

Nadzirano učenje u predviđanju prodaje prehrambenih proizvoda

Marić, Franjo

Professional thesis / Završni specijalistički

2016

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Split, Faculty of economics Split / Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:124:764638>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-04-17**

Repository / Repozitorij:

[REFST - Repository of Economics faculty in Split](#)



UNIVERSITY OF SPLIT



DIGITALNI AKADEMSKI ARHIVI I REPOZITORIJ

SVEUČILIŠTE U MOSTARU - EKONOMSKI FAKULTET

NADZIRANO UČENJE U PREDVIĐANJU PRODAJE PREHRAMBENIH PROIZVODA

Franjo Marić



Sadržaj:

1	UVOD	2
1.1	Predmet istraživanja	3
1.2	Informacijska tehnologija i umjetne neuronske mreže (umjetna inteligencija)	5
1.3	Ciljevi i hipoteze istraživanja	9
2	NADZIRANO UČENJE	12
2.1	Što su neuronske mreže	14
2.2	Biološke neuronske mreže	16
2.3	Učenje u neuronskim mrežama	16
2.4	Neuronske mreže za probleme predviđanja	25
2.5	Vrste učenja mreža	31
3	IZGRADNJA NEURONSKE MREŽE	37
3.1	Priprema podataka	37
3.2	Definiranje varijabli analize	39
3.3	Obrada podataka	40
3.4	Formiranje neuronskog modela	49
3.4.1	Metode korištene kod analize podataka	51
3.5	Neuronski model za predviđanje prodaje	53
3.5.1	Prikupljanje, obrada i učenje	54
3.6	Izrada skladišta podataka	55
3.6.1	Model skladišta podataka	55
4	NEURONSKE MREŽE ZA PREDVIĐANJE PRODAJE PREHRAMBENIH PROIZVODA	60
4.1	Prikupljanje podataka iz simulacije	70
4.2	Analiza dobivenih podataka	73
4.3	Primjena dobivenih podataka za optimiziranje procesa proizvodnje . .	73
5	ZAKLJUČAK	75
5.1	Utjecaj modela na poslovanje poduzeća	76
	Zahvala	77
	Popis slika	78

Popis tablica	79
Bibliografija	81
Kazalo pojmova	83

Predgovor

Rad je nastao kao plod svakodnevnog usavršavanja na polju informacijskih znanosti koje svakodnevno koristim u poslu, te edukacije u polju umjetne inteligencije kao i želje da se naučenim mogu koristiti i svi ostali koje zanima ova oblast i primjene u poljima poslovanja od kojih ovisi rast i razvoj gospodarstva. Literatura kroz koju sam prošao dala mi je do znanja da ovo iako na prvi pogled područje koje nije dovoljno obrađeno može ponuditi mnogo korisnoga u vlastitom razvoju kao pojedinci aali i praktičnoj primjeni naučenog. Vidljiv je također napredak neuronskih mreža na ovim prostorima, tj. povećanje dostupne literature na hrvatskom jeziku.

1 UVOD

Promjene, konstantne promjene načina razmišljanja, djelovanja, metoda rješavanja problema jesu jedini jamac sigurnosti. Kroz povijest ljudi su se svakodnevno prilagođavali novonastalim promjenama, kako u društveno političkom smislu tako i u tehnološkom. Razdoblja iza našeg vremena uglavnom karakterizira polagano napredovanje znanosti, tehnologije, rasta populacije i sl. Prema nekim autorima znanje se u ranijoj povijesti civilizacije udvostručavalo svakih tisuću godina, dok je danas vrijeme potrebno za udvostručavanje informacija svega tri godine.

Međutim, 20. st. a posebno zadnjih par desetljeća bilježi strahovit uzlet ljudske civilizacije u svim područjima djelovanja. Napredovanje znači sve brže promjene postojećeg stanja, koje dosadašnji načini razmišljanja i metodologije nisu u mogućnosti adekvatno opisati. Svijest ljudi o konstantnosti promjena svakodnevno zahtjeva promjenu paradigmi. Potreba za modelima koji pojednostavljaju sliku stvarnosti i tako je čine jednostavnijom za analizu je sve izraženija. Mali dio toga prostora nastoje popuniti neuronske mreže sa svim svojim prednostima i nedostacima. Malo po malo zadnjih 60-ak godina manje ili više uspješno iznalaze rješenja koja tradicionalne matematičko-statističke metode nisu u stanju riješiti, tj. predvidjeti. U trenutku čitanja ovog teksta mnoštvo zvukova, slika i svega oko vas odvlači vam pozornost s trenutne aktivnosti. Postoji li uopće neka osoba koja može obrađivati informacije bez da na nju ne djeluju trenutne emocije, vremenski uvjeti? Može li postojati mozak koji je neovisan u donošenju odluka od vanjskog svijeta.

Postoji li netko ili nešto što ne djeluje na osnovu instinkta, na osnovu emocionalne ili neke druge pristranosti nečemu ili nekome. Odgovor donekle dolazi iz koncepta neuronskih mreža, koje kako god bile otvorene imaju svoj dio djelovanja u kome učenjem nastoje doći do zaključaka i prijedloga koje dalje ljudi koriste pri donošenju odluka više razine. Kako kreirati nešto takvo a da se pri tome možemo u potpunosti osloniti na rezultate rada takvih neuronskih mreža. Kako uzeti zdravo za gotovo nešto što preporuča stroj a koje odlučuje o sudbinama ljudi?

Postoji li možda način simbioze brzine i procesne moći računanja s intuicijom eksperta? Mnoštvo podataka, ljudi koji ih razmjenjuju, a da pri tome većina njih nije ni svjesna gdje ostavljaju svoje osobne podatke. Velika količina informacija svakodnevno dolazi i do nas kao kupaca ili jednostavnih konzumenata svakovrsnog sadržaja i svake vrste proizvoda. Reklamne kampanje koje vješto manipuliraju interesima pojedinih društvenih skupina mogu i vrlo često utječu u velikom mjeri na prihode i profite od pojedinih proizvoda. Korporacije sve više ciljaju na svakog pojedinca kako bi povećali prihode. To naravno iziskuje dodatne analize kupaca, tržišta, tržišnih niša, raznih kategorija koje svjesno i podsvjesno utječu na odluke o potrošnji. U nastojanju da se što preciznije, ali i što jednostavnije opiše umjetna neuronska mreža, možda bi najbolje bilo prenijeti definiciju Aleksandera Mortona (1990), prema kojem je „Neuronska mreža masivni paralelni distribuirani sustav za obradu podataka koji se sastoji od jednostavnih elemenata i ima prirodnu sklonost pohranjivanja iskustvenog znanja koje potom može i koristiti, a sličan je mozgu prema načinu na koji stječe i pohranjuje znanje. Neuronska mreža znanje stiče kroz proces učenja, a pohranjuje ga posredstvom intenziteta međuneuronskih veza.[11]

1.1 Predmet istraživanja

Ideja neuronskih mreža potječe iz 1940-ih godine kada dvojica znanstvenika s MIT - a (McCulluch i Pitts) objavljuju matematički model neuronske mreže. Međutim, procesna moć tadašnjih računala nije omogućavala implementaciju neuronske mreže. Veliki pomak na polju umjetne inteligencije dao Alan Turing gdje je 1950. u časopisu "Computing Machinery" izložio kompletnu viziju umjetne inteligencije. U tome članku uvodi pojmove umjetne inteligencije, strojnog učenja, genetičkih algoritama od kojih je svakako najznačajniji pojam turingova testa za testiranje da li je neko računalo inteligentno. Tek kasnih pedesetih godina pojavom LSI¹ računala počelo je istraživanje i u polju neuronskih mreža, ali zbog nedostupnosti hardvera širim masama brzo prestaje istraživanje u ovom polju koje se nastavlja 1990-ih. Da bi danas neuronske mreže postale neizostavan dio u razvoju inteligentnih sustava. Mnogo autora se bavi problematikom predviđanja, kako u sferi prodaje proizvoda

¹eng. large-scale integration

tako i u monogim drugim područjima (raspoznavanje znakova i teksta, medicinska diagnostika, proizvodnja, marketing, financije, ulaganje) gdje se na osnovu povijesnih podataka i trenutno važećih kriterija koji utječu na donošenje rezultata predviđa ponašanje datog segmenta kako bi se što bolje prilagodili i unaprijed reagirali na sve poteškoće koje se nađu na putu cilja.

Karakteristika nadziranog učenja su podaci u obliku (x,y) , tj. ulazna vrijednost x i ciljna vrijednost y . Ciljne vrijednosti su klase, odnosno razredi u koje želimo grupirati ulazne podatke ali u općem slučaju ciljna vrijednost je broj iz skupa realnih brojeva. Metodu nadziranog učenja možemo podijeliti na:

a) Regresija – učenje funkcija

Izlaz metode regresije je funkcija koju pokušavamo aproksimirati. Možemo koristiti sljedeće prisupe:

- unaprijedne (eng. feedforward) neuronske mreže
- regresijska analiza

b) Raspoznavanje uzoraka – klasifikacija

Izlaz je jedna ili više klasa kojima pokušavamo podijeliti ulazne primjere. Primjer ove metode su detektori, od kojih jedan pokušavam izgraditi u ovom radu. Neki od pristupa koji nam stojena raspolaganju su:

- unaprijedne (eng. feedforward) neuronske mreže
- kNN klasifikatori (eng. nearest neighbour classifiers)
- stabla odluke (eng. decision tree)
- diskriminantna analiza[19]

Prvi dio rada je uvodni dio gdje se definiraju neuronske mreže kao dio informacijskih tehnologija te se govori o informacijskoj tehnologiji kao općeprihvaćenoj u svim znanstvenim područjima. Osnova svakoga pa i ovoga rada naslanja se na prethodna istraživanja koja su data na uvid u prvom dijelu. Razlike i sličnosti između neuronskih i bioloških mreža objašnjene su u trećem poglavlju. Načini učenja u neuronskim mrežama također su neizostavan dio ovoga rada i bez načina kako usavršiti znanje u neuronskim mrežama sve ostalo nevedeno nema nekog pretjeranog smisla. Nadalje potrebno je na primjeru pokazati djelovanje kreirane neuronske mreže koja može poslužiti za rješavanje konkretnih problema u stvarnom svijetu. U završnom dijelu pojašnjen je osnovni koncept korišten u ovom radu. Daljnja istraživanja su

neizostavan dio koji vodi do usavršavanja ove neuronske mreže i prikazuje razvoj kroz pojedine etape.....

1.2 Informacijska tehnologija i umjetne neuronske mreže (umjetna inteligencija)

Umjetna inteligencija se fokusirala na osnove inteligencije kao što je učenje, zaključivanje, rješavanje problema, percepciju i razumijevanje jezika. Razvoj umjetne inteligencije možemo podijeliti na razdoblja: [20]

- (1943 - 1956) Faza inkubacije
- (1952 - 1969) Faza ranog entuzijazma i velikih očekivanja
- (1969 - 1979) Faza sustava temeljenih na znanju
- (1980 - do danas) Faza kada UI postaje industrija

Neka područja primjene UI su : [20]

- Igranje igara : Deep Blue (IBM) prvi računarski program koji je pobijedio svjetskog prvaka Garrya Kasparova
- Dijagnoza : program za medicinsku dijagnozu baziranu na vjerodostojnoj analizi (bio sposoban opisati slučaj)
- Robotika : kirurzi koriste asistenta robota u mikrooperacijama
- Razumijevanje jezika i rješavanje problema : program koji rješava križaljke bolje od ljudi, velika baza prijašnjih križaljki, rječnika, ELIZA programa za komunikaciju između čovjeka i računala
- Samoupravno planiranje i raspored : NASA program udaljenog agenta za svemirske brodove
- Samoupravna kontrola : program treniran za upravljanje automobilom duž ceste, smješten u kombiju i korišten za navigaciju.

Sve podatke koje danas obrađujemo pomoću računala, spremamo u digitalnom obliku, ponovno koristimo u nekim idućim obradama i tako redom. Međutim, postoji

i druga strana a to je da postoje podaci koje obrađuju ljudi u svakodnevnom životu. Količina tako obrađenih podataka je mnogo veća, ljudi i sva ostala živa bića na zemlji svakodnevno analiziraju podatke iz okoline kako bi preživjeli, i osigurali određeni stupanj napretka. Iz ovakvog koncepta ljudi nastoje izvući principe, načine i metode kojima bi imitirali prirodu. Upravo umjetna neuronska mreža je replika ljudskog mozga kojom se nastoji simulirati postupak učenja. To je skup međusobno povezanih jednostavnih procesnih elemenata ili čvorova čija se funkcionalnost temelji na biološkom neuronu.² Informacijska tehnologija donijela je ogroman rast raznih vrsta metodologije za donositelje odluka u raznim vrstama zanimanja. Osobito je to izraženo u poslovanju gdje se svakodnevno donosi na mnoštvo odluka za koje se mora prvo konzultirati mnoštvo informacija koje su relevantne u trenutku donošenja odluke. Osobitosti neuronskih mreža u odnosu na konvencionalne načine obrade podataka:

- vrlo su dobre u procjeni nelinearnih odnosa uzoraka
- mogu raditi s nejasnim i manjkavim podacima tipičnim za podatke iz različitih senzora i u njima raspoznavati uzorke
- robusne su na pogreške u podacima, za razliku od konvencijalnih metoda koje pretpostavljaju normalnu raspodjelu obilježja u ulaznim podacima
- stvaraju vlastite odnose između podataka koji nisu zadani na eksplicitan simbolički način
- mogu raditi s velikim brojem varijabli i parametara
- prilagodljive su okolini
- moguća je jednostavna VLSI³ implementacija
- sposobne su formirati znanje učeći iz iskustva (tj. primjera)

Neuronske mreže koriste se sve više u svakodnevnim poslovnim aktivnostima, te su u daljnjem tekstu date i kratko pojašnjene neke od primjena:

²Umjetne neuronske mreže (B. Dalbelo-Bašić)

³eng. Very large scale integration- integrirani krugovi visoke gustoće

Prepoznavanje uzorka potrebno je istaknuti područja primjene poput procesiranja slike dobivene putem senzora (upotrebljava se u vojne svrhe za prepoznavanje meta, te u medicinske svrhe), procjenjivanja novčića, kontrole kvalitete, detekcije bombi u prtljazi i sl.

Prepoznavanje znakova u praksi se pokazalo da jednom uvježbana mreža pokazuje visoku razinu ispravnosti u pogledu prepoznavanja čak i onih znakova koji nisu služili kao primjeri za uvježbavanje. Mnoga istraživanja na ovom području usmjerena su na prepoznavanje istočnjačkih pisama.

Obrada govora neuronske se mreže mogu primijeniti za obradu prirodnog govora, prevođenje teksta u govor, davanje uputa strojevima glasovnim naredbama, automatsko prevođenje, sigurnosne sustave sa glasovnom identifikacijom, kao pomoć gluhim osobama i osobama koje su fizički nepokretne. Problem koji se ovdje javlja je taj što većina neuronskih mreža može adekvatno prepoznavati govor samo one osobe koja ju je uvježbavala, a i tada je količina riječi koju može prepoznati ograničena.

Kontrola procesa za područje kontroliranja procesa u složenim sustavima pomoću neuronskih mreža, postoji veliki interes. Prednost neuronskih mreža je, u ovom slučaju, njihova fleksibilnost, odnosno mogućnost pronalaženja adekvatnih rješenja na osnovu nepotpunih podataka. Mreže se uvježbavaju tako što im se omogući da «promatraju» rad sustava. Jednom uvježbana mreža može uspješno kontrolirati sustav čak i u uvjetima kada postoje određeni problemi. Ovu vrstu primjene neuronske mreže možemo pronaći u naftnoj industriji, distribuciji električne energije, a čak se testira i za kontrolu aviona.

Poslovna primjena neuronskim se mrežama koriste financijske institucije, a također se koriste nespretno i u marketinške svrhe. Financijske ustanove poput banaka ili kartičnih kuća, koriste neuronske mreže za procjenu rizika pružanja usluga svojim mušterijama. U marketinške svrhe se npr. koriste za procjenu u koje doba dana treba zvati koje brojeve telefona kako bi se reklamirani proizvod najbolje prodao.

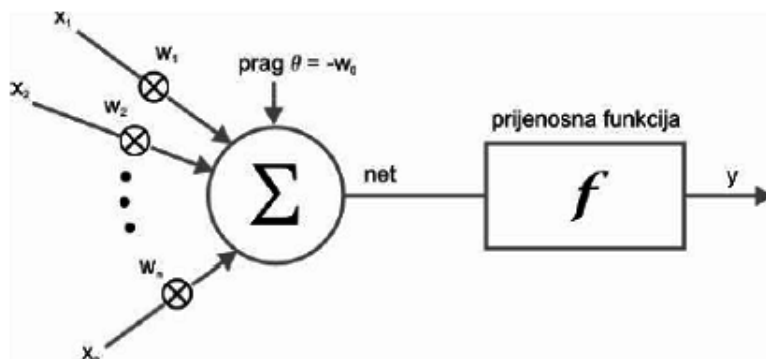
Primjena u medicini pomoću neuronskih mreža nastoje se modelirati dijelovi ljudskog tijela. Primjer toga je modeliranje ljudskog kardiovaskularnog sustava. Model se izrađuje prema pojedincu, te se na osnovu njega može odrediti tijek razvoja bolesti. Neuronske se mreže u medicini također koriste za detekciju bolesti na osnovu

analize rezultata dobivenih pomoću raznih biomedicinskih senzora. Mrežu se može poučiti i uspostavljajući dijagnozu na osnovu simptoma.[12]

Neuronske mreže su odlične za rješavanje problema klasifikacije i predviđanja odnosno za sve probleme kod kojih postoji odnos između ulaznih i izlaznih varijabli, bez obzira na visoku složenost te veze. Tablica ispod prikazuje samo neke od različitosti von Neumann-ova modela i neuronskih mreža.[8]

von Neumann	neuronska mreža
računalu se unaprijed detaljno mora opisati algoritam u točnom sljedu koraka (program)	neuronska mreža uči samostalno ili s učiteljem
podaci moraju biti precizni - nejasni ili neizraziti podaci ne obrađuju se adekvatno	podaci ne moraju biti precizni (gotovo uvijek su neprecizni)
arhitektura je osjetljiva - kod uništenja nekoliko memorijskih ćelija računalu ne funkcionira	obrada i rezultat ne mora puno ovisiti o pojedinačnom elementu mreže
postoji eksplicitna veza između semantičkih objekata (varijabli, brojeva, zapisa u bazi...) i sklopovlja računala preko pokazivača na memoriju	pohranjeno znanje je implicitno, ali ga je teško interpretirati

Tablica 1.1: *Usporedba karakteristika paradigmi*



Slika 1.1: *Umjetni neuron*

1.3 Ciljevi i hipoteze istraživanja

Razvoj tehnologije s jedne strane i društveno-ekonomski rast s druge doveli su do toga da je potrebno da poslove koje su nekada radili ljudi danas rade strojevi. Jednostavna potreba za brzinom, efikasnošću, točnosti ali i cijenom istisnula je ljude kao radnu snagu u poslovima analize, sortiranja i proučavanja podataka. Snaga računala u sve više poslova dolazi do izražaja, ono što računala za sada nisu u stanju ostaje čovjeku a to je interpretacija dobivenih rezultata od strane računala. Mnoštvo je prednosti koje umjetna inteligencija uz pomoć računala može donijeti ljudima u svakodnevnom poslovanju.

Razvoj metoda umjetne inteligencije doveo je do značajnog poboljšanja predviđanja budućih događaja nego je to slučaj s statističkim metodama. Međutim, ljudi često nisu svjesni prednosti koje im prižaju računala, osobito specijalizirane aktivnosti koje za cilj imaju ostaviti što više vremena na raspolaganju čovjeku za neke druge operacije. Svrha je svakako računala da sve više asistira čovjeku i pri tome obavlja sve veći broj složenijih zadataka. Rad nastoji popularizirati metode umjetne inteligencije u rješavanju svakodnevnih problema u poslovanju gospodarskih subjekata. Također, svrha ovoga rada je određivanje ciljeva koje rad nastoji u većoj ili manjoj mjeri zadovoljiti. Definiranje ciljeva ključni je element rada koji govori o razlozima nastanka rada, motivima istraživanja i svemu onome što rad treba predstavljati. Nastanak rada je samo produžetak aktivnosti kojim se ljudi svakodnevno bave, s problemima s kojima se susreću pri procjeni tržišta, nastojanju da se što bolje pripreme za tržišnu utрку s ostalim konkurentima te tako ostvare prihod koji u konačnici zapošljava ljude, podiže ekonomiju, osigurava bolji život široj društvenoj zajednici. Mnoštvo problema nas svakodnevno okružuje i otežava ionako složene odnose, držeći status quo kao nešto svima normalno pa čak i poželjno. Nemogućnost iznalaženja bilo kakvog konsenzusa o bitnom, nepostojanje ideje i vizije kakvo društvo želimo ili kakvi mi želimo biti za neko dugoročno razdoblje.

Stihijsko djelovanje po ustaljenom obrascu 'gašenja požara' dovodi svako društvo u bezizlaznu situaciju pojavom općeg nezadovoljstva onih koji samo žele živjeti od svoga rada. Nagomilani problemi koji sve više izbijaju na površinu ne mogu čekati odgađanje. Rješavanje pitanja koja su od iznimne važnosti za društvo polazi od temeljnog prava svakog pojedinca, prava na rad. Međutim, nije sve u sustavu, ima

dosta toga u ljudima koji su već navikli da se s što manje rada dođe do željenih rezultata. U većini situacija ljudi se ne ponašaju onako kako to teorija kaže, odnosno modeli predviđaju, te je stoga potrebno koristiti snagu računala i moderene dosege u nekim drugim poljima znanosti kako bismo što preciznije odredili i izmjerili pokazatelje koji su svakom poduzeću ali i pojedincu od velike važnosti za opstanak, rast i razvoj.

Stoga valja poći od nekih ustaljenih činjenica koje vrijede u ekonomskoj znanosti a govore o racionalnom ponašanju pojedinca, tvrtke ali i države prilikom odabira dobara i usluga. Sve je povezano i ništa ne djeluje bez nekog razloga, potrošači, tvrtke države nastoje zadovoljiti maksimum potreba a da pri tome potroše minimum sredstava. Što proizvoditi? Kako proizvoditi i Za koga proizvoditi?. Odgovori su svugdje različiti ovisno od društveno-političkog uređenja, pozicije države u svijetu, reljefa i mnoštva kriterija koji uvjetuju nastanak i razvoj države a i njenog gospodarstva. Kako maksimalno iskoristiti potencijale? Nema obrasca kojim se možemo voditi, postoje samo modeli koji manje ili više uspješno odgovaraju na neka od pitanja. Koristi tehnologije svakako su ogromne u modernom svijetu ali sva masa tehnologije nije dovoljna, bez uključivanja čovjeka kao misaone osobe koja nastoji samo iskoristiti tehnologiju za korist sebi ali i ostalima. Znanje je ključ koji otvara mnoga područja djelovanja i razvoja pojedinca i okoline u kojoj djeluje. Na osnovu znanja i tehnologije nastoji se simulirati ponašanje pojedinaca i cijelog gospodarstva. Rad ima za cilj približiti umjetnu inteligenciju širem krugu korisnika koji donose odluke kod prodaje ili proizvodnje nekog proizvoda kao i planiranja od strane menadžera. Smisao primjene računala u procesu odlučivanja ili donošenja odluka je u racionalizaciji poslovanja a samim time i smanjenju troškova i smanjenju vremena potrebnog za reakciju na nove i promjenjene uvijete na tržištu. Na tom tragu se temelji i ovaj rad:

- Kako i na koji način možemo predvidjeti i analizirati prodaju prehrambenih proizvoda neuronskom mrežom

Hipotezu ćemo nastojati dokazati kreiranjem modela i testiranjem 20 arhitektura, mijenjajući pri tome uzorak za treniranje, testiranje i validaciju, te brojem minimalno i maksimalno skrivenih neurona. Rad će nastojati dovesti do otvaranja novih

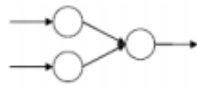
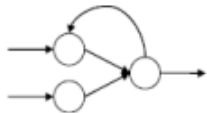
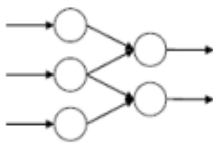
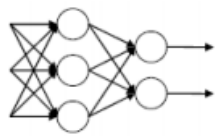
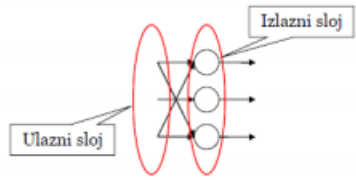
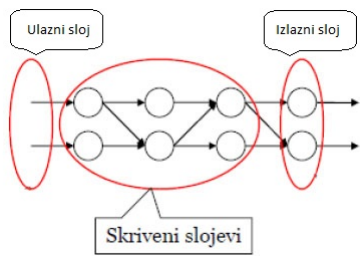
poglavlja u analizi i proučavanju neuronskim mreža s primjenom u ekonomskim znanostima.

