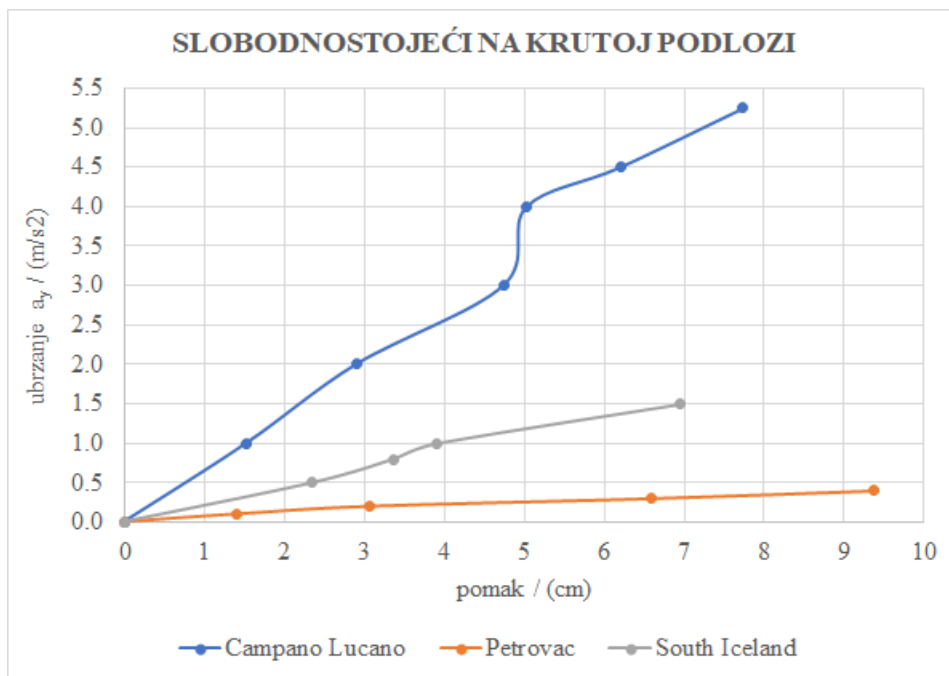
Na slikama 48, 49, 50 i 51 prikazana je veza pomak-ubrzanje kao rezultati analize slobodnostojećeg tornja na elastičnoj podlozi, upetog tornja u krutoj podlozi, slobodnostojećeg tornja na krutoj podlozi i ukopanog tornja u elastičnu podlogu za sva tri potresa analizirana u okvir ovog rada.



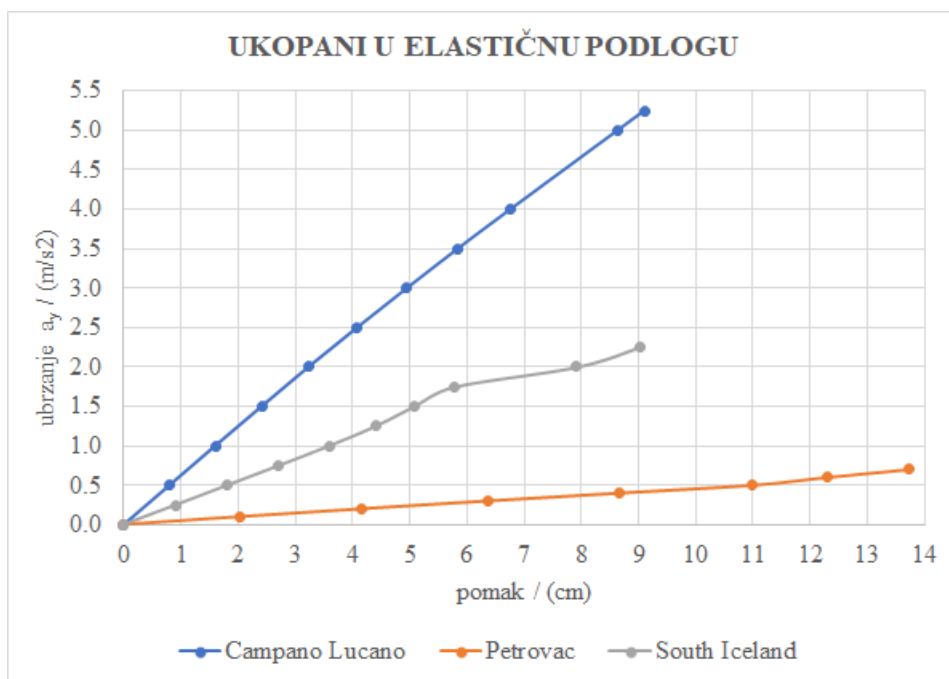
Slika 48. Grafički prikaz pomak - ubrzanje slobodnostojećeg modela na elastičnoj podlozi