Smisao rada je da potakne nova istraživanja na ovome polju koje jako mnogo obećava a koje se na našim prostorima po mom saznanju uopće ne koristi u svakodnevnom poslovanju.

2 NADZIRANO UČENJE

Počeci razvoja neuronskih mreža ne sežu daleko u prošlost. Međutim, metode na njima izgrađene nalaze široku primjenu, kako u tehničkim naukama, tako i u društvenim, od kojih nas svakako najviše interesuje ekonomija. Primjena u ekonomiji je uglavnom vezana za predviđanje budućih vrednosti koje se posmatraju, a koje se npr. mogu odnositi na predviđanje obima prodaje u zavisnosti od marketinških aktivnosti koje se razmatraju, predviđanje cijene akcija na određeni dan i slično. Što točnije predviđanje vrijednosti relevantnih varijabli je od esencijalnog značaja za poslovanje svih gospodarskih subjekata.

Pored upotrebe neuronskih mreža za potrebe predviđanja, značajna je i upotreba u svrhu klasifikacije. Uspješnost neuronskih mreža u obavljanju ove dvije funkcije kvalificira ih kao izuzetno sredstvo multivarijacione analize. Neuronske mreže predstavljaju jednu od metoda umjetne inteligencije. Umjesto što konceptualiziraju problem u matematičkoj formi, neuronske mreže koriste principe ljudskog mozga i njegove strukture, kako bi razvile strategiju procesiranja podataka. [7]

TIP MREŽE	OPIS	SHEMATSKI PRIKAZ
Acikličke	Ne sadrže povratne veze.	
Cikličke	Sadrže povratne veze	
Djelomično povezane	Svaki neuron u prvom sloju ne mora nužno biti povezan sa svakim neuronom u drugom sloju.	
Potpuno povezane	Svaki neuron prethodnog sloja povezan je sa svakim neuronom sljedećeg sloja.	
Jednoslojne	Sastoji se od jednog sloja neurona tzv. izlaznog sloja. Ali osim izlaznog sloja neurona, jednoslojna mreža sadrži i ulazni sloj, koji sadrži ulazne podatke. On se ne broji kao sloj neurona, jer u njemu nema nikakvog računanja. Ulazi u mrežu su spojeni na ulaze neurona izlaznog sloja, a izlazi neurona predstavljaju i izlaz mreže. Nema povratnih veza s izlaza na ulaz.	
Višeslojne	Razlikuju se od jednoslojnih u tome što imaju jedan ili više skrivenih slojeva između ulaznog i izlaznog sloja. Upravo je skriveni sloj onaj u kojem se uče međuzavisnosti u modelu, informacije neurona se ovdje obrađuju i šalju u neurone izlaznog sloja. Izlazi neurona iz stog sloja predstavljaju ulaze u neurone iz 10^{s+1} -og sloja. Kod mreže s propagacijom unaprijed nema povratnih veza među neuronima, tj. nema veza iz neurona jednog sloja (s -tog) prema prethodnim slojevima ($1, 2, \dots, s-1$). To kretanje veza samo prema sljedećim slojevima (prema izlazu mreže) zovemo propagacija unaprijed.	

Tablica 2.1: Podjela neuronskih mreža prema topologiji[4]

2.1 Što su neuronske mreže

Neuronske mreže su računalni modeli za obradu informacija koji funkcioniraju na sličan način kao ljudski mozak ili neke druge biološke neuronske mreže. Sastoje se od velikog broja jednostavnih procesora (nelinearnih signalnih procesora koje zovemo neuronima ili jedinicama), pri čemu svaki od njih može imati malu lokalnu memoriju. Ključni element ovog modela je struktura sustava za obradu podataka. Ona se sastoji od velikog broja međusobno povezanih elemenata (neurona) koji skladno rade u svrhu što boljeg rješavanja konkretnog problema. Umjetne neuronske mreže imaju sposobnost poput ljudi učiti na primjerima, skupovima podataka te na taj način vrlo brzo izlaze na kraj s problemima koji se teško rješavaju tradicionalnim pristupom. Svaka mreža je konfigurirana za određenu primjenu, kao što je prepoznavanje uzorka, govora ili klasifikacije podataka kroz proces učenja. Učenje u biološkim sustavima podrazumijeva prilagođavanje na sinaptičkim vezama koje postoje među neuronima, a to pravilo vrijedi i za umjetne neuronske mreže.

Neuronske mreže su metoda umjetne inteligencije (UI) strukturirane prema ljudskom mozgu. Zajedno s genetičkim algoritmima i fuzzy logikom, neuronske mreže pripadaju u simboličke metode UI za inteligentna izračunavanja na principima tzv. mekog računanja (soft computing). Iako postoji i biološki pristup neuronskim mrežama sa stajališta istraživanja funkcioniranja ljudskog mozga, ovaj rad je koncentriran na drugi pristup koji tretira neuronske mreže kao tehnološke sustave za složenu obradu informacija. Prema tom pristupu se neuronske mreže ocjenjuju s obzirom na svoju učinkovitost u radu sa složenim problemima, posebno u području asocijacije, klasifikacije i predviđanja. Razlozi što neuronske mreže često rezultiraju bolje nego statističke metode leže u njihovoj mogućnosti da analiziraju nedostatne podatke, podatke sa smetnjama, zatim da uspijevaju rješavati probleme koji nemaju jasno jednostrano rješenje, te da uče na prošlim podacima. Zbog takvih prednosti neuronske mreže su pokazale uspjeh u predviđanjima različitih serija podataka koje imaju visok stupanj variranja i fluktuacije. Od nedostataka neuronskih mreža potrebno je spomenuti nedostatak testova statističke značajnosti modela neuronskih mreža i procijenjenih parametara.

Nadalje, ne postoje utvrđene paradigme za odlučivanje o tome koja arhitektura neuronskih mreža je najbolja za određene probleme i tipove podataka, te ovaj rad testira više različitih algoritama neuronskih mreža na jednom problemu. Unatoč navedenim nedostacima, rezultati mnogih istraživanja pokazuju da neuronske mreže mogu riješiti gotovo sve probleme učinkovitije nego tradicionalne metode modeliranja i statističke metode. Matematički je dokazano (koristeći Ston-Weierstrass, Hahn-Banach i ostale teoreme i korolare) da su troslojne neuronske mreže koje imaju neograničeno osjetljivu prijenosnu funkciju u mogućnosti aproksimirati bilo koju nelinearnu funkciju.[17]

Neki vrlo važni događaji za razvoj neuronskih mreža:

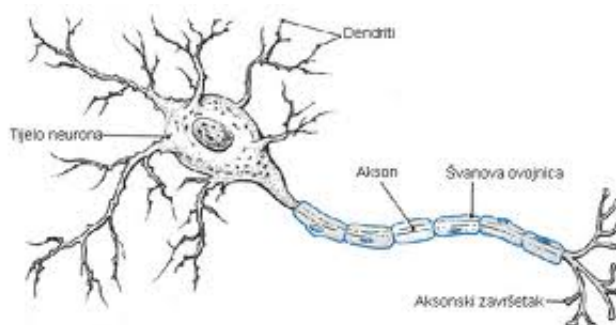
- 1943. Pitts i Mulock su prvi dokazali da neuroni mogu imati dva stanja (umirujuće i pobuđujuće) te da njihova aktivnost ovisi o određenoj vrijednosnoj granici. Ti dokazi su bili temelj za razvoj neuronskih mreža.
- 1949. Hebb je dao prijedlog za pravilo kojim se opisuje proces učenja (Hebbovo pravilo).
- 1956. Rochester i skupina autora predstavljaju prvu simulaciju Hebbovog modela na Dartmouth Summer Conference, koji je kolijevka modela neuronskih mreža.
- 1958. prva neuronska mreža „Perceptron“, koju je razvio Frank Rosenblatt, u kojoj se učenje razvija u dva sloja, nije mogla rješavati probleme klasifikacije koji nisu bili linearno djeljivi (npr. XOR problem).
- 1969. Minsky i Papert objavljuju rad u kojem oštro kritiziraju nedostatke „Perceptrona“ što dovodi do prekida ulaganja u razvoj neuronskih mreža.
- 1974. unatoč slabim ulaganjima Paul Werbos je razvio višeslojnu Perceptron mrežu – MLP, prvu verziju Backpropagation mreže koja prevladava nedostatak Perceptrona uvođenjem učenja u „skrivenom sloju“.
- 1986. Rumelhart, Hinton i Williams usavršavaju „Backpropagation“ mrežu koja vraća ugled neuronskim mrežama jer omogućuje aproksimiranje gotovo svih funkcija i rješavanje praktičnih problema.

Usavršenom „Backpropagation“ mrežom dolazi do potpunog znanstvenog i komercijalnog svjetskog interesa za neuronske mreže čija je primjena danas mnogostruka

te se koristi u mnogim područjima ljudskog djelovanja i raznim industrijama.[15]

2.2 Biološke neuronske mreže

Biološka neuronska mreža je vrlo složena. Sastoji se od tijela, aksona i mnoštva dendrita koji okružuju tijelo neurona. Akson je tanka cjevčica koja s jedne strane sadrži tijelo neurona, a s druge se strane dijeli na niz grana. Na krajevima tih grana nalaze se zadebljanja koja dodiruju dendrite, a ponekad i tijelo drugog neurona. Sinapsa je razmak između završetka aksona prethodnog neurona i dendrita ili tijela sljedećeg neurona. Dendriti su produžeci staničnog tijela, vrlo su tanki u odnosu na veličinu tijela stanice i funkcija im je prikupljanje informacija. Biološke neuronske mreže sastavni su dio čovjeka čiji se mozak sastoji od 100 milijardi neurona, a zaslužne su za izvođenje vrlo važnih funkcija kao što su razmišljanje, učenje, emocije, percepciju, motoriku itd. Iako se funkcije neuronskih mreža istražuju već dugi niz godina, brojni procesi, kao i njihov način rada, ljudskom umu još uvijek nisu u potpunosti razumljivi.



Slika 2.1: Prikaz biološkog neurona

2.3 Učenje u neuronskim mrežama

Algoritmi za učenje mreža najčešće uključuju traženje optimalnih težinskih koeficijenata. Postoje algoritmi (npr. NEAT) koji uz promjenu težinskih koeficijenata

mijenjaju i samu strukturu mreže (broj slojeva, broj neurona, i sl.). Obično algoritmi koji mijenjaju strukturu uključuju u sebe evolucijske algoritme, npr. genetske algoritme ili genetsko programiranje. Pri tome genetsko programiranje nudi najveću slobodu pri kreiranju raznih struktura mreža, kao i njihovih veza. Pri učenju, moguće je odabrati i različite aktivacijske funkcije za svaki pojedini neuron. Obično neuroni koji pripadaju istom sloju imaju jednaku aktivacijsku funkciju.[9] Da bi neuronske mreže mogle samostalno i svrsishodno donositi odluke i predlagati rješenja potrebno ih je obučiti za posao koji će obavljati. Smisao učenja neuronskih mreža odnosi se na podešavanje iznosa težinskih koeficijenata. Neuronske mreže se sastoje od dva ili više slojeva ili skupina elemenata obrade nazvanih neuronima. Neuroni su spojeni u mrežu na način da izlaz svakog neurona predstavlja ulaz u jedan ili više drugih neurona.

Prema smjeru, veza između neurona može biti jednosmjerna ili dvosmjerna, a prema intenzitetu moguća je pobuđujuća (egzitatorna) ili smirujuća (inhibitorna) veza. Tri su osnovna tipa slojeva neurona: ulazni, skriveni i izlazni. Ulazni sloj prima ulazne podatke iz vanjske okoline i šalje ih u jedan ili više skrivenih slojeva. U skrivenom sloju informacije neurona se obrađuju i šalju u neurone izlaznog sloja. Informacije zatim putuju unatrag kroz mrežu, a vrijednosti težina veza između neurona prilagođavaju se prema željenom izlazu. Proces se ponavlja u mreži u onoliko mnogo iteracija koliko je potrebno za dostizanje izlaza koji je najbliže željenom (stvarnom) izlazu. Konačno, mrežni izlaz se predstavlja korisniku. Učenje neuronskih mreža u osnovi je proces kojim sustav dolazi do vrijednosti težina veza među neuronima. Neuronska je mreža u potpunosti određena tek kada je uz njezinu strukturu definiran i algoritam učenja. Algoritam učenja podešava parametre mreže s ciljem postizanja njezinog željenog vladanja.[12]

Osnovna podjela algoritma učenja:

- Učenje korekcijom pogreške
 - Back propagation
 - Gauss Newton
 - Levenberg Marquardt
- Kompetitivno učenje
- Hebbovo učenje
- Boltzmannovo učenje

- Thorndikeovo učenje

Učenje back propagation algoritmom je optimizacijski problem koji se može dobro okarakterizirati nazivom metoda silaznog gradijenta. Pomoću pogreške na izlazu podešavaju se težine od skrivenog do izlaznog sloja i tako redom do ulaznog sloja s ciljem minimiziranja izlazne pogreške. Pogreška se tako propagira unatrag i istovremeno se podešavaju težine. Kod ovakvog učenja problem je što su se težine, koje su se namjestile za prvi primjer, na kraju promijenile u sasvim drugom smjeru zbog čega je potrebno izvesti više prolaska kroz sve primjere. Takvim algoritmom radimo gradijentni spust u lokalni minimum.



Slika 2.2: Grafički prikaz algoritma učenja Back propagation - lokalni i globalni minimumi

Zbog što potpunijeg shvaćanja potrebno je istaknuti ključne stvari koje treba poznavati kod rada s neuronskim mrežama.

Ulazne (sumacijske) funkcije

Kada neki neuron prima ulaz iz prethodnog sloja, vrijednost njegovog ulaza računa se prema ulaznoj funkciji (tzv. sumacijskoj funkciji). Opći oblik ulazne funkcije kod nadgledanih mreža, ako neuron i prima ulaz od neurona j .

$$input_i = \sum_{n=1}^n (w_{ji} * output_j)$$

gdje w_{ji} je težina veze od neurona j do neurona i , dok je n broj neurona u sloju koji šalje svoj izlaz primljen od strane neurona i . Drugim riječima, input i nekog neurona i je suma svih vaganih izlaza koji pristižu u taj neuron.

Izlazne (prijenosne) funkcije

Nakon što primi ulaz, neuron šalje svoj izlaz drugim neuronima s kojima je povezan (obično neuronima u sljedećem sloju). Izlaz neurona računa se prema tzv. prijenosnoj funkciji. Nekoliko najčešće korištenih funkcija su:

- funkcija koraka (step funkcija),
- signum funkcija,
- sigmoidna funkcija,
- hiperboličko-tangentna funkcija,
- linearna funkcija,
- linearna funkcija s pragom.

Najčešće korištene funkcije, ujedno korištene i u ovome radu, su sigmoidna i hiperboličko-tangentna jer najbliže oponašaju stvarne nelinearne pojave. Za detaljnije informacije vezano za kompletno učenje neuronske mreže, podjele i principe klasifikacije pogledajte [26].

Aktivacijska funkcija neurona

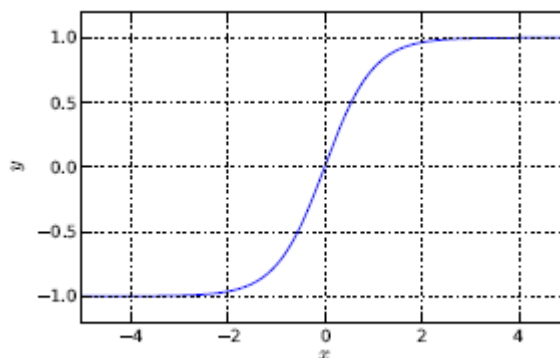
- funkcija ograničava izlazne vrijednosti unutar zadanih granica
- ograničava dinamičko područje izlaza

Aktivacijska funkcija za sumu svih umnožaka ulaznih neurona i njima pripadajućih težina izračunava izlaznu vrijednost iz neurona. Ako se neuron nalazi u izlaznom sloju, onda je izlaz iz neurona i konačna tražena vrijednost. Najčešće korištena aktivacijska funkcija jest sigmoidna aktivacijska funkcija koja se može koristiti kod rješavanja širokog spektra problema (npr. filtriranja podataka, filtriranja šuma, donošenja odluke). Aktivacijske funkcije mogu biti i druge funkcije koje su monotono rastuće ili padajuće i moraju imati neprekidnu derivaciju (npr. $\sin$, $\cos$, $\log$). Bitno je znati da funkcije mogu imati skok ili kontinuirane vrijednosti u pojedinom području.[9]

Neke od aktivacijskih funkcija koje se koriste kod učenja obraditi ćemo u ovome radu :

Kako je ranije navedeno sigmoidna funkcija je najčešće korištena aktivacijska funkcija kod MLP mreža.

$$\text{sigmoid}(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

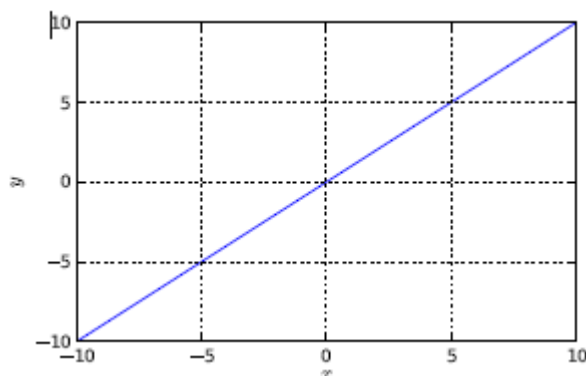


Slika 2.3: Sigmoidna funkcija [9]

U svojoj doktorskoj disertaciji Ozren Bukovac navodi da je kod analize mreže potrebno provjeriti:

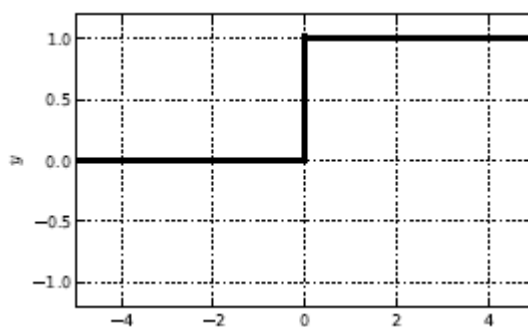
- Provjeriti da li je mreža naučila ispravne podatke, ili je možda naučila neke druge koji su u korelaciji.
- Da li je mreža konvergirala u lokalni minimum.
- Kako će se mreža ponasati u situacijama kad joj se postave podaci koji su izvan područja u kojem je trenirana ili ako joj se daju podaci na kojima nije učila.
- Da li mreža koristi pravi set ulaznih parametara za rješavanje problema.[9]

Linearna funkcija se funkcija često koristi na izlaznom sloju, posebno kod MLP mreža koje izračunavaju kontinuirane vrijednosti aproksimacija funkcije ili mjerenih podataka.



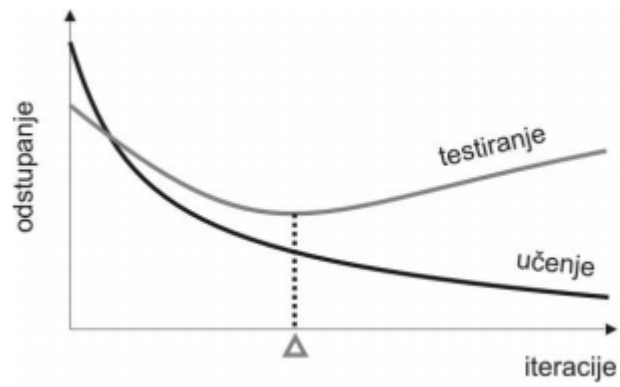
Slika 2.4: Linearna funkcija [9]

Funkcija praga kao izlazne vrijednosti ima samo dva stanja 0 i 1 (uključeno ili isključeno). U simetričnom obliku stanja poprimaju vrijednosti -1 ili 1.

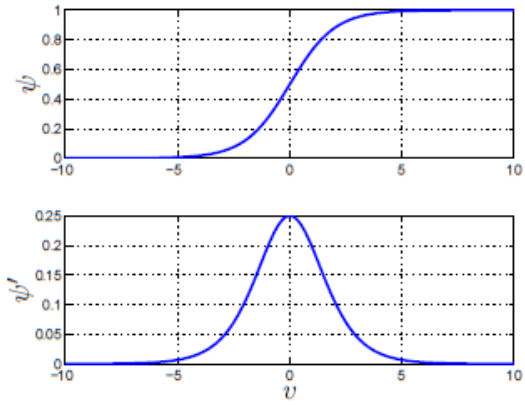
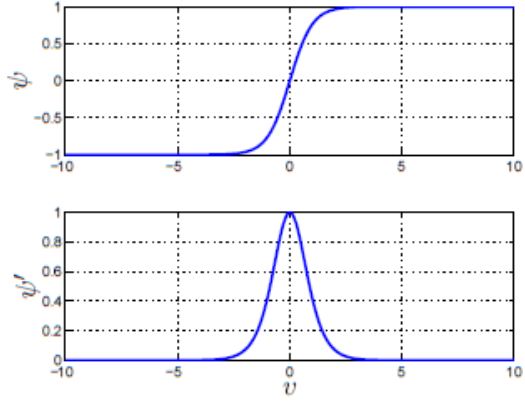
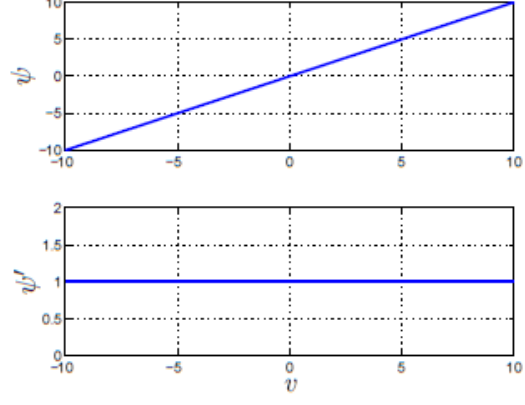


Slika 2.5: Funkcija praga [9]

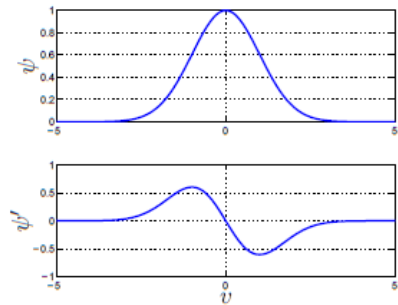
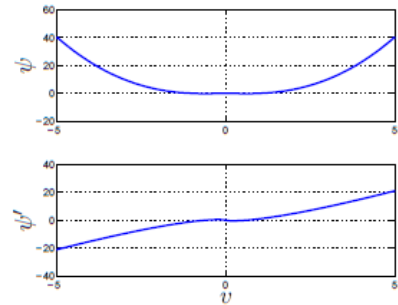
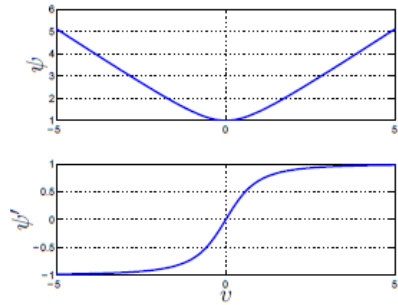
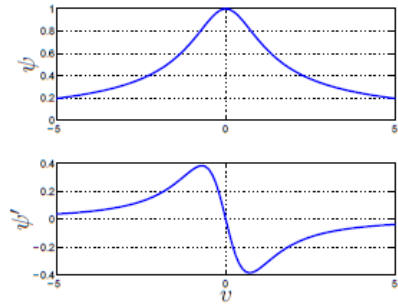
Pomoću primjera iz drugog skupa vrši se tijekom učenja provjera rada mreže s trenutnim težinskim faktorima kako bi se postupak učenja zaustavio u trenutku degradacije performanse mreže. Umjetnu neuronsku mrežu moguće je, naime, pre-trenirati - nakon određenog broja iteracija mreža gubi svojstvo generalizacije i postaje stručnjak za obradu podataka iz skupa primjera za učenje dok preostale podatke obrađuje loše. Stalnim praćenjem izlaza iz mreže dobivenog pomoću primjera iz skupa za testiranje moguće je otkriti iteraciju u kojoj dobiveni izlaz najmanje odstupa od željenog (slika 2.6). Točnost i preciznost obrade podataka moguće je naposljetku provjeriti nad trećim skupom primjera – skupom za provjeru.[6]



Slika 2.6: Odstupanje stvarnog izlaza kroz iteracije.[6]

Naziv	Izraz za funkciju i derivaciju	Grafički prikaz funkcije i derivacije
Logsig	$\psi(v) = \frac{1}{1 + e^{-g_a v}}$ $\psi'(v) = g_a \frac{e^{-g_a v}}{(1 + e^{-g_a v})^2}$ $= g_a \cdot \psi \cdot (1 - \psi)$	
Tansig	$\psi(v) = \frac{2}{1 + e^{-2g_a v}} - 1$ $\psi'(v) = g_a \frac{4e^{-2g_a v}}{(1 + e^{-2g_a v})^2}$ $= g_a \cdot (1 - \psi^2)$	
Linearna	$\psi(v) = g_a v$ $\psi'(v) = g_a$	
Napomena: $g_a > 0$ - aktivacijsko pojačanje; U primjerima $g_a = 1$.		

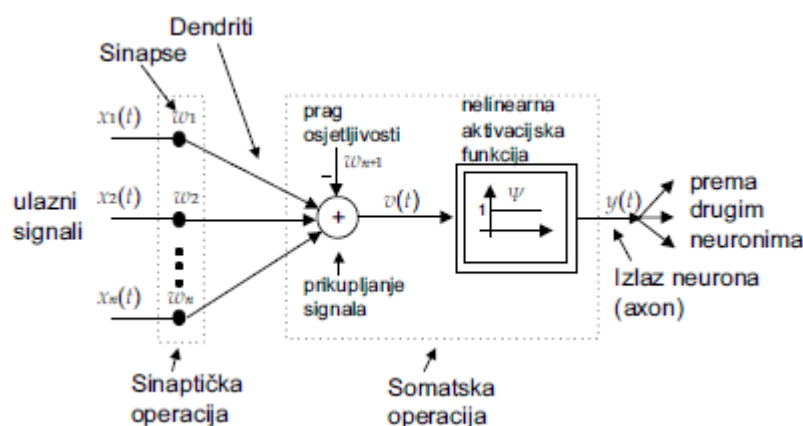
Tablica 2.2: Najčešće korištene aktivacijske funkcije kod MLP neuronskih mreža

Naziv	Izraz za funkciju i derivaciju	Grafički prikaz funkcije i derivacije
Gaussova funkcija	$\psi(v) = e^{-\frac{v^2}{2\sigma^2}}$ $\psi'(v) = -\frac{v}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{v^2}{2\sigma^2}}$	
Tin-plate-spline funkcija	$\psi(v) = v^2 \ln(v)$ $\psi'(v) = 2v \ln(v) + v$	
Višekvadratična funkcija	$\psi(v) = \sqrt{v^2 + \sigma^2}$ $\psi'(v) = \frac{v}{\sqrt{v^2 + \sigma^2}}$	
Inverzna višekvadratična funkcija	$\psi(v) = \frac{1}{\sqrt{v^2 + \sigma^2}}$ $\psi'(v) = -\frac{v}{(v^2 + \sigma^2)^{3/2}}$	
Napomena: $v \geq 0, \sigma > 0$; U primjerima $\sigma = 1$.		

Tablica 2.3: Najčešće korištene aktivacijske funkcije kod RBF neuronskih mreža

2.4 Neuronske mreže za probleme predviđanja

Budući da se istraživanje u ovom radu bavi analizom i procjenom prodaje proizvoda, takvi se problemi rješavaju putem regresije. Najčešće korištene neuronske mreže za procjene i prognoze su višeslojni perceptron s back-propagation algoritmom (mreža „širenje unatrag“) i mreže s radial-basis function algoritmom (RBF). Dalje u tekstu će biti opisane te dvije mreže.



Slika 2.7: Shematski prikaz perceptrona[2]

Matematički se perceptron s slike iznad može opisati sljedeći izrazima:

$$v(t) = \sum_{i=1}^n w_i(t) * x_i(t) - w_{n+1}, \quad (2.1)$$

$$y(t) = \psi(v) \quad (2.2)$$

gdje je:

$x_u(t) = [x_1(t), \dots, x_n(t)]^T$ - vektor ulaznih signala neurona, pobudni vektor;

$w_s(t) = [w_1(t), \dots, w_n(t)]^T$ - vektor sinaptičkih težinskih koeficijenata;

w_{n+1} - prag osjetljivosti neurona;

$v(t)$ - izlaz operacije konfluencije - mjera sličnosti ulaznih signala sa sinaptičkim težinskim koeficijentima;

$\psi(v)$ - nelinearna aktivacijska funkcija;

$y(t)$ - izlaz neurona.

Ako se vektor ulaza proširi članom $x_{n+1} = 1$, moguće je izraz (1.1) napisati na sljedeći način:

$$v(t) = \sum_{i=1}^n w_i(t) \cdot x_i(t) = w^T(t)x(t), \quad (2.3)$$

gdje je:

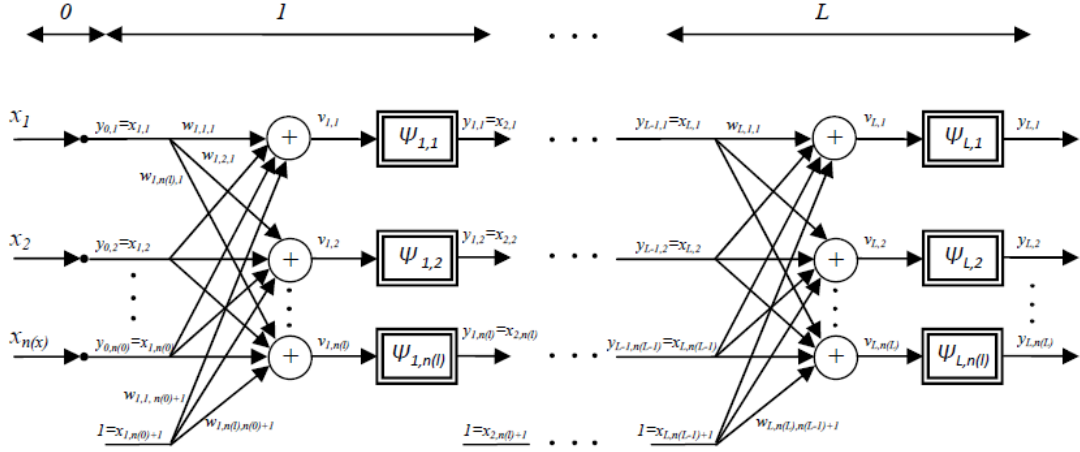
$x(t) = [x_1(t), \dots, x_n(t), x_{n+1}]^T$ - prošireni vektor ulaznih signala neurona;

$w(t) = [w_1(t), \dots, w_n(t), w_{n+1}]^T$ - vektor težinskih koeficijenata neurona - vektor sinaptičkih težinskih koeficijenata proširen pragom osjetljivosti neurona.

Izraz (2.3) opisuje sinaptičku operaciju i prve dvije somatske operacije (prikupljanje otežanih ulaznih signala i usporedbu njihova zbroja s pragom osjetljivosti). Ove tri operacije zajedno čine tzv. operaciju konfluencije (lat. confluere -stjecati se, skupiti se), a izraz (2.2) opisuje nelinearnu aktivacijsku funkciju. Dakle, s matematičkoga se stajališta umjetni neuron dijeli na operaciju konfluencije i nelinearnu aktivacijsku funkciju.

Višeslojni perceptron (MLP) je vjerojatno najpopularnija mrežna arhitektura u današnjoj uporabi. Svaki neuron sumira težinske ulaze od drugih neurona i preko transferne (prijenosne) funkcije prosljeđuje izlaznu vrijednost. Mreža se jednostavno može interpretirati kao ulazno-izlazni model, s težinama kao podešavajućim parametrima mreže. Takva mreža može funkcionirati s više slojeva, te s mnogo neurona u svakom sloju. Prema Bishopu, glavne su brige oko konstrukcije mreže broj skrivenih slojeva i neurona u tim slojevima.[18]

Višeslojne perceptronske neuronske mreže izgrađene su od perceptron neurona organiziranih u serijski povezane slojeve (Sl. 2.8). Slojevi se najčešće označuju brojevima 0, 1, 2, ..., N. Nulti sloj samo prosljeđuje vektor ulaza u mrežu na ulaz prvog sloja. N-ti je sloj ujedno i izlazni sloj mreže, a slojevi između njih nazivaju se unutaranjim ili skrivenim slojevima jer ne daju i ne primaju vanjske signale.



Slika 2.8: Višeslojna perceptronska mreža (MLP mreža).[23]

Matematički se MLP mreža može opisati sljedećim izrazima:

$$y_0 = x \quad (2.4)$$

$$x_l = [y_{l-1}^T, 1]^T, 1 \leq l \leq L, \quad (2.5)$$

$$v_l = W_l * x_l, 1 \leq l \leq L, \quad (2.6)$$

$$y_l = \psi_l(v_l), 1 \leq l \leq L, \quad (2.7)$$

gdje je:

$x = [x_1, x_2, \dots, x_{n(x)}]^T$ - vektor ulaza u mrežu, dimenzije $n(x)$;

$y_0 = [y_{0,1}, y_{0,2}, \dots, y_{0,n(0)}]^T$ - vektor izlaza 0-tog sloja mreže, dimezije $n(0)$;

$x_l = [x_{l,1}, x_{l,2}, \dots, x_{l,n(l-1)}, x_{l,n(l-1)+1}]^T$ - vektor ulaza u l-ti sloj mreže (ulaz $x_{l,n(l-1)+1} = 1$ pomnožen odgovarajućim težinskim koeficijentom daje skalarni pomak neuronima l-tog sloja);

$v_l = [v_{l,1}, v_{l,2}, \dots, v_{l,n(l)}]^T$ - vektor izlaza operacije konfluencije l-tog sloja mreže;

$y_l = [y_{l,1}, y_{l,2}, \dots, y_{l,n(l)}]^T$ - vektor izlaza l-tog sloja mreže;

$$W_l = \begin{pmatrix} w_{l,1,1} & \cdots & w_{l,1,j} & \cdots & w_{l,1,n(l-1)} & w_{l,1,n(l-1)+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ w_{l,i,1} & \cdots & w_{l,i,j} & \cdots & w_{l,i,n(l-1)} & w_{l,i,n(l-1)+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ w_{l,n(l),1} & \cdots & w_{l,n(l),j} & \cdots & w_{l,n(l),n(l-1)} & w_{l,n(l),n(l-1)+1} \end{pmatrix} - \text{matrica težinskih}$$

koeficijenata sinaptičkih veza l-tog sloja mreže, dimenzije $n(l) \times (n(l-1)+1)$;

$\Psi_l(v_l) = [\psi_{l,1}(v_{l,1}), \psi_{l,2}(v_{l,2}) \dots \psi_{l,n(l)}(v_{l,n(l)})]^T$ - vektor aktivacijskih funkcija l-tog sloja (uobičajeno je $\psi_{l,1} = \psi_{l,2} = \dots = \psi_{l,n(l)}$);

L- ukupan broj slojeva mreže

Svi neuroni u nekom sloju povezani su sa svim neuronima u dva susjedna sloja preko jednosmjernih, unaprijednih veza. Druge veze nisu dopuštene, to jest nema veza između neurona u istom sloju niti između neurona koji nisu u susjednim slojevima. Veze između neurona susjednih slojeva predstavljene su sinaptičkim težinskim koeficijentima koji djeluju kao pojačala signala na odgovarajućim vezama. Iznosi sinaptičkih težinskih koeficijenata određuju vladanje mreže, odnosno njezina aproksimacija svojstva. Izračunavanje njihovih odgovarajućih iznosa ostvaruje se algoritmima učenja. Iako nije precizirano niti teoretski određeno uglavnom se koriste mreže s dva ili tri sloja, dakle dvoslojne i troslojne MLP mreže. Težina veze je snaga veze između dva neurona. Ako je, na primjer, neuron j povezan s neuronom i, w_{ji} označava težinu veze od neurona j prema neuronu i (w_{ij} je težina obrnute veze od neurona i prema neuronu j). Ako je neuron i spojen s neuronima 1,2,...,n, njihove težine su pohranjene u varijablama $w_{1i}, w_{2i}, \dots, w_{ni}$. Promjena težina obavlja se prema nekom od pravila učenja, a najčešće se koristi Delta pravilo učenja. Delta pravilo učenja naziva se još i kao pravilo najmanjih srednjih kvadrata, ima za cilj minimizirati ciljnu funkciju određivanjem vrijednosti težina. Cilj je minimizirati sumu kvadrata grešaka, gdje je greška definirana kao razlika između izračunatog i stvarnog (željenog) izlaza nekog neurona za dane ulazne podatke ,

$$\Delta W_{ji} = \eta * Y_{cj} * \varepsilon_i$$

gdje je ΔW_{ji} vrijednost prilagođavanja težine veze od neurona j prema neuronu i izračunatom prema:

$$\varepsilon_i = y_{ci} - y_{di}$$

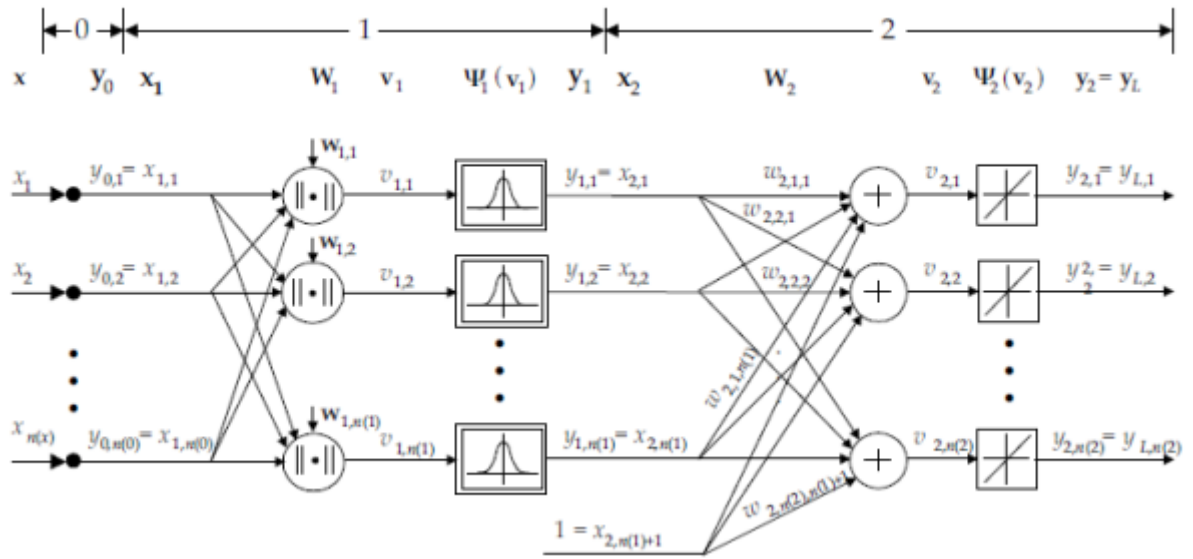
y_{dj} je vrijednost stvarnog (željenog) izlaza neurona j , a η je koeficijent učenja (learning rate). Nova težina između neurona se, dakle, računa tako da se stara težina korigira za vrijednost greške pomnožen s vrijednošću izlaza neurona j , te sa koeficijentom za učenje.[25]

Problem učenja se sastoji u nalaženju točke na plohi pogreške koja daje najmanju grešku.

Nedostaci Delta pravila

- Problem lokalnog minimuma – pojavljuje se kada je najmanja greška funkcije pronađena samo za lokalno područje te je učenje zaustavljeno bez dostizanja globalnog minimuma.
- Problem pretreniranja – pojavljuje se jer nije moguće unaprijed odrediti koliko dugo treba učiti mrežu da bi ona mogla naučeno znanje generalizirati na novim podacima.

RBF neuronske mreže dvoslojne su statičke neuronske mreže (Slika 2.9). Kao i kod MLP mreža nulti (ulazni) sloj samo proslijeđuje ulaze u mrežu na ulaz prvoga sloja sačinjena od neurona s aktivacijskim funkcijama s kružnom osnovicom (RBF neurona, vidi Tablicu 2.3) i predstavlja njezino tzv. receptivno polje. Drugi se sloj mreže, koji je ujedno i njezin izlazni sloj, sastoji od perceptrona s linearnom aktivacijskom funkcijom jediničnog aktivacijskog pojačanja.



Slika 2.9: RBF neuronska mreža

Matematički se RBF neuronska mreža može opisati sljedećim izrazima:

$$x_1 = y_0 = x \quad (2.8)$$

$$v_{1,i} = \|x_1 - w_{1,i}\| = \sqrt{\sum_{j=1}^n (x_{1,j} - w_{1,i,j})^2}, i = 1, \dots, n(1) \quad (2.9)$$

$$y_1 = \Psi(v_1) \quad (2.10)$$

...

$$x_2 = [y_1, 1]^T \quad (2.11)$$

$$v_2 = W_2 * x_2 \quad (2.12)$$

$$y_2 = y_L = \Psi(v_2) \quad (2.13)$$

gdje je

$x = [x_1, x_2, \dots, x_{n(x)}]^T$ - vektor ulaza u mrežu, dimenzije $n(x)$;

$x_1 = [x_{1,1}, x_{1,2}, \dots, x_{1,n(0)}]^T$ - vektor ulaza u prvi sloj mreže

$x_2 = [x_{2,1}, x_{2,2}, \dots, x_{2,n(1)}, x_{2,n(1)+1}]^T$ - vektor ulaza u drugi sloj mreže (ulaz $x_{2,n(1)+1} = 1$ pomnožen odgovarajućim težinskim koeficijentom daje skalarni pomak (engl. bias) neuronima drugoga sloja);

$v_l = [v_{l,1}, v_{l,2}, \dots, v_{l,n(l)}]^T$ - vektor izlaza operacije konfluencije l-tog sloja mreže;

$y_l = [y_{l,1}, y_{l,2}, \dots, y_{l,n(l)}]^T$ - vektor izlaza l-tog sloja mreže, $l=0,1,2$;

W_1 - matrica koordinata središta RBF neurona, dimenzije $n(1) \times n(0)$;

W_2 - matrica težinskih koeficijenata sinaptičkih veza drugog sloja mreže, dimenzije $n(2) \times (n(1) + 1)$;

$\Psi_l(v_l) = [\psi_{l,1}(v_{l,1}), \psi_{l,2}(v_{l,2}), \dots, \psi_{l,n(l)}(v_{l,n(l)})]^T$ - vektor aktivacijskih funkcija l-tog sloja mreže.

RBF mreže i sa slučajnim i s jednolikim rasporedom središta RBF neurona mogu aproksimirati proizvoljnu kontinuiranu nelinearnu funkciju, međutim, potrebni broj RBF neurona može biti jako velik. Smanjenje broja RBF neurona može se postići proširenjem postupka učenja mreže i na podešavanje položaja središta te varijanci RBF neurona. U tom slučaju vladanje RBF mreže postaje nelinearno ovisno o paramterima, kao i MLP mreže, ali i s usporedivim aproksimacijskim svojstvima.[2]

2.5 Vrste učenja mreža

Učenje je proces mijenjanja težina u mreži, a odvija se kao odgovor na podatke izvana koji su predstavljeni ulaznom sloju i u nekim mrežama izlaznom sloju. Podaci koji se predstavljaju izlaznom sloju su željene vrijednosti izlaznih varijabli.[4]

Učenje s učiteljem predstavlja takav način učenja, gdje se podrazumijeva prisutnost učitelja za vrijeme učenja, te se sa svakim rješavanjem problema uspoređuju dobiveni rezultati sa stvarnim. Tada se dobivena greška, odnosno odstupanje od pravog rezultata, koristi za korigiranje parametara kako bi se poboljšao izlaz, odnosno rezultat.

Na temelju signala pogreške algoritam učenja mijenja sinaptičke težinske koeficijente neuronske mreže s ciljem poboljšanja njezina vladanja, to jest smanjenja pogreške. Prema tome, ovi se algoritmi mogu primijeniti samo ako je unaprijed poznato željeno vladanje neuronske mreže, to jest podaci na osnovi kojih se mreža uči moraju sadržavati parove vrijednosti ulazno-izlaznih signala.[23]

Neke osobine učenja s učiteljem:[3]

- učitelj ima znanje o okolini u obliku parova ulaz-izlaz
- pogreška je razlika između željenog i dobivenog odziva za neki ulazni vektor
- parametri mreže se mijenjaju pod utjecajem ulaznih vektora i signala pogreške
- proces se iterativno ponavlja sve dok mreža ne nauči imitirati učitelja
- nakon što je učenje završilo učitelj više nije potreban i mreža može raditi bez nadzora
- funkcija pogreške može biti srednja kvadratna pogreška u ovisnosti od slobodnih parametara mreže
- funkcija pogreške se može promatrati kao multidimenzionalna ploha pogreške (engl. error surface)
- bilo koja konfiguracija mreže definirana je parametrima i njoj je pridružena točka na plohi pogreške
- iterativni proces učenja sastoji se od pomicanja točke prema dolje niz plohu pogreške, tj. prema globalnom minimumu funkcije pogreške
- točka na plohi pogreške kreće se prema minimumu na temelju znanja o gradijentu (zapravo ocjene gradijenta)
- gradijent u nekoj točki plohe je vektor koji pokazuje smjer najbržeg porasta

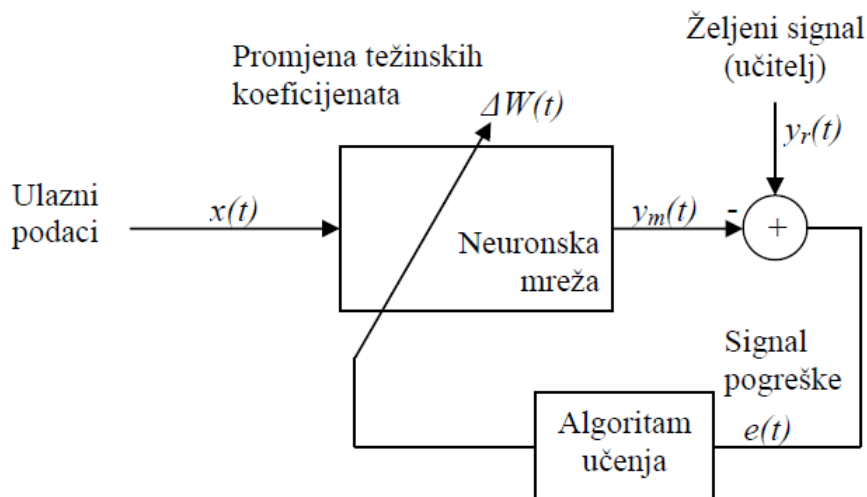
Učenje pod nadzorom može se izvoditi u off-line ili on-line načinu rada.

U off-line načinu učenja:

- sustav prvo uči
- kad je učenje gotovo konfiguracija sustava više se ne mijenja i mreža zatim radi na statički način (bez promjena)

U on-line načinu učenja:

- sustav za vrijeme rada uči i mijenja svoju konfiguraciju u skladu s novim znanjem
- učenje se odvija u stvarnom vremenu odnosno mreža je dinamička



Slika 2.10: Shematski prikaz učenja neuronske mreže primjenom algoritma učenja s učiteljem

Naravno, iz gore navedenog zaključuje se da je glavni nedostatak ovakvog učenja pod nadzorom učitelja taj što mreža ne može naučiti nove strategije koje nisu pokrivene primjerima koji su korišteni za učenje.

Učenje bez učitelja jest specifičan način učenja gdje izlazi, odnosno rezultati nisu unaprijed poznati. Ulazi su raspoloživi mreži, a težine se ne prilagođavaju na osnovi stvarnih vrijednosti izlaza. Takav tip učenja obično se upotrebljava za prepoznavanje uzoraka i klasteriranje.