Slika 49. Grafički prikaz ponašanja upetog modela u krutoj podlozi



Slika 50. Grafički prikaz ponašanja slobodnostojećeg modela na krutoj podlozi



Slika 51. Grafički prikaz ponašanja ukopanog modela u elastičnu podlogu

Iz promatranih potresnih djelovanja ovisno o načinu oslanjanja modela, može se uočiti da se rezultati značajno razlikuju. Uslijed djelovanja potresa Petrovac vidljivo je da konstrukcija

podnosi najveće pomake. U prikazu ponašanja ukopanog tornja u elastičnu podlogu pomaci iznose 13.8 cm za vršno ubrzanje tla od 0.75g te njegovim povećanjem dolazi do sloma. South Iceland je potres koji na promatranom modelu stvara najmanje pomake gotovo jednako na svim rubnim uvjetima. Pomaci promatranog tornja poprimaju vrijednost od 6 do 7 cm. Što se tiče vršnog ubrzanja tla, za modele na elastičnoj podlozi, konstrukcija apsorbira ubrzanje od 2.50g dok modeli na krutoj podlozi otkazuju već pri ubrzanju od 1.50g. Numerički model promatranog tornja najbolje apsorbira potresno djelovanje Campano Lucano. Do otkazivanja konstrukcije dolazi pri ubrzanju od 5.50g što je znatno veća vrijednost u odnosu na preostala dva promatrana djelovanja što ga čini najblažim potresom u ovoj metodi proračuna. Iz rezultata provedenih numeričkom analizom jasno se vidi da je intenzitet potresa Petrovac najveći te da se upravo njega uzima kao mjerodavnog pri analizi zidane konstrukcije.

6. ZAKLJUČAK

Potres je pojava čiju snagu djelovanja na konstrukciju ne možemo predvidjeti. Kao posljedica u povijesti pa sve do danas događale su se velike materijalne štete kao i ljudske žrtve. Kako bi spriječili daljnji nastanak šteta te što preciznije predvidjeli ponašanje konstrukcija razvijaju se razne simulacije kojima se oponašaju potresna djelovanja na numeričkim modelima građevina. Na taj način želi se predvidjeti kada dolazi do gubitka stabilnosti konstrukcije kao i do potpunog otkazivanja građevine.

Provedenim analizama u okviru ovog rada pokazalo se kako je primjenom numeričkih modela kombiniranom metodom konačnih i diskretnih elemenata moguće precizno utvrditi ponašanje stvarnih objekata na potresna djelovanja. Model temeljen na ovoj metodi omogućuje realnu simulaciju nastajanja i širenja pukotina kao i ponašanja konstrukcije nakon potpunog sloma što je vrlo bitno u predviđanju opasnosti.

Analizirajući numeričke rezultate može se uočiti da je Petrovac najnepovoljniji promatrani potres što se da zaključiti jer konstrukcija otkazuje pri najmanjem vršnom ubrzanju tla te upravo taj potres uzimamo kao mjerodavan pri analizi konstrukcije. Jednako tako vidi se da je ukopani toranj u elastičnu podlogu najbolji rubni uvjet koji je promatran u ovom radu zato što građevina apsorbira najveće pomake i do otkazivanja konstrukcije dolazi nakon preostala tri rubna uvjeta.

U ovom radu pokazano je kako se s dovoljnom preciznošću može provesti analiza građevina na buduća potencijalna potresna djelovanja, ali i da je jednako tako bitno konstantno tražiti nove metode i tehnologije za što pouzdanije predviđanje ponašanja građevina na razne seizmičke aktivnosti u svrhu očuvanja ljudskih života te minimiziranja materijalne štete.

7. LITERATURA

- [1] Siro Casolo, Gabriele Milani, Giuseppina Uva, Claudio Alessandri, Comparative seismic vulnerability analysis on ten masonry towers in the coastal Po Valley in Italy, Engineering Structures, Volume 49, 2013
- [2] Smoljanović H, Živaljić N, Nikolić Ž, Pregled metoda za modeliranje povijesnih zidanih konstrukcija, Građevinar 2013
- [3] Munjiza A.: The combined finite-discrete element method, John Wiley & Sons, 2004
- [4] Gmsh: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities, (2014) Version 2.8.5
- [5] Y: FEM/DEM COMPUTER PROGRAM, Copyright (C) 2000, Dr. Antonio Munjiza
- [6] Balić, I; Smoljanović, H; Trogrlić, B; Munjiza, A, Seismic Analysis of the Bell Tower of the Church of St. Francis of Assisi on Kaptol in Zagreb by Combined Finite-Discrete Element Method // Buildings, 11 (2021), 8; 373, 17 doi:10.3390/buildings11080373
- [7] Živaljić N, Metoda konačno-diskretnih elemenata za seizmičku 2D analizu AB konstrukcija, doktorska disertacija, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije, Split