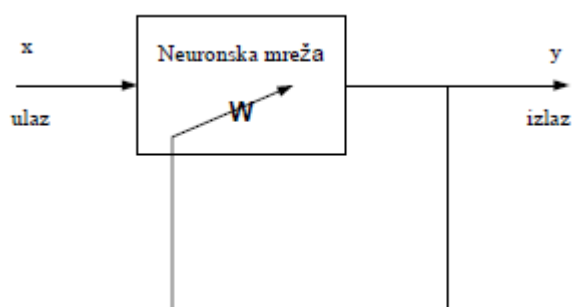
Neke od karakteristika su:

- kod učenja bez nadzora ili samoorganiziranog učenja nema učitelja koji upravlja procesom učenja
- koristi se mjera kvalitete znanja koje mreža mora naučiti i slobodni parametri mreže se optimiziraju s obzirom na tu mjeru
- za učenje bez nadzora može se koristiti kompetitivno pravilo učenja

Kompetitivni sloj sastoji se od neurona koji se natječu za priliku da odgovore na značajke koji sadrži ulazni vektor. U najjednostavnijem pristupu koristi se winner takes-all strategija.

Najpopularniji algoritam za učenje s nadzorom je povratna propagacija pogreške. Nedostatak ovog algoritma je problem skaliranja koji se sastoji u tome da s povećanjem broja slojeva mreže i broja neurona vrijeme učenja eksponencijalno raste. Jedno moguće rješenje ovog problema je da se koristi mreža s više slojeva gdje svaki sloj neovisno uči bez nadzora. [3]

Kohonen-ova samoorganizirajuća mreža temelji se na nenadgledanom učenju.



Slika 2.11: Shematski prikaz učenja neuronske mreže primjenom algoritma učenja bez učiteljem

Učenje podrškom¹ posljednja je metoda učenja neuronske mreže. Učenje podrškom je on-line karaktera:[2]

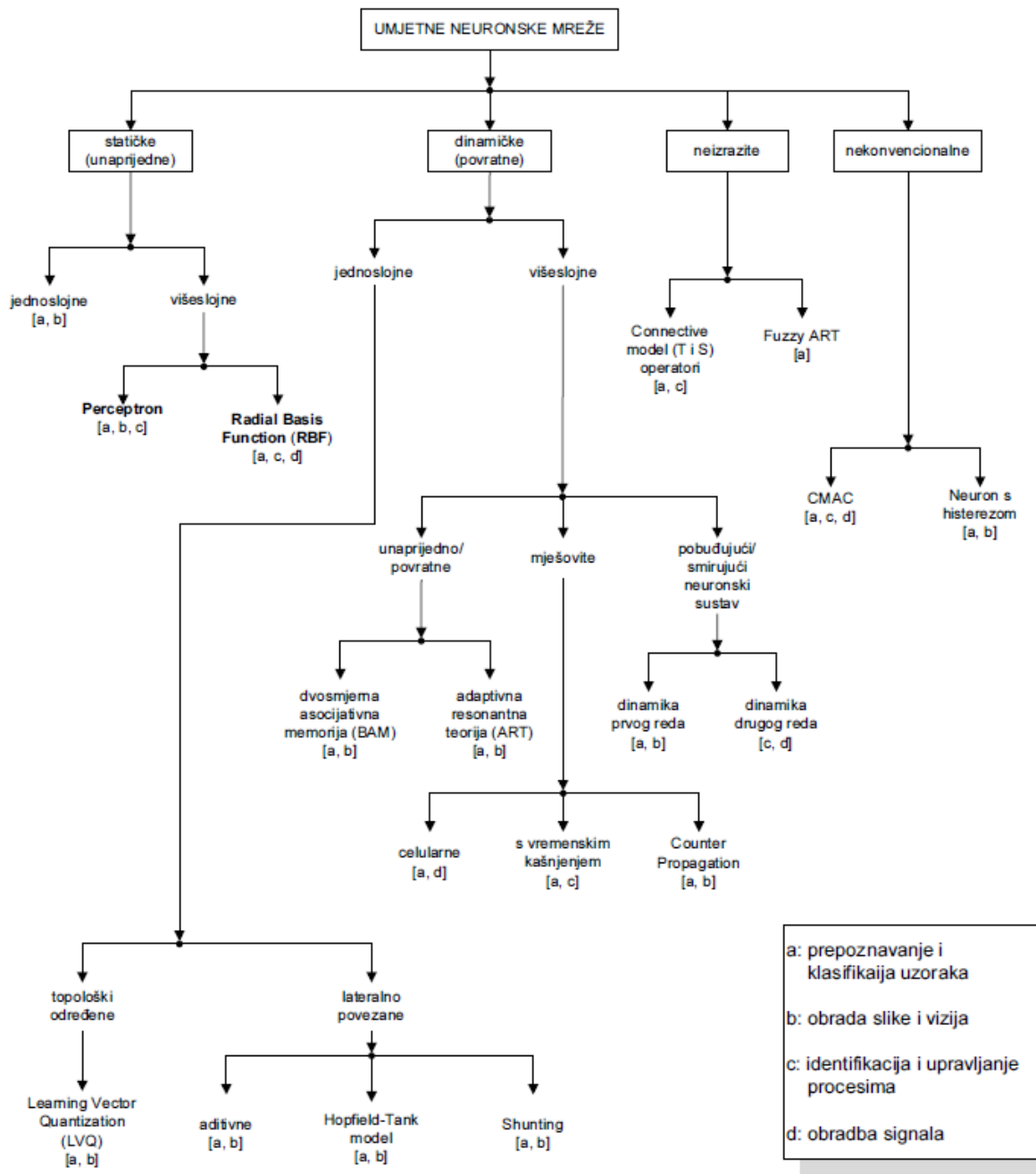
- uči se ulazno-izlazno preslikavanje kroz proces pokušaja i pogreške gdje se maksimizira indeks kojim se mjeri kvaliteta učenja
- učenje podrškom rješava problem učenja pod nadzorom: da bez učitelja mreža ne može naučiti nove strategije koje nisu pokrivene primjerima koji su korišteni za učenje
- kod učenja podrškom ne postoji učitelj koji određuje kolika je pogreška za određeni par ulaz-izlaz, nego učitelj samo kaže koliko je određeni korak u učenju dobar (daje ocjenu ili podršku)
- kod učenja podrškom funkcija pogreške nije poznata

¹engl.reinforcement learning

- sustav za učenje mora sam ustanoviti “smjer” gibanja kroz prostor učenja metodom pokušaja i pogrešaka (nije poznata informacija o gradijentu kao kod učenja pod nadzorom)

Slika 2.12 na jednostavan način prikazuje razne vrste neuronskih mreža i područja njihove primjene koja naravno nisu strogo određena.

Tu su kategorizaciju Gupta i Rao načinili na osnovi analize broja referenci o primjeni tipova mreža u svakome navedenom području primjene. Istraživanjima neuronskih mreža bavi se veliki broj znanstvenika iz raznih znanstvenih disciplina. Rezultat je tih istraživačkih aktivnosti veliki broj različitih vrsta neuronskih mreža koje se međusobno razlikuju i/ili po modelima umjetnih neurona od kojih su građene i/ili po načinu organizacije neurona u mreži i/ili po primijenjenom algoritmu učenja. Zbog velikoga broja vrsta neuronskih mreža teško ih je sustavno klasificirati. Ipak, u literaturi se može naći više pokušaja klasifikacije mreža.[2]



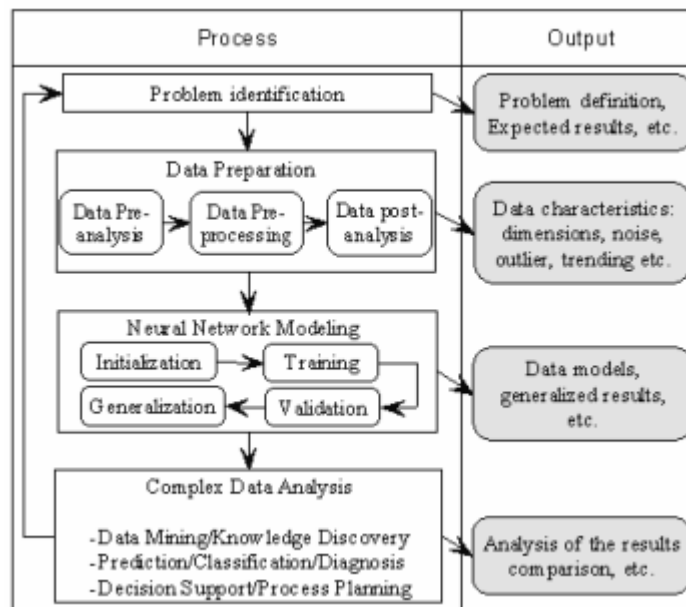
Slika 2.12: Klasifikacija umjetnih neuronskih mreža

3 IZGRADNJA NEURONSKE MREŽE

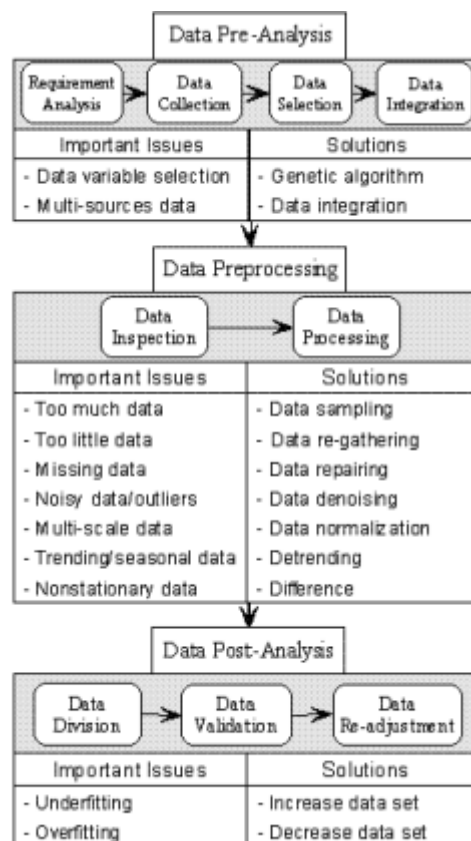
Razvojem neuronskih mreža, rastom broja istraživača u ovom području došlo se većeg broja modela od kojih svaki na svoj način nastoje objasniti način dolaska do određenih rezultata predviđenih modelom. Prvi takav jednostavni model nazvan je perceptron. Dalje, nastaju razne vrste modela od kojih su neki manje neki više uspješni te se tako formirala cijela industrija i mnoštvo istraživačkih timova koji nastoje poboljšati postojeće modele i pokušati s nekim novim.

3.1 Priprema podataka

Priprema podataka za neuronske mreže vrlo važna faza koja umnogome utječe na učinkovitost modela, odnosno na njeno korištenje u stvarnom svijetu. Vremenski period u kome se može planirati prodaja promatranog proizvoda je neizostavan dio kod planiranja prikupljanja podataka. Razni su izvori podataka za učenje neuronskih mreža. Neki od izvora mogu biti: mjerenja, iskustvene vrijednosti, kao i rezultati drugih simulacija. Sam izvor podataka, kao i njegova pouzdanost utječu na uspješnost procesa modeliranja. Prije obrade podataka potrebno je provjeriti da li su podaci točni. Svaki pogrešni podatak može utjecati na performanse mreže kao i njenu ocjenu. Prilikom dizajniranja modela neuronske mreže za predviđanje npr. ponude proizvoda, potrebno je definirati cilj modela, tj. izlaznu varijablu koja se nastoji predvidjeti ili kategorizirati u klase. Na slici 3.1 vidi se potpun proces analize i pripreme podataka za rad i obradu s neuronskim mrežama. Cilj je kroz više filtera “provući” podatke kako bi oni odražavali stvarno stanje ali i bili upotrebljivi za analizu unutar neuronske mreže.



Slika 3.1: Proces analize podataka pomoću neuronske mreže [14]



Slika 3.2: *Shema pripreme podataka za analizu [14]*

Kao što je vidljivo iz slike 3.2 proces pripreme podataka za analizu sastoji se od tri dijela. Postupak kada se podaci identificiraju i prikupljaju, obrada kada se podaci analiziraju, pregledavaju i kada se neki od podataka prilagođavaju kako bi bili što više korisni. Na kraju ide post analiza u kojoj su završne pripreme validiranja podataka. Vidljivo je da u svakoj fazi postoje pod faze koje osiguravaju da tako obrađeni podaci budu cijeloviti i reprezentativni kako bi rezultat bio što bliže optimumu.

3.2 Definiranje varijabli analize

Da bi rad bio potpun potrebno je izvršiti analizu podataka, odnosno primjerom pokazati primjenu neuronskih mreža u poslovanju poduzeća. Kao primjer odabrani su i obrađeni podaci više domaćih tvrtki koje se bave proizvodnjom distribucijom i prodajom mesa i mesnih prerađevina. Nakon analize podataka pomoću excela i excelovih statističkih funkcija podaci su spremni za analizu pomoću MATLAB-neural network toolbox-a. Prije unosa podataka u skladište potrebno je iste obraditi kako bi iskoristili što bolje prednosti koje nude neuronske mreže. Prilikom modeliranja sa neuronskim mrežama nema ograničenja na odabir ulaznih i izlaznih varijabli, bitno je samo da su u realnosti sve izlazne varijable definirane ulaznim. Prikupljanje podataka i njihov odabir za ulazne i izlazne varijable vrši se raznim metodama rudarenja podataka, metodama pokušaja i pogreške. Prije faze učenja podaci se dijele na set podataka za učenje, set podataka za validaciju i set podataka za konačni test. U konkretnom slučaju testni podaci su sadržani u matrici 103x3 iz koje je nastala neuronska mreža na slici 3.5. Kroz treniranje neuronske mreže došlo se do modela koji najbolje opisuje prodaju u promatranom periodu. Ulazne varijable koje su korištene kod kreiranja neuronske mreže su:

- datum - gdje se godine podjelile na kvartale i na osnovu toga se sumirali podaci o prodaji u pojedinim kvartalima po godinama

- cijene ulaznih inputa proizvodnje- koristi se kod projekcije prodaje te podaci ukazuju da tijekom godine unutar pojedinih kvartala nabavna cijena sirovine uvelike utječe na prodajnu cijenu a samim time na prodaju
- količina prodaje (po godinama, kvartalima) za prethodna razdoblja
- ekonomski rast - prikazan kretanjima BDP-a

3.3 Obrada podataka

Prikupljene podatke iz simulacija i testiranja analiziramo iz perspektive ciljeva koje je potrebno zadovoljiti, odnosno hipoteza koje je potrebno dokazati ili opovrgnuti. Nakon prikupljanja i obrade podataka na slikama ispod vidljivo je kretanje prodaje i kretanje cijena za dati proizvod u promatranom vremenskom periodu. Ukoliko se dvije pojave javljaju zajedno, kao što je slučaj u našem primjeru s cijenom i količinom to ne mora značiti da su one međusobno povezane. Da bi se ustanovila međusobna ovisnost jedne pojave o drugoj ili više njih koristi se regresijska analiza. U regresijskoj analizi pojave se predložuju varijablama. Povezanost pojava može biti funkcionalna (deterministička) i statistička (stohastička). Statistička povezanost je pod utjecajem stohastičkih (nepredvidivih) varijacija. Svaki regresijski model sadrži stohastičku varijablu, i po tome se razlikuje od determinističkog modela. Regresijski model je jednačica ili skup jednačica s konačnim brojem varijabli.

Podaci za regresijsku analizu nastaju opažanjem ili mjerenjem u statističkim pokusima. U gospodarskim primjenama regresijskog modela podaci se javljaju kao 1. brojčane vrijednosti pojava za određene gospodarske ili prostorne jedinice 2. vremenske serije 3. kombinacija (1) i (2). Regresijski model koji se sastoji od jedne jednačice ima jednu zavisnu i jednu ili više nezavisnih varijabli. Kada su u modelu jedna zavisna i jedna nezavisna varijabla, riječ je o modelu jednostavne regresije. Višestruka (multipla) regresija sadrži jednu zavisnu i dvije ili više nezavisnih varijabli. [1]

Regresijska jednačica:

$$Y_i = a + bX + u_i$$

- Y- zavisna varijabla
- X - nezavisna varijabla

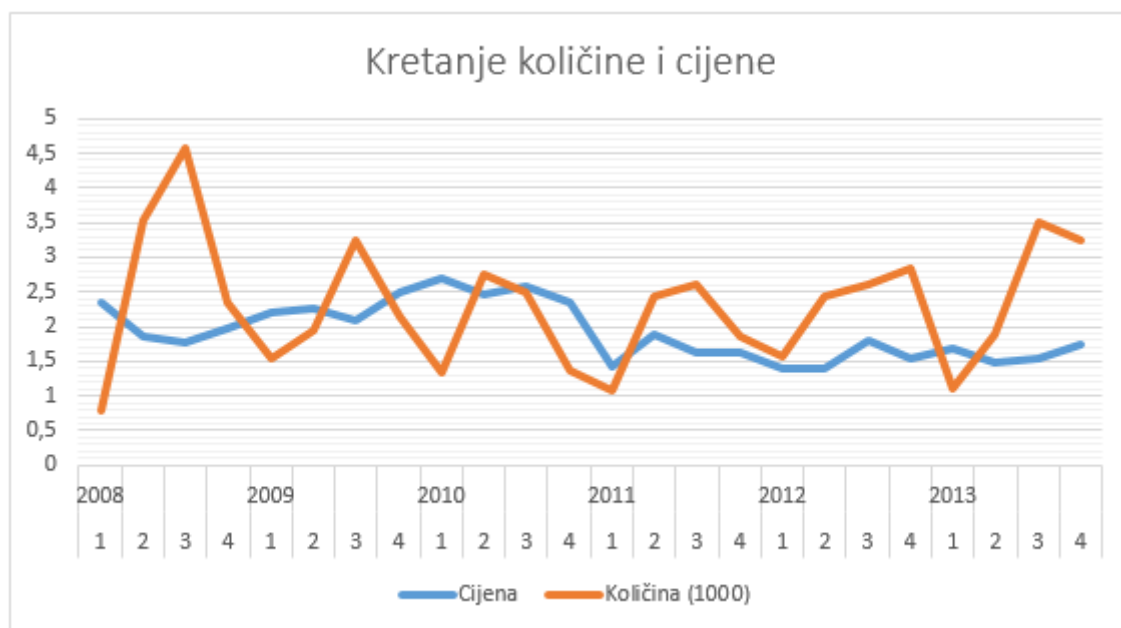
- a, b nepoznati parametri koje treba procijeniti
- u - slučajna varijabla

Procjenjivanje parametara

$$\hat{b} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum x_i^2 - n \bar{x}^2}$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}$$

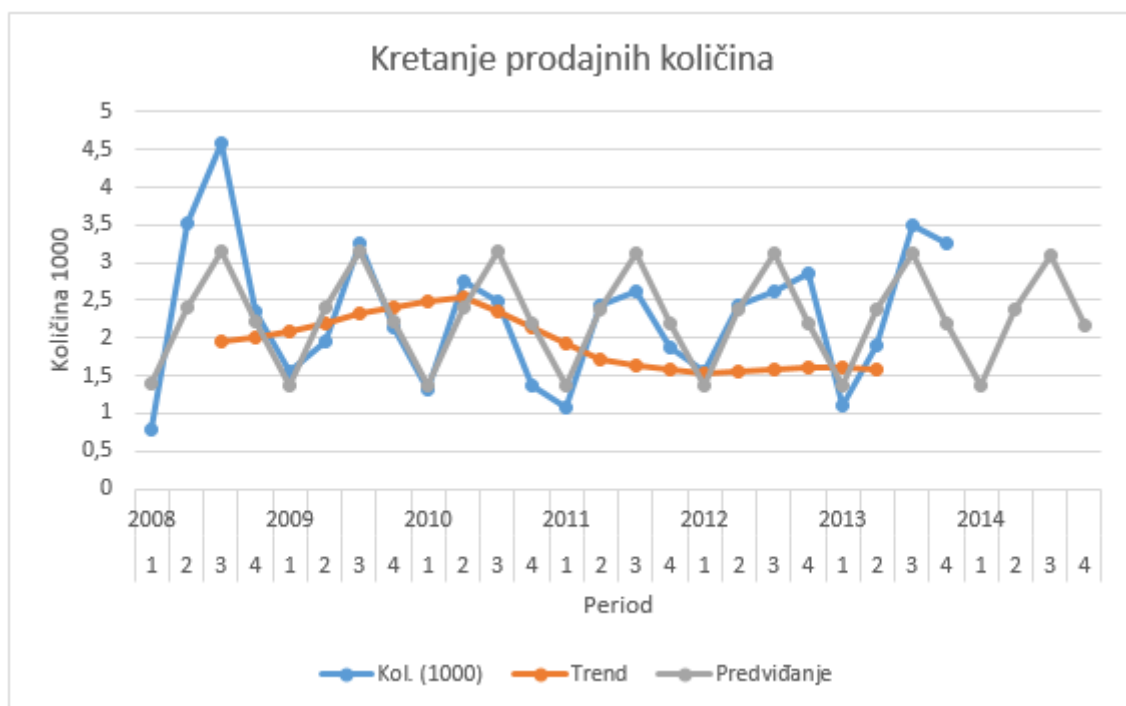
Parametar b zove se regresijski koeficijent i pokazuje za koliko se u prosjeku mijenja zavisna varijabla ako se nezavisna varijabla promijeni za jedan. Regresijski koeficijent je najvažniji pokazatelj regresijske analize. Parametar a je konstanta i pokazuje vrijednost zavisne varijable u slučaju kada je nezavisna varijabla jednaka nuli.



Slika 3.3: *Kretanje cijena i prodajnih količina u promatranom periodu*

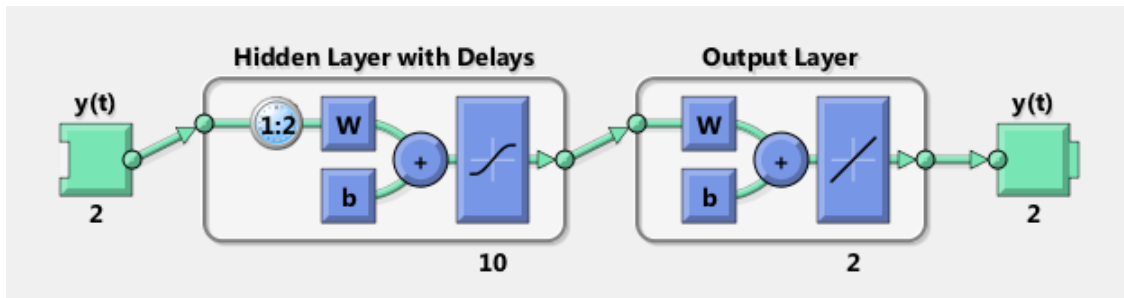
Slika pokazuje postojanje podataka koji odstupaju od idealnog u smislu da postoje podaci koji se ne uklapaju u postojeći model i koje bi bilo moguće statistički obraditi

kako bi bili što pogodniji za obradu. Podaci predloženi slikom odnose se na petogodišnje razdoblje (2008-2013) gdje se onda dijele unutar svake godine na kvartale kako bi bili što pogodniji za statističku analizu i pripremu podataka za treniranje testiranje i validaciju unutar neuronske mreže.



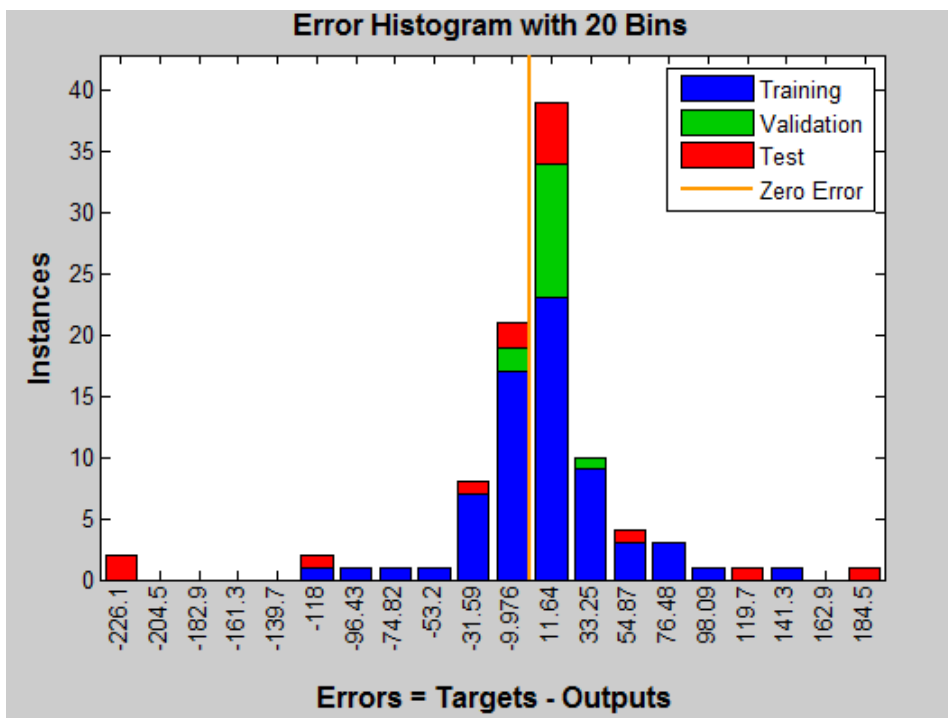
Slika 3.4: *Kretanje stvarne i predviđene količine*

Gornja slika jasno pokazuje rezultate proizišle iz statističke analize podataka. Vidljivo je da u početku stvarne količine dosta odskakuju od onih predviđenih modelom da bi se u sljedećem trenutku u jednom dijelu promatranog perioda stvarni podaci i oni predviđeni modelom savršeno poklopili. Detaljnija analiza utvrđuje da se predviđeni podaci o prodaji prilagođavaju trendu koji je u većem dijelu grafikona opadajući u nešto manjem omjeru nego su to stvarni podaci. U nastavku analize potrebno je analizirati nastalu neuronsku mrežu pomoću više grafikona generiranih pomoću MATLAB neural network-a.



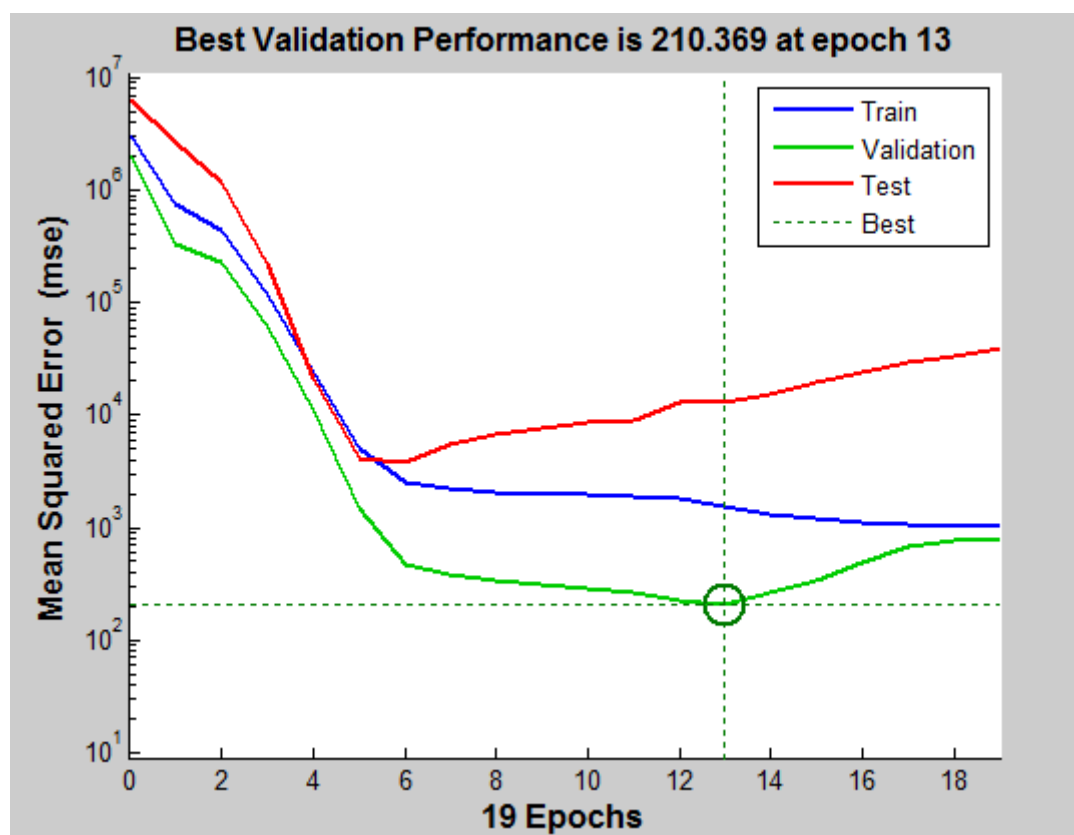
Slika 3.5: Izgled neuronske mreže, MATLAB neural network toolbox

Grubi prikaz neuronske mreže kreirane u neural network modulu. Slika prikazuje skrivene neurone koji vrše analizu polaznih podataka pomoću sigmoidne funkcije i izlazni sloj koji koristi linearnu funkciju prikazuje rezultate rada skrivenog sloja. Ovakav tip neuronske mreže uspješno rješava probleme s višedimenzionalnim podacima, naravno uz uvjet dobro pripremljenih podataka i dovoljnog broja skrivenih neurona.



Slika 3.6: Dijagram greške podataka koji se koriste za izradu neuronske mreže

Slika pokazuje postojanje podataka koji odstupaju od idealnog u smislu da postoje podaci koji se ne uklapaju u postojeći model i koje bi bilo moguće statistički obraditi kako bi bili što pogodniji za obradu. Kao što je vidljivo iz slike plavi stupac su podaci za trening, zeleni su za kontrolu neuronske mreže a crveni podaci za testiranje. Histogram može dati naznake izdvojenosti pojedinih podataka od većine. U promatranom slučaju možemo vidjeti da se većina grešaka nalazi između -13,59 i 76,48 međutim postoje podaci koje je potrebno ispitati kako bi se utvrdio razlog ovakvog odstupanja koji može ležati u činjenici da se potkrala grešaka u podacima. Ukoliko to nije slučaj potrebno je prikupiti dodatne podatke te ponovno trenirati neuronsku mrežu.

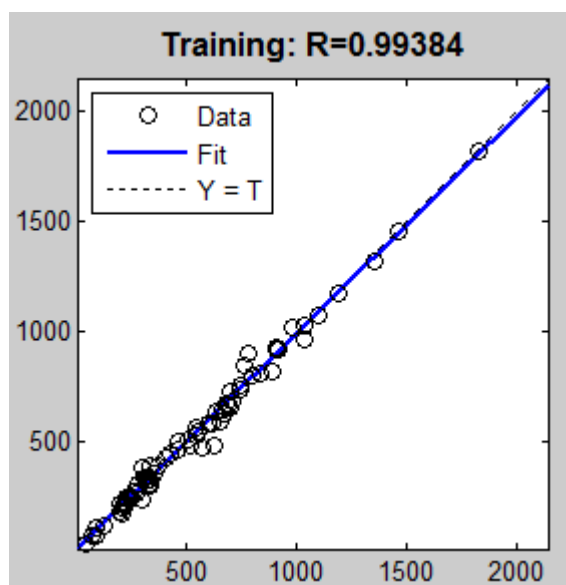


Slika 3.7: Standardna greška regresije za promatranu neuronsku mrežu

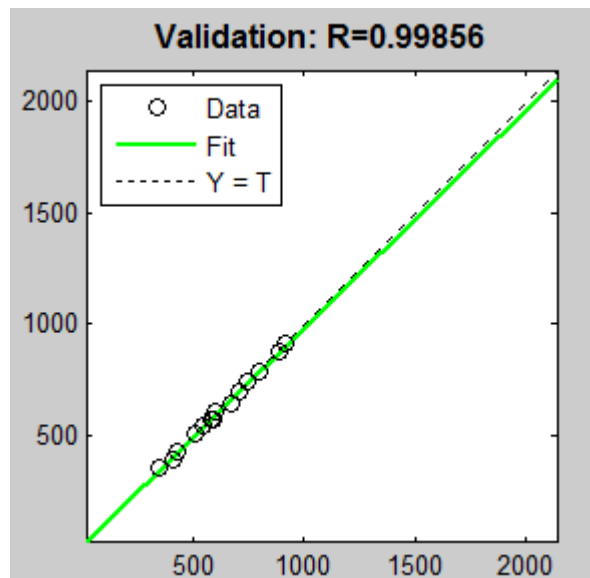
Slika iznad prikazuje kretanje krivulje treninga, validacije i testa unutar promatrane neuronske mreže koja je dala najbolje rezultate, odnosno gdje je minimum MSE¹ što ukazuje da je ovaj set za analizu podataka najbolje opisuje set podataka, odnosno

¹MSE (engl.) mean square error standarda greška regresije

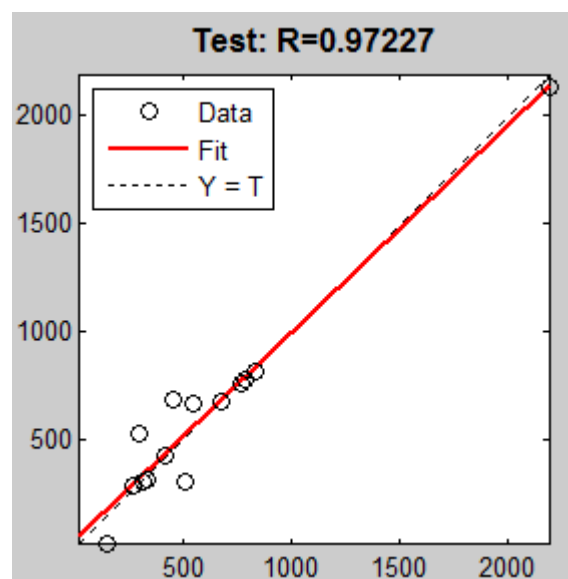
vrijednosti uzorka su najbolje grupirane oko crte regresije. Kako teorija sugerira minimum krivulje validacije, odnosno najmanja vrijednost MSE je vrijednost do koje se rezultati neurnoske mreže poboljšavaju te od te točke nadalje neuronska mreža nije pogodna za korištenje. Standardna pogreška nije samo mjera raspršenja i točnosti statistike uzorka. Ona je također važan pokazatelj koliko je statistika uzorka pouzdana procjena parametra populacije, što se u ovom slučaju pokazalo kao pouzdan pokazatelj.



Slika 3.8: Regresijska analiza, prikaz podataka za trening



Slika 3.9: Regresijska analiza, prikaz podataka za validaciju



Slika 3.10: Regresijska analiza, prikaz podataka za testiranje

Iz gore navedenih slika (3.8, 3.9, 3.10) može se isčitati kretanje uzorka podataka u svim fazama testiranja neuronske mreže. Koeficijent korelacije (R) je vrlo blizu jedan 1 što daje do znanja da se radi o visokom stupnju povezanosti između promatranih podataka. Vidljivo je da podaci minimalno odstupaju od regresijskog

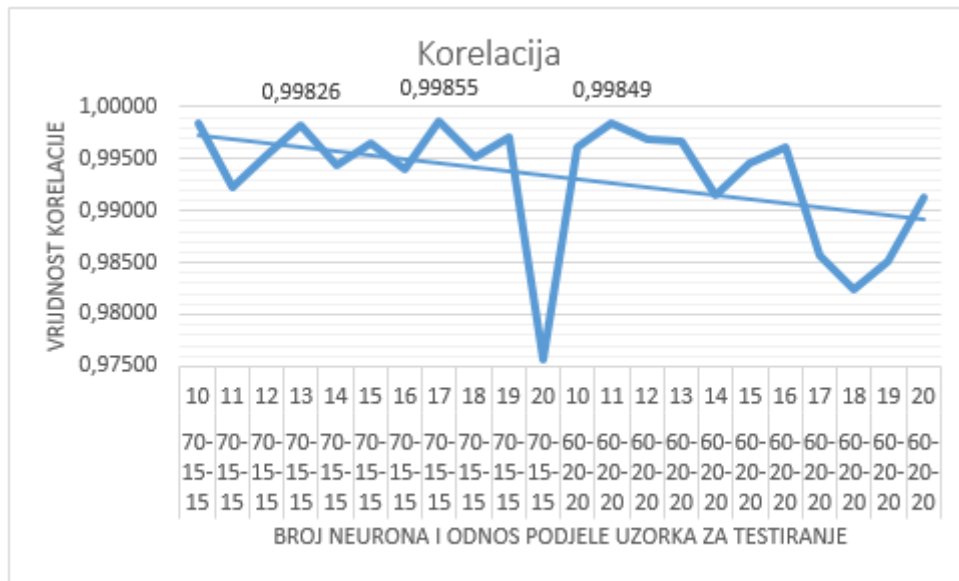
pravca osim u slučaju testiranja neuronske mreže gdje se može primjetiti nešto veće odstupanje podataka za testiranje od regresijskog pravca. Međutim i pored toga podaci za testiranje iznimno dobro opisuju datu neuronsku mrežu što svakako znači da pouzdanost podataka dobivenih na osnovu korištenja ove neuronske mreže može poslužiti kod kreiranja ostalih strategija unutar određenog kolektiva koje se naslanjaju na rezultate ove analize.

Povezanost između promatranih varijabli koje tvore neuronsku mrežu i izlaza neuronske mreže koji predstavljaju rezultate možemo predložiti na prikazu chaddock-ove ljestvice gdje se vidi jačina veze između promatranih varijabli pomoću koeficijenta korelacije. Vidljivo je da veze između varijabli korištenih u kreiranju neuronske mreže za predviđanje prodaje imaju koeficijent korelacije približno 1 što potvrđuje čvrstu vezu među varijablama i rezultatima koje daje neuronska mreža.

Koeficijent korelacije	Objašnjenje
0	Odsutnost veze
0,00-0,50	Slaba veza
0,50-0,80	Veza srednje jakosti
0,80-1	Čvrsta veza
1	Potpuna veza

Tablica 3.1: Chaddockova ljestvica

Tablica je na jednostavan način prikazala ono što je dobiveno analizom svake pojedine neuronske mreže i što je vidljivo iz slike kretanja korelacije ispod.



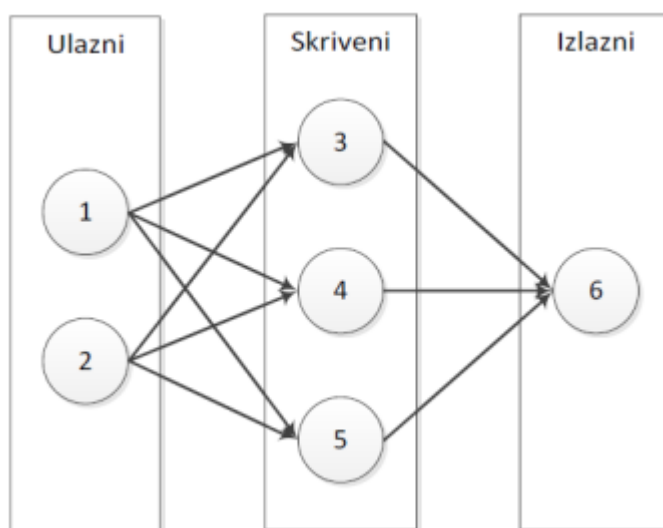
Slika 3.11: Dijagram kretanja korelacije u zavisnosti od broja neurona i rasporeda uzorka za testiranje

Slika 3.11 prikazuje kretanje korelacije kroz proces analize i testiranja neuronskih mreža raznih vrsta korištenih u testiranju. Vrijednost korelacije na osi x ukazuje na male razlike u kretanju korelacije među promatranim neuronskim mrežama. Os y na kojoj se vide brojevi neurona po svakoj neuronskoj mreži i postotke podjele između podataka za trening, validaciju i testiranje. Vidljiv je prije svega konstantan pad vrijednosti korelacije kroz odmicanje testiranja što se može vidjeti iz linije trenda prikazanog zajedno s korelacijom.

Iz prikazanog trenda i njegovog kretanja ka nižim vrijednostima korelacije nije postojala potreba za dodatnim testiranjem nekih specifičnih neuronskih mreža po pitanju broja neurona ili pak neke druge podjele uzorka podataka. Na slici se također vidi da svoj maksimum korelacija doseže kod točke od 17 skrivenih neurona i omjera uzorka za trening, validaciju i testiranje od 70-15-15. Generalno se može uzeti pravilo da s rastom broja skrivenih neurona raste preciznost neuronske mreže što se pokazalo točnim i u ovom primjeru, naravno do neke određene točke gdje porast broja skrivenih neurona donosi drastičan pad performansi neuronske mreže.

3.4 Formiranje neuronskog modela

U posljednja dva desetljeća neuronske mreže se nameću kao osnova za analizu velikih količina podataka i iznalaženje rješenja mnoštva problema koji su se rješavali statističkim metodama. Ne postoji univerzalni model neuralne mreže koji bi bio primjenjiv na sve vrste problema. Pa je tako za izradu neuronskih mreža kod predviđanja prodaje potrebno osmisliti model koji najbolje odgovara konkretnoj situaciji koju želimo modelirati. Međutim postoje neka općeprihvaćena načela kod izrade bilo kakve vrste neuronskog modela. Osnovni model neuronske mreže s višeslojnom strukturom je vidljiv na slici ispod.²



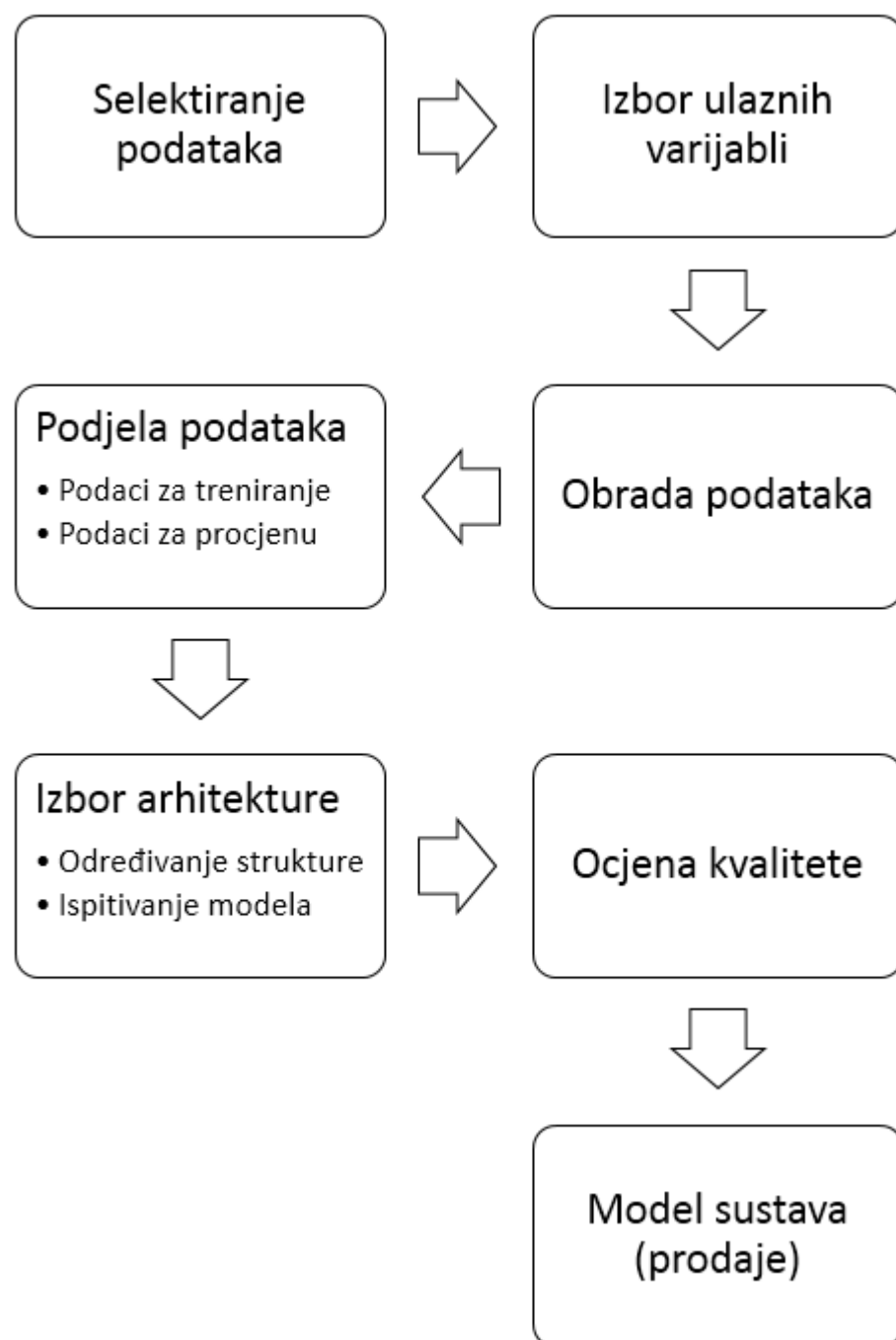
Slika 3.12: *Neuronska mreža s višeslojnom strukturom*

Proces dizajniranja neuronske mreže sastoji se od četiri faze:

- 1) raspoređivanje neurona u različite slojeve,
- 2) određivanje tipa veze između neurona (inter-slojne i intra-slojne veze),
- 3) određivanje načina na koji neuroni primaju ulaze i proizvode izlaze,
- 4) određivanje pravila učenja za prilagođavanje težina veza ³

²Diplomski rad: Evolucija neuronskih mreža za detekciju lica-Hrvoje Ban

³Zekić-Sušac, M., Neuronske mreže u predviđanju profitabilnosti ulaganja, doktorska disertacija, Varaždin, 1999



Slika 3.13: *Model neuronske mreže*

Rezultat dizajniranja neuronske mreže je arhitektura mreže. Prema gornjem procesu dizajniranja, kriterija za razlikovanje arhitektura neuronskih mreža su:

- Broj slojeva
- Tip veze između neurona
- Veza između ulaznih i izlaznih podataka
- Ulazne i prijenosne funkcije
- Tip učenja
- Sigurnost ispaljivanja
- Vremenske karakteristike
- Vrijeme učenja

3.4.1 Metode korištene kod analize podataka

Istraživanje koje se provodi nad skupom podataka kako bi dali što potpunije rezultate bit će provedeno jednom od najviše korištenih metoda, Holt -Winters metodom, te izradom, treniranjem i analizom podataka neuronske mreže pomoću modula unutar MATLAB-a.⁴ Holt - Winters metoda je metoda stara preko pedeset godina a uspjela se održati kao jedna od najpoznatijih metoda za analizu predviđanja raznih vrsta podataka. Holt-Winters metoda se temelji na eksponencijalnom izgladivanju. Eksponencijalno izgladivanje je tehnika koja se koristi kod vremenskih serija gdje se prognoza za razdoblje $t + 1$ ($F_t + 1$) dobiva se kao ponderirani prosjek stvarne i prognozirane vrijednosti vremenske serije u razdoblju t . Stvarnoj vrijednosti vremenske serije u razdoblju t (A_t) pridružuje se ponder w (faktor prigušenja ili konstanta izgladivanja), koji poprima vrijednost između 0 i 1, dok se prognozi t (F_t) pridodaje ponder $1-w$. Što je veća vrijednost parametra w , veći je i ponder koji se pridodaje prethodnom razdoblju.[24]

Metoda Holt-Winters koristi trostruko zagladivanje i ima tri konstante izgladivanja:

α - konstanta koja se koristi kod svakog eksponencijalnog izgladivanja (engl. overall smoothing),

β - konstanta koja se koristi kod određivanja trenda kretanja vrijednosti (engl. trend smoothing),

γ - konstanta koja se koristi kod određivanja periodičnosti vrijednosti (engl. seasonal smoothing).

⁴Neural Network Toolbox

Formule po kojima se računa predviđanje su sljedeće:

$$S_t = \alpha \frac{y_t}{l_{t-L}} + (1 - \alpha) (S_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = \gamma (S_t - S_{t-1}) + (1 - \gamma) b_{t-1}$$

$$l_t = \beta \frac{y_t}{S_t} + (1 - \beta) l_{t-L}$$

$$F_{t+m} = (S_t + mb) l_{t-L+m}$$

gdje su:

y - promatrane vrijednosti

S - izgladene vrijednosti

b - faktor trenda vrijednosti

I - indeks periodičnosti vrijednosti

F - predviđanje za m perioda unaprijed

t - indeks koji označava vremenski period[5]

Postoje dvije vrste metode koje se odnose na period analize. Aditivna metoda se koristi kad su sezonske varijacije konstantne tijekom perioda promatranja, odnosno multiplikativna koja se koristi kod analize vremenskih serija koje se proporcionalno mijenjaju s veličinom serije. Također kako bi rezultati istraživanja bili što potpuniji koristiti će se alati za analizu podataka pomoću neuronskih mreža. Ipak metoda koja daje najbolje rezultate a istodobno je i najbrža je Levenberg–Marquardt algoritam (LMA). LMA algoritam se koristi pri primjeni metode najmanjih kvadrata.

To je modifikacija Gauss-Newtonove metode za postizanje minimizirajućeg rješenja problema nelinearnih najmanjih kvadrata. U usporedbi s ostalim tehnikama ova je metoda jednostavnija i brža, te se preporuča pri analizi većeg skupa podataka. Prilagođavanje nelinearnih modela kakav je i ovaj trenutno ponuđeni za rješavanje nastoji se rješavati metodom najmanjih kvadrata od kojih je LMA metoda koja se iterativnim postupcima s funkcijom cilja uspješno adaptira posebnim uvjetima svakoga zadatka.

Levenberg (1944) i Marquardt (1963) su razvili algoritam u kome se Hesseova matrica⁵ definira u svakoj fazi traženja prema potrebi osiguravajući da tako modificirana $H(x)$ u obliku $\tilde{H}(x)$ bude pozitivno definirana. Pocedura dodaje elemente

⁵simetrična matrica dimenzija $n \times n$

dijagonalnim elementima Hesse-a $\mathbf{H}(\mathbf{x})$.

$$H(x) = [\tilde{H}(x) + \beta I]$$

gdje je β pozitivna konstanta dovoljno velika da $H(x)$ pozitivno definira kada je $\mathbf{H}(\mathbf{x})$ negativan. Također se može koristiti

$$[H(x)]^{-1} = [H^{-1}(x) + \gamma I]$$

gdje je γ dovoljna za istu svrhu. Utvrđene vrijednosti za β koje se koriste, mogu se procijeniti premalim (jako negativne) vlastite vrijednosti $\mathbf{H}(\mathbf{x})$ i zadati $\beta > -\min\{\alpha_1\}$

gdje je α_1 vektor vlastitih vrijednosti za $\mathbf{H}(\mathbf{x})$. Oprezno s značajno velikim β jer βI može prekoračiti $\mathbf{H}(\mathbf{x})$ i onemogućiti dostizanje globalnog minimuma.[21]

U nastavku će biti opisan postupak kroz koji se prolazi kod LMA algoritma.

Korak1. Izabrati X^0 za početnu točku. Postaviti ϵ = kriterij konvergencije.

Korak2. Postaviti $k=0$. Neka je $\beta^0 = 10^3$.

Korak3. Izračunati $\nabla f(x^k)$.

Korak4. Ako je $\|\nabla f(x^k)\| < \epsilon$ STOP. Ako nije idi na korak5.

Korak5. Izračunati $s^k = [H^k + \beta^k I]^{-1} \nabla f(x^k)$.

Korak6. Izračunati $x^{k+1} = x^k + \lambda^k s^k$.

Korak7. Ako je $f(x^{k+1}) < f(x^k)$ idi na korak 8 ako nije, idi na korak 9 .

Korak8. Postaviti $\beta^{k+1} = \frac{1}{4}\beta^k$ i $k = k + 1$. Idi na korak3.

Korak9. Postaviti $\beta^k = 2\beta^k$ Idi na korak5. [21]

3.5 Neuronski model za predviđanje prodaje

Procjene i budući uvjeti u okruženju determiniraju mnoge kritične poslovne aktivnosti kao što su investiranje, nabavka materijala, cijena rada, potražnja za određenim proizvodom, cijene proizvoda, usluga i vrijednosnih papira, ponašanje konkurencije itd. Netočne i pogrešne procjene mogu dovesti do pogoršanja ekonomije i poslovanja u preduzeću. Smanjenje prodaje, neefikasna raspodjela resursa i prekomjerne zalihe često su direktna posljedica netočnog predviđanja. U oblasti finansija, loše procjene kretanja cijena akcija, obveznica, finansijskih derivata i drugih vrijednosnih papira

mogu dovesti do ogromnih gubitaka. Pored toga, u financijama, znanosti i poslovanju, analitičari su često suočeni sa zadatkom klasificiranja entiteta zasnovanoj na povjesnim ili izmerenim podacima. Analitičari na tržištu akcija mogu imati potrebu da klasificiraju akcije u grupe: kupi, prodaj i zadrži. Na hipotekarnom tržištu, analitičari mogu kategorizirati kredite kao dobre i loše. Glavni problem sa kojim se svi oni susreću je veliki broj kriterija za klasifikaciju što problem kategorizacije podataka čini veoma kompleksnim. Potrebno je uložiti veliki napor i vrijeme da se ovako kompleksan problem klasifikacije riješi na optimalan način, uz zadovoljavanje svih ili bar većine zadatih kriterija. Ovi, i mnogi problemi sa kojima se svakodnevno susreću menadžeri, ekonomisti i analitičari mogu se riješiti primjenom neuronskih mreža. [7]

3.5.1 Prikupljanje, obrada i učenje

Analiza bilo kakve prirode polazi od toga da je potrebno prikupiti podatke. Podaci se mogu prikupiti iz raznih izvora (mjerenje, rezultati prethodnih simulacija, neoobrađeni podaci iz baza podataka). Bitno je svakako provjeriti točnost podataka koji se koriste u modeliranju zbog kasnijih rezultata. Prije faze učenja podaci se pripremaju, odnosno selektiraju bitni od nebitnih podataka. Odabir ulaznih i izlaznih varijabli nema ograničenja u pogledu broja varijabli, ali je potrebno paziti da sve izlazne varijable budu definirane ulaznim. Naravno, nakon prikupljanja podataka pristupa se fazi treniranja mreže. Da bi učenje bilo uspješno potrebno je podijeliti podatke na podatke za učenje, podatke za provjeru i na kraju podatke za testiranje ispravnosti mreže. Kod odabira inicijalnih vrijednosti težina potrebno je sljediti neke ustaljene principe.

Izbor aktivacijske funkcije umnogom utječe na optimalnu brzinu učenja (autori Thimm i Fiesler), ali isto tako velik je utjecaj inicijalnih težina. Isti autori (Thimm i Fiesler) kažu da varijacije od 0.2 koja odgovaraju težinama u području $[-0,77 ; 0,77]$ imaju najbolju srednju performansu za širok spektar aplikacija testiranih u njihovim istraživanjima. Ne preporuča se uzimati veće vrijednosti jer se time povećava vjerojatnost da pojedina aktivacijska funkcija neurona prilikom učenja dode u zasićeno područje. Ako je aktivacijska funkcija u području zasićenja, neovisno o ulaznim vrijednostima, vrijednost na izlazu iz neurona je konstantna, a time je otežano ili u

potpunosti onemogućeno učenje mreže. O odabiru inicijalnih težina uvelike ovisi uspješnost učenja. Pravi odabir inicijalnih vrijednosti težina može spriječiti poteškoće prilikom učenja zbog ulaska sustava u lokalni minimum. Rezultat mreže ovisi značajno u inicijalnim vrijednostima težina, pa je potrebno više puta ponoviti učenje sa istim podacima, ali različitim inicijalnim vrijednostima težina.[9]

3.6 Izrada skladišta podataka

Današnji uvjeti poslovanja zahtijevaju zadovoljenje svih čimbenika uspješnosti poslovanja, kao što su: orijentacija prema kupcima i njihovim potrebama, porast kvalitete proizvoda i usluga, smanjivanje cijena i skraćivanje vremena isporuke, ostvarenje profita uz istovremeno smanjivanje ukupnih troškova poslovanja. Učinkovito upravljanje i odlučivanje otežano je brzim, a često i neočekivanim promjenama u poduzeću i u njegovom okruženju.

Nemilosrdna je konkurencija postavila gotovo pravilo: kupca nije dovoljno zadovoljiti, potrebno ga je oduševiti. Postizanje toga cilja u današnjim uvjetima nemoguće je bez mogućnosti brze obrade podataka i jednostavnog uvida u poslovanje organizacije s najvišeg nivoa. Pravovremeno dobivanje kvalitetnih informacija postaje glavno sredstvo za ostvarenje prednosti pred konkurencijom. Menadžer mora dobiti informacije kada ih zatraži, i to što prije i u odgovarajućem obliku. Suvremena informacijska tehnologija konceptom skladišta podataka osigurava izgradnju suvremenog sustava za potporu odlučivanju i utječe na razvitak i unapređenje informacijskog sustava poduzeća koji mora osigurati kvalitetne informacije za upravljanje poslovanjem. [10]

3.6.1 Model skladišta podataka

Skladište podataka (engl. data warehouse) nova je generacija računarskog sustava za potporu odlučivanju. Pojednostavnjeno rečeno, ideja skladištenja podataka je ovakva: potrebno je podatke iz operativne baze (ili više njih) izdvojiti i spremati u posebne baze (skladište podataka) i pripremiti za zahtjevne analize, za “prekopa-

vanje” podataka i pronalaženje informacija za učinkovito odlučivanje. Zahtjevi za uspostavljanje skladišta podataka su:

- Skladište podataka mora osigurati pristup podacima korporacije. Menadžer mora moći putem svog osobnog računala pristupiti podacima u skladištu. Taj pristup mora biti pouzdan, ostvariv na zahtjev, brz i jednostavan.
- Podaci u skladištu podataka konzistentni su, odnosno ako dva korisnika sa dva različita mjesta u različito vrijeme postave jednak; upit, rezultati tih upita moraju biti jednaki.
- Podaci se u skladištu mogu izdvajati i međusobno povezivati u smislu dobivanja svih mjera i pokazatelja poslovanja u poduzeću (slice and dice).
- Skladište podataka jest alat za kreiranje upita, analize i prikaz informacija.
- Skladište podataka je mjesto za publiciranje podataka. Podaci su u skladištu brižljivo skupljani iz različitih izvora, očišćeni, osigurana im je kvaliteta i samo takvi dostupni su korisnicima.
- Kvaliteta podataka u skladištu može biti pokretač redizajna poslovanja. Skladište podataka ne može nikada od loših (ulaznih) podataka dati dobre (izlazne). Loši podaci u skladištu ukazuju na potrebu redizajna sustava, jer je to jedini način da se “isprave” loši podaci.

Skladište podataka čine dva osnovna dijela: podaci i mehanizmi manipulacije tim podacima. Dio skladišta s podacima čine osnovni podaci i agregirani višedimenzionalni podaci, a mehanizmi manipulacije čine postupci ekstrakcije i transformacije, sustav upravljanja podacima, postupci analitičke obrade i prezentacija.[10]

Analiza podataka zahtjeva obradu točno određenih podataka koji su potrebni kako bi model dao točne rezultate. Međutim, podaci za analizu se moraju prikupiti gotovo uvijek iz više izvora što naravno osim što usložnjava postupak izrade usporava cjelokupnu analizu nad traženim podacima. Također javlja se i problem formatiranja podataka u jedinstveni oblik odnosno strukturu kako bi kao takvi mogli biti jednako tretirani, postoje još i problemi platforme u kojoj se podaci nalaze u odnosu na neku zadanu u kojoj se analiziraju. Svi ovi razlozi ali i neki koji nisu navedeni dovode do potrebe izgradnje jedinstvenog skladišta podataka kako bi analiza bila što brža jednostavnija i jasnija i kako bi dobiveni podaci bili prezentabilni svima

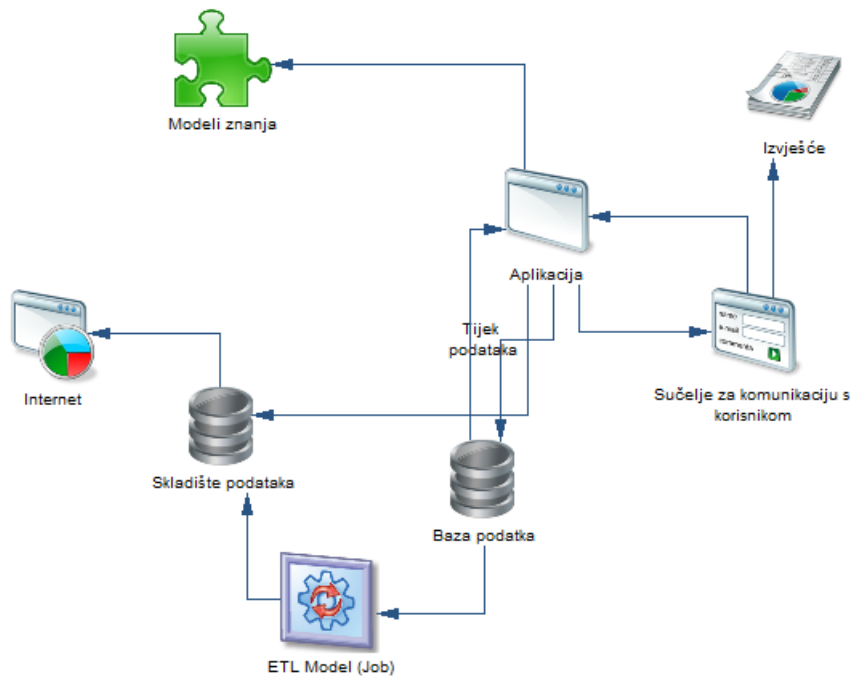
onima kojima su namjenjeni trenutno kao i onima koji žele samo usputno promotriti podatke bez potrebe da se detaljnije udube u analizu promatranih podataka.

Današnji uvjeti poslovanja zahtijevaju zadovoljenje svih čimbenika uspješnosti poslovanja, kao što su: orijentacija prema kupcima i njihovim potrebama, porast kvalitete proizvoda i usluga, smanjivanje cijena i skraćivanje vremena isporuke, ostvarenje profita uz istovremeno smanjivanje ukupnih troškova poslovanja. Učinkovito upravljanje i odlučivanje otežano je brzim, a često i neočekivanim promjenama u poduzeću i u njegovom okruženju. Nemilosrdna je konkurencija postavila gotovo pravilo: kupca nije dovoljno zadovoljiti, potrebno ga je oduševiti. Postizanje toga cilja u današnjim uvjetima nemoguće je bez mogućnosti brze obrade podataka i jednostavnog uvida u poslovanje organizacije s najvišeg nivoa. Pravovremeno dobivanje kvalitetnih informacija postaje glavno sredstvo za ostvarenje prednosti pred konkurencijom. Menadžer mora dobiti informacije kada ih zatraži, i to što prije i u odgovarajućem obliku. Suvremena informacijska tehnologija konceptom skladišta podataka osigurava izgradnju suvremenog sustava za potporu odlučivanju i utječe na razvitak i unapređenje informacijskog sustava poduzeća koji mora osigurati kvalitetne informacije za upravljanje poslovanjem.[10]

Skladište podataka skup je podataka organizacije na kojem se temelji sustav potpore odlučivanju. Iz svrhe proizlazi da skladište podataka treba podacima potpuno "pokriti" jedno ili više poslovnih područja (npr. nabave, prodaje), da podaci u skladištu trebaju biti sveobuhvatni, tj. "integrirani" od unutarnjih podataka organizacije, ali i podataka iz njenog okruženja. Podaci moraju obuhvatiti duži vremenski period (pet, ili više godina), jer su vremenske analize poslovno vrlo značajne.[22] Kako bismo prikazali proces izrade jednog skladišta podataka poći ćemo od zahtjeva koje ćemo nastojati realizirati kroz daljnje razmatranje i realizaciju:

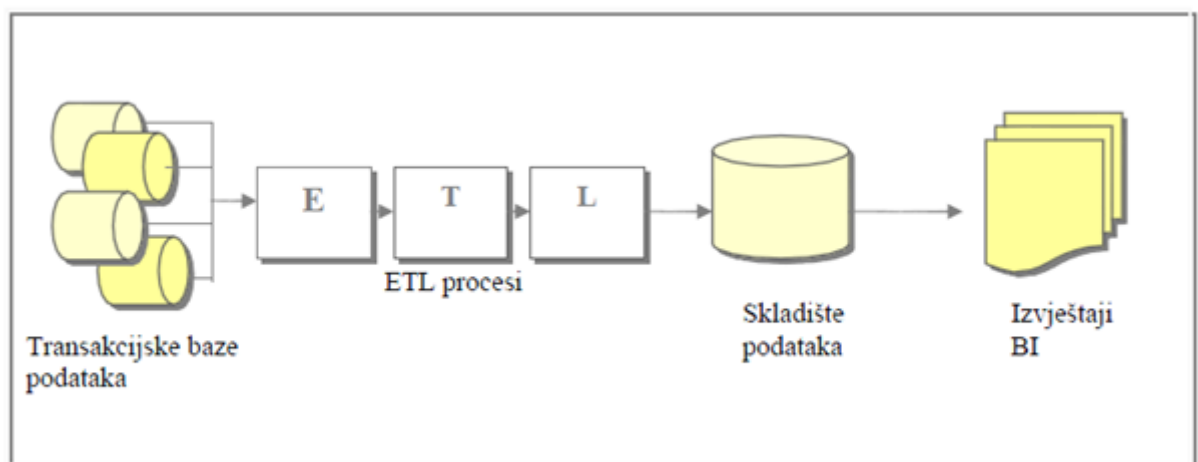
- Skladište podataka mora osigurati pristup podacima korporacije. Menadžer mora moći putem svog osobnog računala pristupiti podacima u skladištu. Taj pristup mora biti pouzdan, ostvariv na zahtjev, brz i jednostavan.
- Podaci u skladištu podataka konzistentni su, odnosno ako dva korisnika sa dva različita mjesta u različito vrijeme postave jednak; upit, rezultati tih upita moraju biti jednaki.

Kako bismo što vjerodostojnije prikazali model skladišta podataka u narednoj slici prikazuje se cjelokupan model informacijskog sustava za podršku odlučivanju.



Slika 3.14: Model informacijskog sustava za podršku odlučivanju Izvor: [16]

Kako je temeljna zadaća rada istražiti serije podataka koje će nam u konačnici dati predviđanje o budućim kretanjima, zanemarujemo ostale aspekte sustava za podršku odlučivanju i koncentriramo se na izradu skladišta podataka kao i metode i tehnike punjenja skladišta podataka iz kojega će se podaci analizirati.



Slika 3.15: Mjesto i slijed ETL procesa u kreiranju koncepta poslovne inteligencije

Bitna uloga u transformaciji i oblikovanju podataka leži u ETL⁶ alatima. Bez ovih alata je nemoguće kreirati bilo kakvo skladište podataka koje će prikupljati podatke iz raznih izvora kako bi omogućili relevantne izvještaje za top menadžment. Alat korišten kod popunjavanja skladište podataka i kasnije analize podatka iz skladišta zove se Pentaho Data Integration verzije 4.4 i slobodan je softver za pomoć kod izrade i analize podataka iz raznih izvora.

⁶eng. extract, transform, load (pokupi, oblikuj i popuni)

4 NEURONSKE MREŽE ZA PREDVIĐANJE PRODAJE PREHRAMBENIH PROIZVODA

Svaka analiza polazi od ulaznih podataka koji su ranije obrađeni po skupinama proizvoda, cijeni i periodu. Podaci predstavljaju pojednostavljenu sliku stvarnosti te su grupirani u kvartale za svaki artikl (nomenklaturu). Broj potrebnih podataka u vezi je sa željenom točnošću modela i brojem skrivenih neurona. Što je veći broj neurona (nužan uvjet za veću specijalizaciju mreže) potreban je i veći broj podataka za učenje. Isto tako, što je veća potrebna generalizacija mreže, broj skrivenih neurona se smanjuje.[9] Važno je spomenuti da je veličina uzorka važan čimbenik za učinkovitost neuronskih mreža, budući da mreža uči na prošlim podacima, te je poželjno imati što veći ukupni uzorak. Činjenica da se kod predviđanja prodaje i potražnje radi o vremenskim serijama podataka uvjetuje neke prethodne postupke koje je nužno provesti na podacima, kao što su eliminacija trenda i eliminacija sezonskih utjecaja u cilju dobivanja stacionarnih vrijednosti.¹ Na osnovu tablice došlo se do rezultata, odnosno izlaznih podataka koji su prikazani u dijelu ispod. Dalje slijedi tablica koja prikazuje ulazne podatke za treniranje i testiranje neuronske mreže podjeljene po količini, cijeni i kvartalu.

1

(Gaynor, Kirkpatrick, 1994)

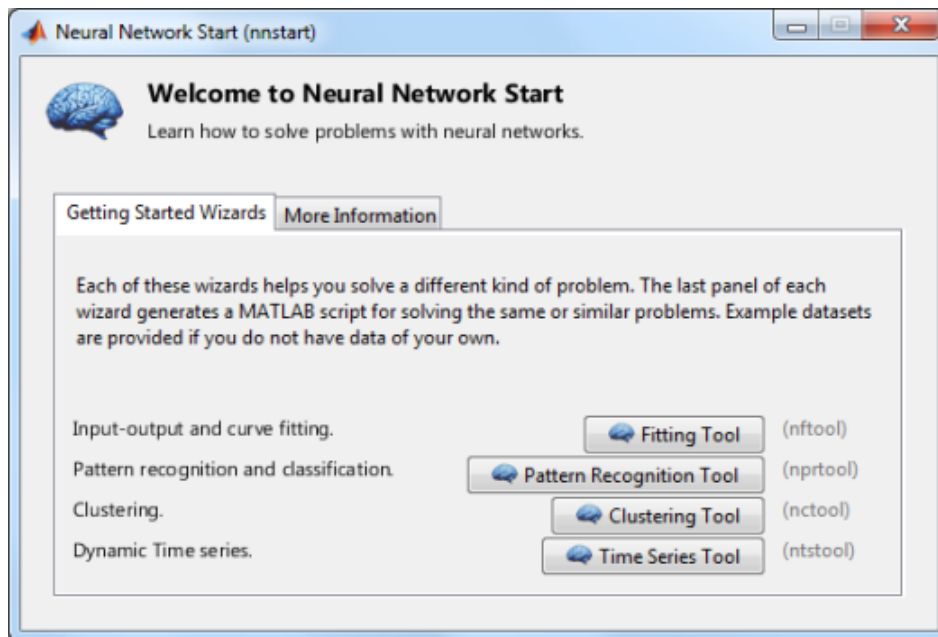
NEURONSKE MREŽE ZA PREDVIĐANJE PRODAJE PREHRAMBENIH PROIZVODA

Količina	Cij.	Kv.	Količina	Cij.	Kv.	Količina	Cij.	Kv.
795	2,35	1	27.896	1,49	4	6.248	4,33	4
3.524	1,85	2	11.414	1,13	1	23.858	4,73	1
4.582	1,77	3	82.680	1,17	2	843	2,79	2
2.353	1,97	4	61.008	1,09	3	1.836	2,36	3
1.547	2,20	1	128.798	1,13	4	2.437	2,40	4
1.954	2,25	2	109.673	3,45	1	2.869	2,24	1
3.254	2,10	3	168.669	3,11	2	930	2,67	2
2.141	2,50	4	73.855	3,28	3	1.415	2,72	3
1.327	2,70	1	29.639	3,31	4	134	2,10	4
2.745	2,45	2	41.510	1,37	1	3.282	2,57	1
2.485	2,57	3	38.882	1,41	2	960	2,66	2
1.373	2,35	4	1.593	1,44	3	396	2,77	3
1.068	1,43	1	191.878	1,40	4	1.325	2,73	4
2.429	1,88	2	8.033	4,12	1	1.513	2,64	1
2.622	1,62	3	6.424	3,28	2	1.287	2,65	2
1.866	1,62	4	470	2,74	3	3.522	2,60	3
1.559	1,40	1	4.586	4,77	4	3.954	2,71	4
2.429	1,40	2	4.567	5,86	1	12.444	2,61	1
2.622	1,80	3	1.544	4,61	2	1.269	2,82	2
2.847	1,55	4	2.906	3,60	3	2.800	2,74	3
1.105	1,67	1	13.093	4,91	4	1.584	2,74	4
1.896	1,49	2	3.305	5,17	1	9.398	2,60	1
3.495	1,55	3	637	5,31	2	1.359	2,87	2
3.252	1,74	4	3.034	4,96	3	1.661	2,72	3
21.834	1,18	1	10.882	3,76	4	372	2,56	4
32.479	1,23	2	2.948	3,99	1	3.283	2,58	1
15.318	1,18	3	12.492	4,89	2	14.562	1,51	2
27.408	1,25	4	5.690	4,66	3	8.967	1,44	3
17.894	1,27	1	28.707	5,07	4	13.609	1,44	4
19.478	1,33	2	11.719	4,87	2	18.023	1,48	2
23.018	1,27	3	17.487	4,11	3	6.478	1,56	3
24.765	1,39	4	5.445	4,84	4	2.974	1,52	4
14.692	1,47	1	22.562	4,36	1	4.492	1,55	1
24.967	1,47	2	10.681	3,89	2			
22.110	1,34	3	3.788	4,60	3			

Tablica 4.1: Prikaz ulaznih podataka za izradu neuronske mreže

Prije samog testiranja potrebno je demonstrirati alat koji se koristi u daljnjem tijeku istraživanja i pomoću kojega je provedeno testiranje i treniranje neuronske mreže koja je u konačnici dala podatke predviđene teorijom. U konkretnom slučaju radi

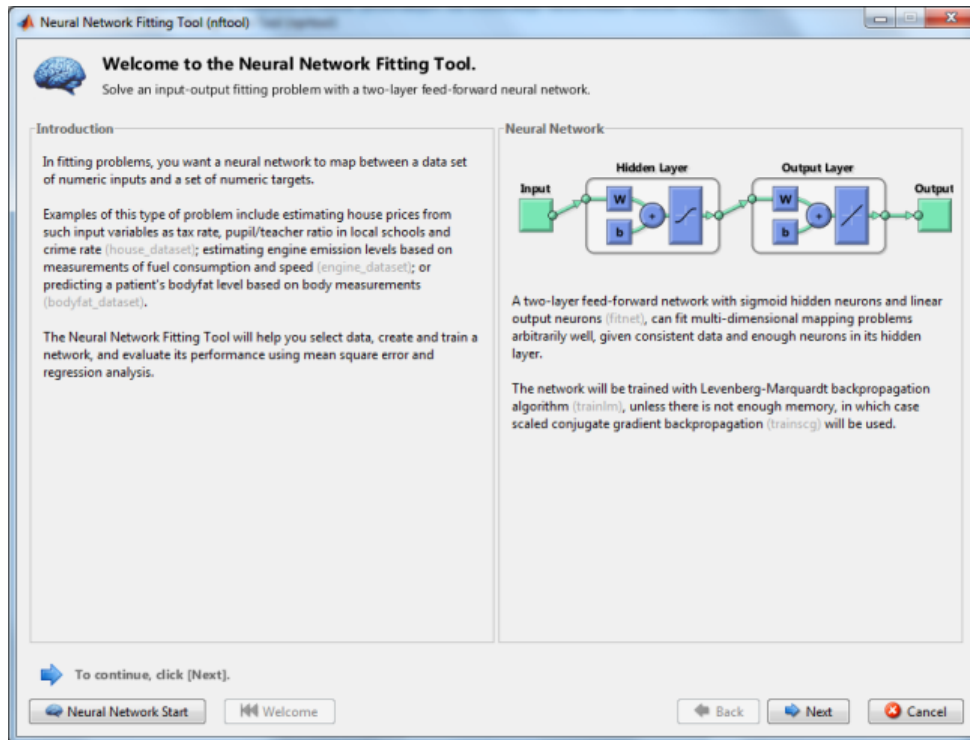
se o softverskom paketu MATLAB i dijelu alata koji se odnosi na neuronske mreže “*Neural network*”. Pokretanjem MATLAB-a u komandnoj liniji kucamo `nnstart`² i pritiskom na enter dobivamo sljedeći prozor.



Slika 4.1: Prikaz uvodnog prozora Neural Network Fitting Tool-a.

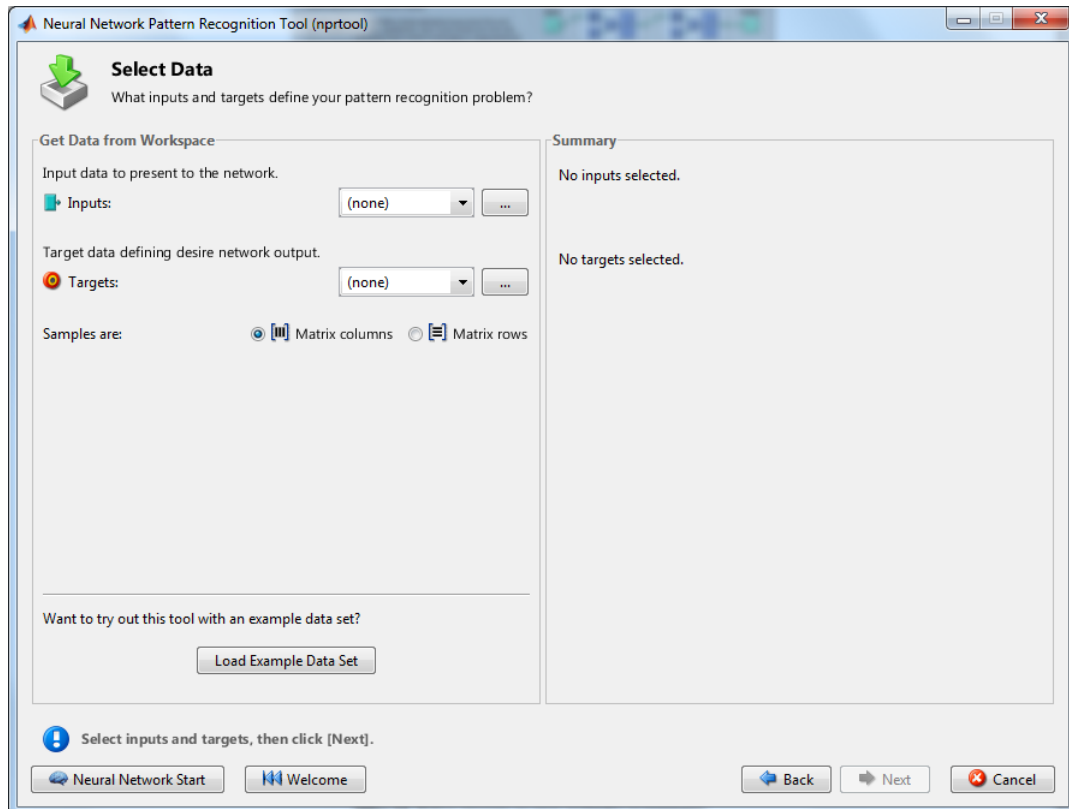
Odabirom opcije *Fitting tool* otvara se prozor za odabir podataka kod treniranja neuronske mreže. Pored svake opcije koju možemo odabrati nalazi se i link do detaljnijih pojašnjenja o načinu rada svake od opcija alata *MATLAB neural network toolbox*.

²Naredba za pokretanje Neural network modula iz MATLABA



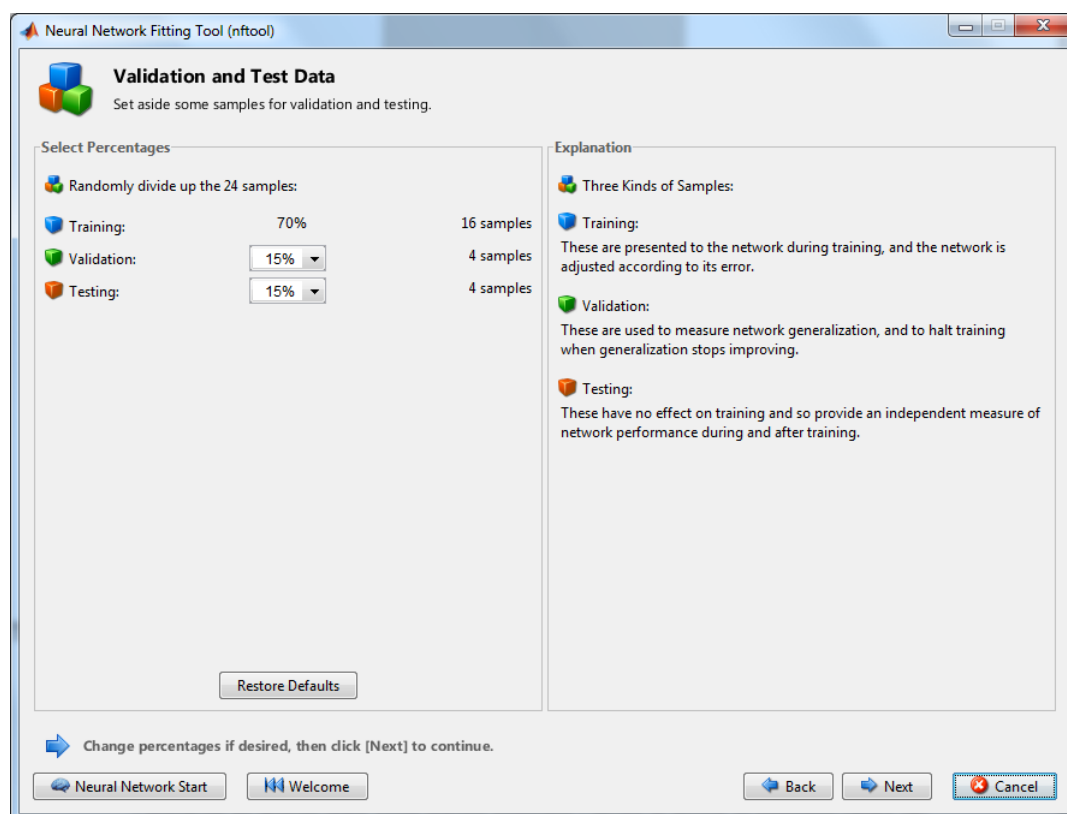
Slika 4.2: Prikaz prozora za pojašnjenje aktivnosti rada odabrane opcije

Nakon toga kliko na dugme Next idemo do sljedećeg ekrana na kome se unose odabiru podaci za treniranje neuronske mreže. Ovdje je ukratko opisan postupak rada alata za izradu neuronske mreže, metode koje koristi i naravno mogućnosti oko dodatnih pojašnjenja rada svakog dijela modula i metoda pomoću kojih dolazimo do izrade neuronske mreže.



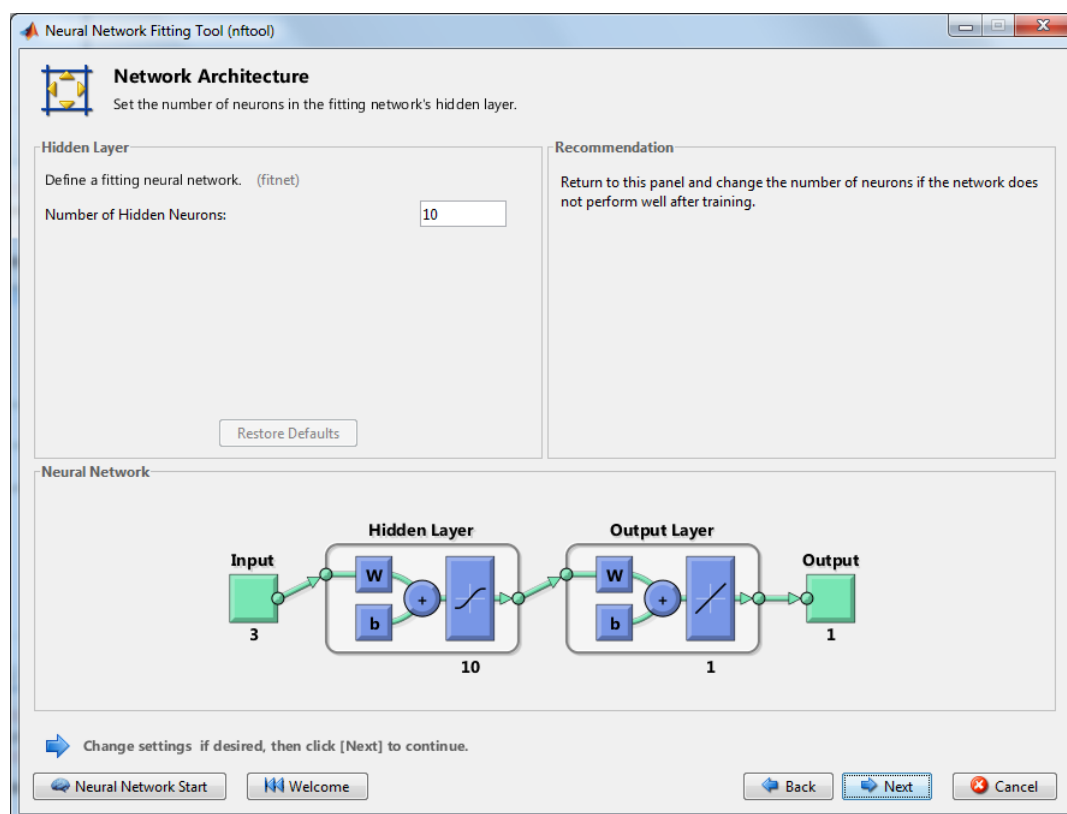
Slika 4.3: Prikaz prozora za unos podataka za treniranje

Nakon što odaberemo podatke pomoću kojih želimo trenirati i testirati neuronsku mrežu odabiremo Next dugme koje na vodi do dijela gdje se odvija treniranje neuronske mreže. Valja istaknuti da u polja *inputs* i *targets* odabiremo vrijednosti već pripremljenih matrica iz kojih mreža može učiti. Uobičajeno su to strukturirani podaci po nekom kriteriju ulaznih varijabli iz kojih polazi razvoj cijelog neuronskog modela.



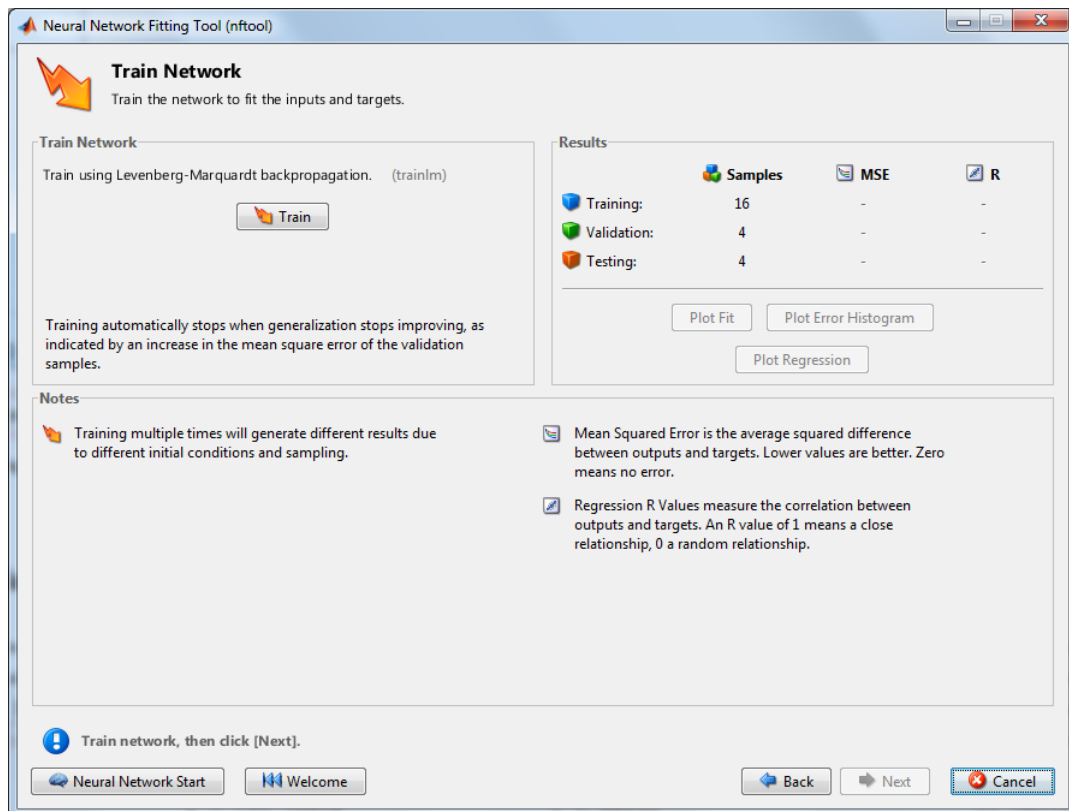
Slika 4.4: Prikaz prozora za odabir podataka za validaciju i testiranje.

Nakon što odaberemo postotak uzoraka za trening, validaciju i testiranje ponovno idemo na dugme Next kojim dolazimo do odabira broja skrivenih slojeva mreže. Kod izrade mreže i njene kvalitete neizostavan dio uzimajući u obzir da ovdje ukupnu sumu podataka dijelimo na dijelove za trening, validaciju i testiranje. U radu su kombinirani podaci na način 15 % podataka za validaciju i 15% za testiranje te 70% podataka na treniranje neuronske mreže. Također u svrhu testova koristili smo i 20% podataka za validaciju i 20% podataka za testiranje, te naravno 60% podataka za samo treniranje neuronske mreže.



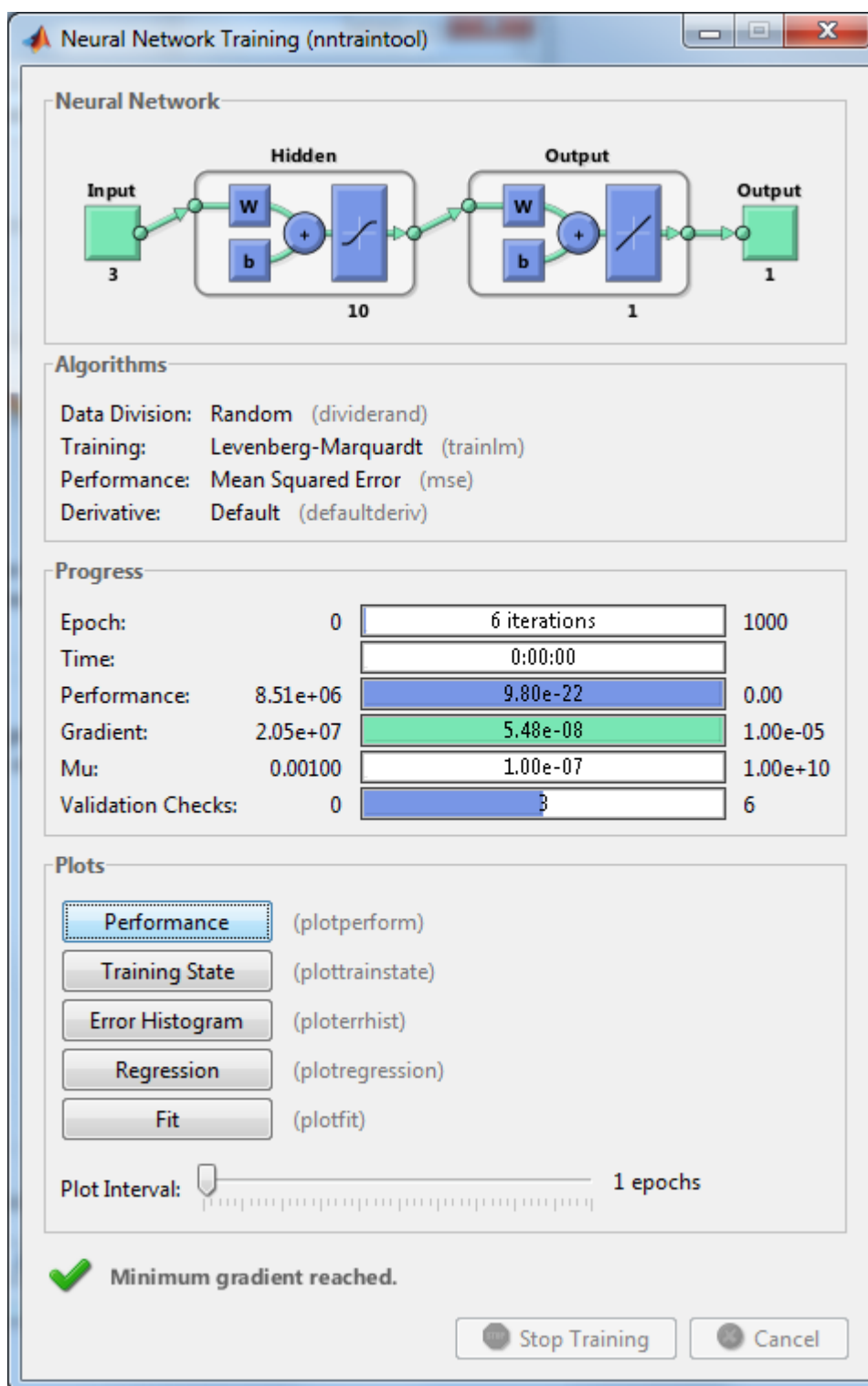
Slika 4.5: Prikaz prozora za odabir skrivenih slojeva mreže.

Nakon što odaberemo broj skrivenih slojeva mreže koliko na dugme Next otvara se ekran s osnovnim podacima za treniranje neuronske mreže. Ovaj dio je posebno značajan zbog podešavanja broja skrivenih neurona što direktno utječe na izlazni rezultat mreže. U konačnici na tablici rezultata smo vidjeli direktnu povezanost broja skrivenih neurona i rezultata mreže. Kako bi rezultati bili što sveobuhvatniji korišteno je više kombinacija skrivenih neurona za učenje neuronske mreže. Tako je testirana neuronska mreža sa 10 i postupno povećavajući broj skrivenih neurona na 20 došlo se do rezultata koji mogu optimalno pokazati neuronsku mrežu.



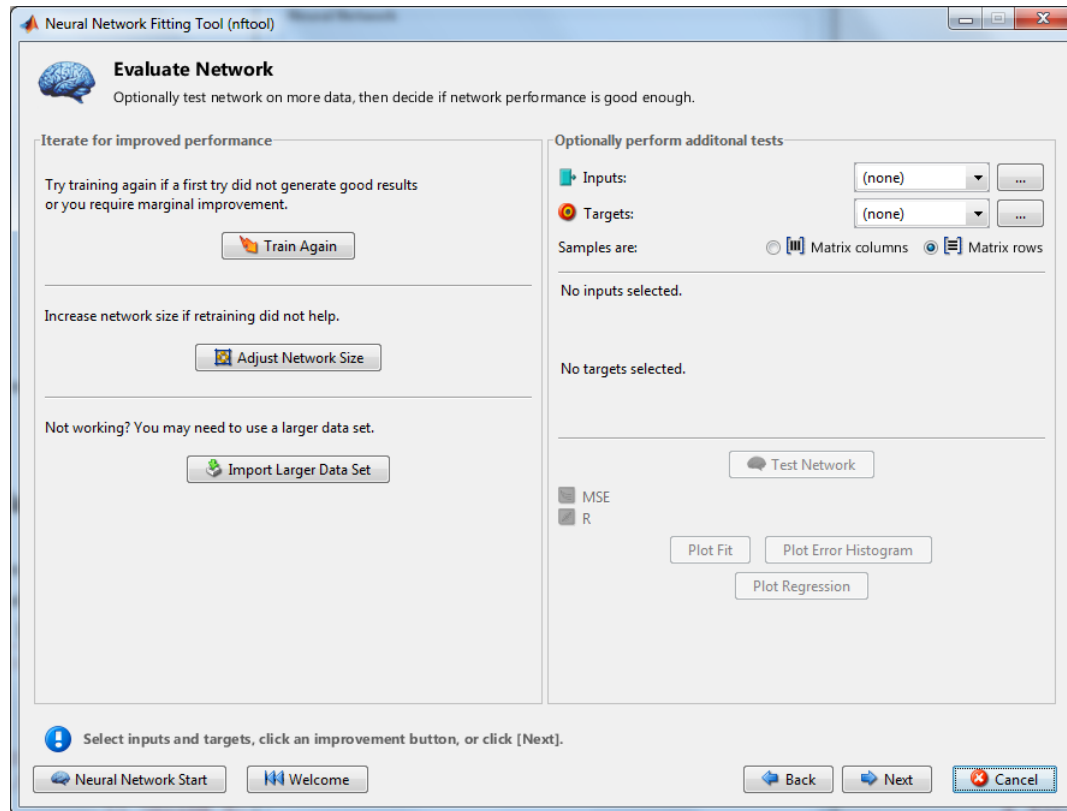
Slika 4.6: Prikaz prozora za početak treniranja mreže

Pritiskom na aktivno polje Next otvara se prozor za početak treniranja mreže i pritiskom na aktivno polje Train počinje treniranje i otvara se prozor za treniranje. Ekran za treniranje neuronske mreže daje kratak prikaz podataka u obliku MSE i R vrijednosti.



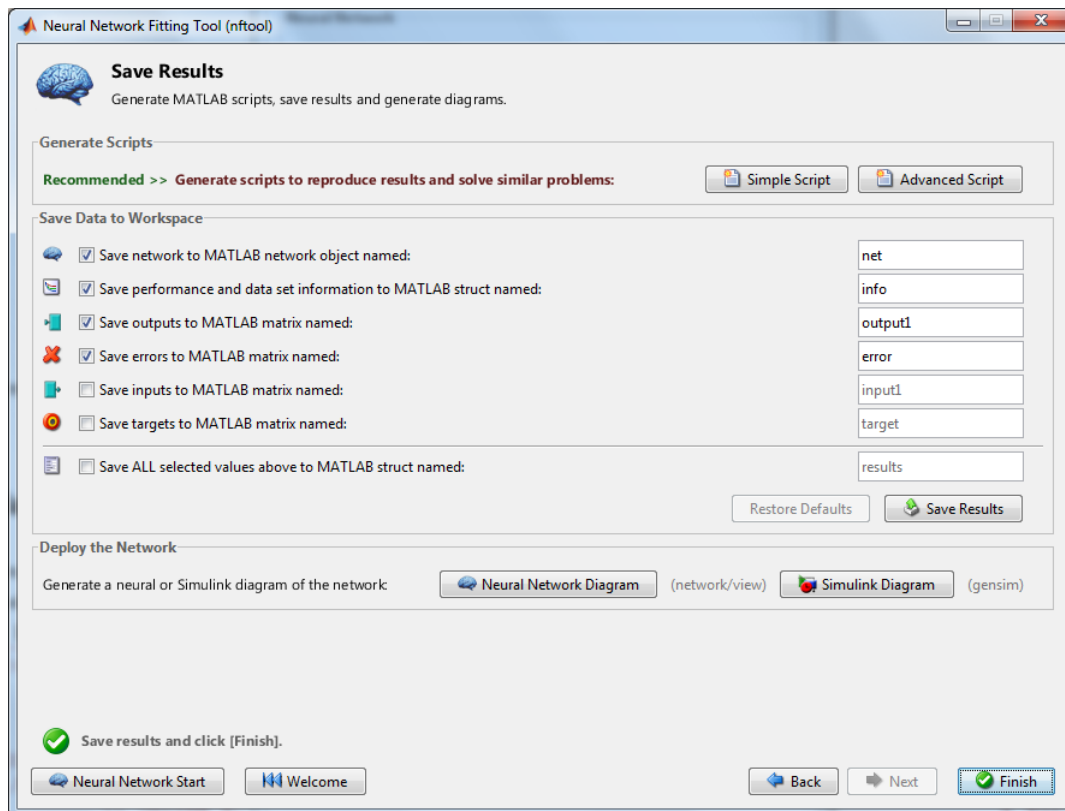
Slika 4.7: Prikaz prozora za treniranje mreže

Nakon završetka treniranja mreže pritiskom na aktivno polje Next otvara se prozor za evaluaciju istrenirane mreže (Slika 4.8) i još jednim pritiskom na aktivno polje Next otvara se prozor za spremanje mreže (Slika 4.9) nakon čega je proces treniranja završen.



Slika 4.8: Prikaz prozora za evaluaciju mreže

U ovom koraku moguće je odabrati neke dodatne podatke za treniranje i testiranje postojeće mreže ukoliko nismo zadovoljni postojećim rezultatima. U mogućnosti smo naravno i podešavanjem vrijednosti veličine skrivenog sloja neuronske mreže tragati za nekim drugim rješenjima.



Slika 4.9: Prikaz prozora za spremanje mreže

4.1 Prikupljanje podataka iz simulacije

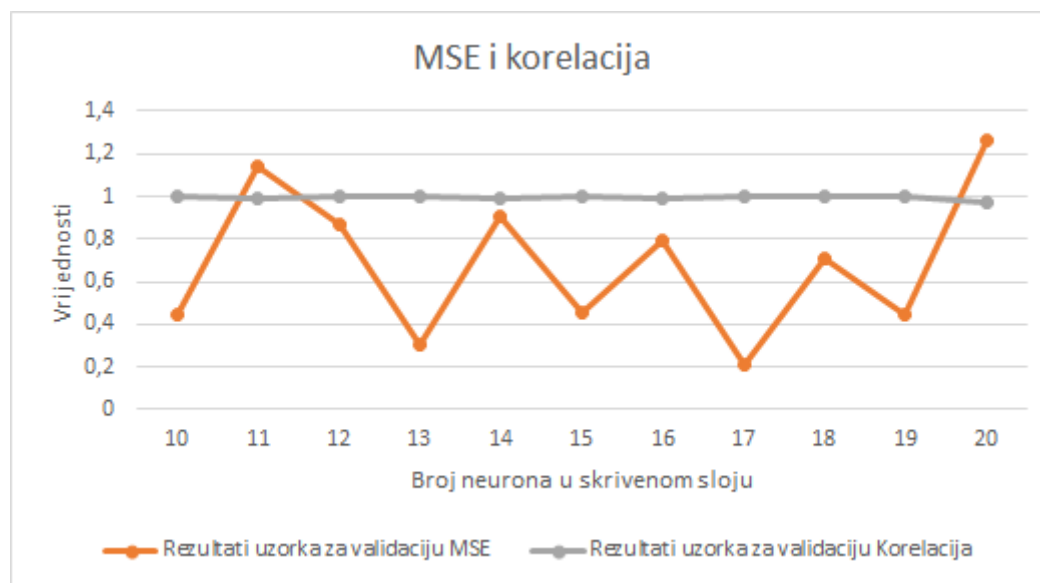
Svako testiranje ima za cilj prikupljanje podataka u svrhu njihova pregledavanja, analize i traženja uzoraka i povezanosti na osnovu kojih možemo donositi zaključke za buduće aktivnosti. Ovdje analiziramo načine na koji smo prikupili podatke iz testiranja modela na osnovu ulaznih podataka. Kao baza za testiranje poslužila je matrica podataka od 3×103 . Nakon kreiranja neuronske mreže koja je vidljiva u poglavlju iznad pristupilo se simulaciji podataka pomoću kreirane neuronske mreže, korištena neuronska mreža je MLP mreža. Podaci koji su analizirani statistički su obrađeni u MS Excel-u kako bi što bolje predstavljali sliku stvarnosti ali i bili u mogućnosti da se pravilnom obradom unutar neuronske mreže dođe do korisnih podataka.

Rb	Podjela uzorka	Broj skrivenih neurona	Rezultati uzorka za validaciju	
	%		MSE	Korelacija
1.	70-15-15	10	445,88343	0,99840
2.	70-15-15	11	1.137,76804	0,99230
3.	70-15-15	12	871,14037	0,99527
4.	70-15-15	13	303,76834	0,99826
5.	70-15-15	14	907,26496	0,99430
6.	70-15-15	15	452,58850	0,99642
7.	70-15-15	16	794,28013	0,99402
8.	70-15-15	17	210,36896	0,99855
9.	70-15-15	18	709,99594	0,99511
10.	70-15-15	19	445,92967	0,99713
11.	70-15-15	20	1.263,54758	0,97569
12.	60-20-20	10	771,88609	0,99620
13.	60-20-20	11	459,90746	0,99849
14.	60-20-20	12	754,86141	0,99696
15.	60-20-20	13	442,74230	0,99675
16.	60-20-20	14	1.217,45008	0,99143
17.	60-20-20	15	1.559,09832	0,99462
18.	60-20-20	16	1.712,53842	0,99606
19.	60-20-20	17	1.922,70953	0,98565
20.	60-20-20	18	2.212,43926	0,98244
21.	60-20-20	19	1.929,87310	0,98514
22.	60-20-20	20	1.834,34971	0,99126

Tablica 4.2: *Prikaz podataka iz simulacije*

Podaci prikupljeni pomoću programa MATLAB su prikazani u tablici gdje je vidljiva podjela uzorka prema postotcima i to prvo 70 % uzorka za trening neuronske mreže, 15 % za validaciju i 15 % za testiranje. Broj skrivenih neurona testiran je u rasponu od 10 do 20 skrivenih neurona na unaprijed postavljenu podjelu postotaka uzorka. Rezultati su prikazani unutar kroz dva pokazatelja koji pokazuju ispravnost neuronske mreže. Rezultati standardne greške regresije i korelacije. Na osnovu ova dva rezultata formirani su podaci iz testiranja koji pokazuju međusobnu zavisnost podataka i samim time kvalitetu neuronske mreže. Uzorak za neuronsku mrežu također je dijeljen na 60 % uzorka za trening neuronske mreže, 20 % za validaciju i 20 % za testiranje sa skrivenim brojem neurona od 10 do 20. Podaci su svrstani u tablicu zajedno s ranije analiziranim podacima te se jasno može vidjeti kretanje dobivenih podataka kroz cijelokupno testiranje neuronskih mreža. Podaci pokazuju

koja je neuronska mreža najbolja za ovakav posao na osnovu standardne greške i korelacije a to je neuronska mreža s najmanjom standardnom greškom i najvećim koeficijentom korelacije. Prema svemu prikazanom u tablici zaključujemo da neuronska mreža pod brojem 8 ima najmanju standardnu grešku (210,36896) kao i najveći koeficijent korelacije (0,99855). Vidljivo je stoga da ova neuronska mreža prema teorijskim postavkama pruža najbolje uvjete za predviđanja ovakve vrste dajući najpotpunije rezultate od svih testiranih neuronskih mreža u ovom radu.



Slika 4.10: Prikaz standarnde greške regresije i korelacije

Vidljivo je također da grafički prikaz podataka daje nedvosmislen zaključak u pogledu ranije prezentiranih i pojašnjenih podataka. Standardna greška regresije i na ovom grafikonu upućuje na raniji zaključak kako je optimalan broj neurona za testiranje i pripremu neuronske mreže 17 neurona u skrivenom sloju. Ostali testirani podaci ipak u nekim slučajevima znatno odstupaju od teorijski utvrđenih granica koje bi mogle biti uzete u razmatranje kao povoljne opcije kod analize podataka i pripreme modela za istraživanje.

4.2 Analiza dobivenih podataka

Prikupljene podatke iz simulacija i testiranja analiziramo iz perspektive ciljeva koje je potrebno zadovoljiti, odnosno hipoteza koje je potrebno dokazati ili opovrgnuti. Cilj koji je postavljen na početku kao hipoteza je glasio: Kako i na koji način možemo predvidjeti prodaju prehrambenih proizvoda neuronskom mrežom?

Počevši od toga koristili smo aktualne metode koje su dostupne u svijetu i koje su relevantne kod načina istraživanja ovoga tipa. Prikupljeni ulazni podaci za treniranje, testiranje i validaciju neuronske mreže obrađeni na način da se od njih može kreirati neuronska mreža koja onda trenirana s takvim setom podataka može poslužiti kod predviđanja nekih budućih trendova.

Temeljem tablice 4.1 na stranici 68 gdje su ukratko prikazani rezultati testiranja pomoću više kombinacija skrivenih neurona te MSE i korelacije dolazimo do zaključka da je postavljena hipoteza dokazana. Odnosno, prodaju prehrambenih proizvoda moguće je efikasno predvidjeti pomoću neuronskih mreža prikazanih u ovom radu.

4.3 Primjena dobivenih podataka za optimiziranje procesa proizvodnje

Cilj ovoga rada je ponuditi praktična rješenja za svakog gospodarskog subjekta na koga se dobiveni podaci odnose ili mogu biti primjenjivi. Potreba za ovakvom vrstom modela postoji od kada je poslovanja. Te je stoga poželjno da rezultati rada budu usmjereni na gospodarske subjekte. Rezultati koje neuronska mreža daje u pogledu predviđanja prodaje mogu biti osnova za daljnje usavršavanje proizvodnje u tako orijentiranim poduzećima. Međutim, trgovinska poduzeća također mogu imati koristi od neuronske mreže prilagođavajući distribucijske kanale predviđanjima prodaje za neka naredna razdoblja.

Mogućnosti su široke u pogledu predviđanja budućih trendova prodaje i samim time daje opciju podešavanja cijelog niza proizvodnih procesa u svrhu postizanja optimuma. Rezultati se mogu koristiti i kao ulazi u neku novu neuronsku mrežu koja bi dalje samostalno optimizirala ostatak proizvodnog ciklusa. jedan od načina

na koji je moguće iskoristiti neuronske mreže tako da pomoću kretanja trendova prodaje prilagođavamo zalihe i kretanje materijala pri čemu vodimo brigu o:

1. Sustav za upravljanje zalihama
2. Sustav za kontrolu proizvodnje i zaliha
3. Sustav za planiranje proizvodnih resursa[13]

U svrhu rješenja navedenih sustava koristi se sustav PPM. ³Ovaj sustav koristi se kod naručivanja materijala, odnosno kad je materijal potreban, ne prije i ne poslije. Dok na narudžbe materijala ne utječe prošla potražnja.

³Planiranje potreba materijala

5 ZAKLJUČAK

Navedeni primjer pokazuje da korištene metode vrlo dobro predviđaju buduće događaje, te je potrebno ovoj temi posvetiti u budućnosti više vremena budući da rezultati modela izravno utječu na poslovanje gospodarskih subjekata. Izrada modela sa neuronskom mrežom iz simulacijskog modela radi postizanja određenih performansi, a i novih mogućnosti analize podataka koje je bi inače tesko postigli, nije jednostavan zadatak. Mnogo je kriterija koje treba zadovoljiti i na koje treba obratiti pozornost. Brzina rada neuronske mreže čini je pogodnom za brze proračune u iznalaženju optimalnih uvjeta po različitim kriterijima koje možemo proizvoljno nametati. Upravo ta multikriterijalnost optimizacija je velika prednost koju nudi neuronska mreža. Velike mogućnosti neuronske mreže kao alata za provođenje najrazličitijih zadataka optimizacija čini ju za sada nezamjenjivom i pogodno za implementaciju u inteligentne sustave.[9]

Dobre strane ovoga pristupa su svakako brzina i efikasnost u rješavanju složenih problema. Period prilagodbe koji se sastoji u edukaciji dijela djelatnika koji će raditi s neuronskim mrežama i vremenu potrebnom da se neka mreža obuči na način da bude iskoristiva u radu kako s strukturiranim podacima tako i s djelomično strukturiranim ili nestrukturiranim podacima.

Iz svega je vidljivo da su neuronske mreže vrlo dobar alat za analizu podataka i u slučaju kada određeni podaci na ulazu nedostaju. Međutim, ništa nije savršeno, neuronske mreže zahtijevaju precizne i dobro strukturirane, obrađene podatke ukoliko želimo pouzdane izlaze iz neuronske mreže koje s velikom sigurnošću možemo koristiti. Kao i kod ostalih metoda i ovdje važi princip GIGO, ¹ pa iako nije potrebno znati sve detalje oko rada s neuronskim mrežama važno je naglasiti da bez kvalitetnog tumačenja izlaza iz neuronske mreže svaka daljnja primjena nema svoju svrhu u stvarnom svijetu.

¹Engl. garbage in-garbage out (smeće unutra - smeće van)

5.1 Utjecaj modela na poslovanje poduzeća

Sve gore navedeno govori o tome kako sustav možemo uobličiti i izraditi da bi mogao funkcionirati i dati rezultate shodno ulaznim podacima i postavljenim teorijskim okvirima. Međutim, nastojeći proširiti granice spoznaje o ovome problemu pokušati ćemo otići nešto dalje od teorijskih modela te nastojati pojasniti i praktične aspekte koje model može imati u svakodnevnom korištenju unutar gospodarskih subjekata. Razvoj i rast pojedinca pa tako dalje sve do gospodarstva ovisi ponajviše o načinu sticanja i usvajanja novih znanja i spoznaja. Sva istraživanja koja se bave ili su se bavila problemom gospodarskih društava ističu faktor usavršavanja kao ključan parametar u poboljšanju općeg društveno-ekonomskog stanja.

Jedan od mogućih načina usavršavanja postojećih proizvodnih ali i svih ostalih procesa u poduzeću je:

- brojčana analiza svakog odjela unutar poduzeća referirajući se na najvažnije pokazatelje koji se odnose na promatrani odjel
- organiziranje podataka svih cijelina u smislen skup ali i pojedinačno po odjelima
- kreirati i trenirati neuronsku mrežu za svaki skup podataka kao i za cjelinu

Kroz ova tri elementa razviti sustav na način da učenjem i poboljšavanjem neuronske mreže uči i samo poduzeće te kroz poboljšanje i unaprijeđenje neuronskih mreža raste produktivnost poduzeća a samim time i cijele sredine u kojoj egzistira.

Zahvala

Hvala svima koji su svojim savjetima doprinjeli izradi ovoga rada. Zahvaljujem se profesoru Brani Markiću na nesebičnoj i sveobuhvatnoj pomoći kod odabira i uobličavanja teme završnog rada pa sve do uputa za izradu i pomoći kod literature, kao i za svu potporu tijekom studiranja kao voditelj kolegija na smjeru informatički menadžment. Posebno se zahvaljujem obitelji na podršci kao i onim članovima koji su me poticali da ustrajem tijekom svih ovih godina.

Srdačan pozdrav

Popis slika:

1.1	<i>Umjetni neuron</i>	8
2.1	<i>Prikaz biološkog neurona</i>	16
2.2	Grafički prikaz algoritma učenja Back propagation - lokalni i globalni minimumi	18
2.3	Sigmoidna funkcija [9]	20
2.4	<i>Linearna funkcija</i> [9]	21
2.5	<i>Funkcija praga</i> [9]	21
2.6	Odstupanje stvarnog izlaza kroz iteracije.[6]	22
2.7	Shematski prikaz perceptrona[2]	25
2.8	<i>Višeslojna perceptronska mreža (MLP mreža).</i> [23]	27
2.9	RBF neuronska mreža	30
2.10	<i>Shematski prikaz učenja neuronske mreže primjenom algoritma učenja s učiteljem</i>	33
2.11	<i>Shematski prikaz učenja neuronske mreže primjenom algoritma učenja bez učiteljem</i>	34
2.12	Klasifikacija umjetnih neuronskih mreža	36
3.1	<i>Proces analize podataka pomoću neuronske mreže</i> [14]	38
3.2	<i>Shema pripreme podataka za analizu</i> [14]	39
3.3	<i>Kretanje cijena i prodajnih količina u promatranom periodu</i>	41
3.4	<i>Kretanje stvarne i predviđene količine</i>	42
3.5	<i>Izgled neuronske mreže, MATLAB neural network toolbox</i>	43
3.6	<i>Dijagram greške podataka koji se koriste za izradu neuronske mreže</i>	43
3.7	<i>Standardna greška regresije za promatranu neuronsku mrežu</i>	44
3.8	<i>Regresijska analiza, prikaz podataka za trening</i>	45
3.9	<i>Regresijska analiza, prikaz podataka za validaciju</i>	46
3.10	<i>Regresijska analiza, prikaz podataka za testiranje</i>	46
3.11	<i>Dijagram kretanja korelacije u zavisnosti od broja neurona i rasporeda uzorka za testiranje</i>	48
3.12	<i>Neuronska mreža s višeslojnom strukturom</i>	49
3.13	<i>Model neuronske mreže</i>	50
3.14	<i>Model informacijskog sustava za podršku odlučivanju Izvor: [16]</i>	58
3.15	<i>Mjesto i slijed ETL procesa u kreiranju koncepta poslovne inteligencije</i>	58
4.1	Prikaz uvodnog prozora Neural Network Fitting Tool-a.	62
4.2	Prikaz prozora za pojašnjenje aktivnosti rada odabrane opcije	63

4.3	Prikaz prozora za unos podataka za treniranje	64
4.4	Prikaz prozora za odabir podataka za validaciju i testiranje.	65
4.5	Prikaz prozora za odabir skrivenih slojeva mreže.	66
4.6	Prikaz prozora za početak treniranja mreže	67
4.7	Prikaz prozora za treniranje mreže	68
4.8	Prikaz prozora za evaluaciju mreže	69
4.9	Prikaz prozora za spremanje mreže	70
4.10	Prikaz standarnde greške regresije i korelacije	72

Popis tablica:

1.1	<i>Usporedba karakteristika paradigmi</i>	8
2.1	Podjela neuronskih mreža prema topologiji[4]	14
2.2	Najčešće korištene aktivacijske funkcije kod MLP neuronskih mreža	23
2.3	Najčešće korištene aktivacijske funkcije kod RBF neuronskih mreža	24
3.1	Chaddockova ljestvica	47
4.1	Prikaz ulaznih podataka za izradu neuronske mreže	61
4.2	<i>Prikaz podataka iz simulacije</i>	71

Bibliografija

- [1] Metode regresijske analize. prodaje-pli//<http://www.web.efzg.hr/dok/EP0/fgaletic/.../Metode%20regresijske%20analize.ppt>, note = Pristupano: 20.05.2014.
- [2] Neuronske mreze i genetički algoritmi u upravljanju sustavima. https://www.fer.unizg.hr/_download/repository/ISU_all.pdf/. Pristupano: sijecanj 2016.
- [3] Procesucenja. https://www.ieee.hr/_download/repository/02-ProcesUcenja-1s.pdf. Pristupano: sijecanj 2016.
- [4] Seminarski rad iz kolegija uvod u matematicke metode u inženjerstvu. http://matematika.fkit.hr/novo/izborni/referati/Popcevic_Varga_Zuvela_Neuronske_mreze.pdf/. Pristupano: sijecanj 2016.
- [5] Triple exponential smoothing,ist/sematech e-handbook of statistical methods. <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>. Pristupano: svibanj 2012.
- [6] Umjetne neuronske mreze. https://www.fer.hr/_download/repository/UmjetneNeuronskeMreze.pdf. Pristupano: studeni 2015.
- [7] *Neuronske mreze kao metod multivarijacione analize*. Studijski istrazivacki rad, Kragujevac, 2009.
- [8] J. Snajder. B. Dalbelo Basic, M. Cupic. *Umjetne neuronske mreze*. Zavod za elektorniku, mikroelektroniku i inteligentne sustave, Zagreb, 2008.
- [9] Ozren Bukovac. *Predvidjanje parametara rada brodskog dizelskog motora primjenom neuronskih mreza*. Doktorska disertacija, 2012.
- [10] Katarina Curko. *Skladiste podataka- sustav za potporu odlucivanju*. Informatologija.
- [11] S. Haykin. *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*. Pearson Education Inc, 1999.
- [12] N. Peric I. Petrovic, M. Baotic. *Inteligentni sustavi upravljanja: Neuronske mreze, evolucijski i genetički algoritmi (skripta)*. Fakultet elektrotehnike i racunarstva, 2011/2012.
- [13] Dino Krcelic. *Optimizacija procesa proizvodnje racunalnim alatom ARIS*. Sveuciliste u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, 2009.

- [14] Shouyang Wang Lean Yu and K.K. Lai. *An Integrated Data Preparation Scheme for Neural Network Data Analysis*. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering VOL. 18, NO. 2, 2006.
- [15] Kenan Mackic. *Primjena neuronskih mreza u fizici i informatici*. Sveuciliste u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet, fizički odsjek, 2009.
- [16] Franjo Maric. *Skladište podataka i aplikacija za potporu odlučivanju*.
- [17] Masters, T. (Academic Press). *Practical neural network recipes in c++*. Technical report, 1993.
- [18] Mihajlo Pavic. *Neuronske mreze za procjenu cijena nekretnina*. Technical report, Osijek, 2010.
- [19] Marko Pranjić. *Detekcija prometnih znakova u video sekvencama*. Sveučilište u Zagrebu, Fakultet elektrotehnike i računarstva, 2008.
- [20] P. Norving S. Russel. *Artificial Intelligence, a modern approach*. Prentice Hall, 2003.
- [21] Jelenka B. Savkovic-Stevanovic Stanko A. Zerajic. *Multiparametarska optimizacija kinetike bioprocesa*. Tehnološki fakultet Leskovac, Univerzitet u Nisu, Tehnološko-metalurški fakultet, Univerzitet u Beogradu, 2013.
- [22] Mladen Varga. *Skladište podataka*. Informatologija.
- [23] Marko Vincek. *Adaptivni neuronski regulator s referentnim modelom*. Diplomski rad, 2006.
- [24] P. R. Winters. *Forecasting Sales by Exponentially Weighted Moving Averages*. Management Science, 1960.
- [25] F. Zahedi. *Intelligent Systems for Business, Expert Systems With Neural Networks*.
- [26] M. Zekic-Susac. *Neuronske mreze u predviđanju profitabilnosti ulaganja*. Doktorska disertacija, 1999.

Kazalo pojmova

korolar dokazana propozicija koja slijedi direktno iz nekog prethodnog teorema