# Kvantitativna analiza dionica na hrvatskom tržištu kapitala primjenom MV i CAPM modela

**Strmota, Josip**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2016**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Split, Faculty of economics Split / Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:124:485897

*Rights / Prava:* In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-03-19**

*Repository / Repozitorij:*

REFST - Repository of Economics faculty in Split

zir.nsk.hr

UNIVERSITY OF SPLIT

dabar

DIGITALNI AKADEMSKI ARHIVI I REPOZITORIJI

**SVEUČILIŠTE U SPLITU**

**EKONOMSKI FAKULTET**

DIPLOMSKI RAD

# Kvantitativna analiza dionica na hrvatskom tržištu kapitala primjenom MV i CAPM modela

Mentor:

Prof.dr.sc. Zdravka Aljinović

Student:

Josip Strmota

Broj indeksa: 2131676

Split, rujan 2016. godine

# SADRŽAJ:

1. UVOD ..... 3
1.1.Problem istraživanja ..... 3
1.2. Predmet istraživanja ..... 5
1.3.Istraživačke hipoteze ..... 6
1.4.Ciljevi istraživanja ..... 6
1.5.Metode istraživanja ..... 7
1.6.Doprinos istraživanja ..... 7
1.7.Struktura i sadržaj diplomskog rada ..... 8
2. TRŽIŠTE KAPITALA ..... 9
2.1. Tržište kapitala ..... 9
2.1.1. Burze ..... 11
2.2 Tržište kapitala u RH ..... 12
2.2.1. Povijest tržišta kapitala u RH ..... 12
2.2.2. Zagrebačka burza ..... 13
2.3. Dionice ..... 14
2.4. Dionički porfelji ..... 15
3. Modeli optimizacije portfelja ..... 17
3.1. Markowitzev model optimizacije portfelja ..... 17
3.1.1. Teorijske postavke Markowitzevog modela ..... 17
3.1.2. Efikasna granica ..... 21
3.2. CAPM model ..... 24
3.2.1. β koeficijent ..... 26
4. KVANTITATIVNA ANALIZA DIONICA NA TRŽIŠTU KAPITALA U RH ..... 28
4.1. Karakteristike odabranih dionica ..... 28
4.2. Rezultati Markowitzevog i CAPM modela ..... 31
5. ZAKLJUČAK ..... 44
LITERATURA ..... 46
POPIS SLIKA ..... 48
POPIS TABLICA ..... 49
SAŽETAK ..... 49
SUMMARY ..... 51

# 1. UVOD

## 1.1. Problem istraživanja

Ljudi su oduvijek nastojali ulagati u one poslove koji će im donijeti zaradu. Međutim, ta zarada nikada nije u potpunosti sigurna i uvijek postoji neizvjesnost i rizik da će posao propasti. Ista je stvar i na tržištu kapitala. Svako ulaganje u vrijednosne papire donosi mogućnost zarade, ali također sa sobom nosi i rizik od gubitka.

Ukoliko investitor svjesno preuzima veći rizik, naravno da očekuje da mu je i potencijalni povrat na investiciju veći. Ljudi su svakodnevno suočeni s rizikom, te se gotovo na dnevnoj bazi u svakodnevnom životu provodi analiza rizik- korist. [1]

Investitori imaju različite preferencije prema riziku. Postoje oni koji su skloniji riziku (risk takers), koji su neskloni riziku(risk averse), te oni ljudi koji su indiferentni prema riziku (risk neutral).

Upravo odnos prinosa i rizika predmet je ekonomskih istraživanja. Gotovo čitavo stoljeće se mnogobrojna ekonomska istraživanja bave pitanjima upravljanja rizikom i optimizacije portfelja.[2]

Investitori već niz desetljeća pokušavaju pronaći odgovore na pitanja kako raspodijeliti svoja sredstva u različite mogućnosti ulaganja. Cilj je pronaći onu kombinaciju vrijednosnica koja će za danu razinu rizika maksimizirati prinos portfelja. Ukoliko je portfelj dobro oblikovan, tada njegov rizik može biti smanjen u odnosu na rizik koji nose pojedinačne dionice. Jedan od načina kako smanjiti rizik je ulaganje u različite vrijednosne papire, te vrijednosnice različitih poduzeća. Misao kojom se investitor vodi je "ne stavljati jaja u istu košaru" upravo radi smanjenja rizika.[3]

Portfelj će nositi manji rizik ukoliko je broj vrijednosnica koje sadržava veći. Također će i sektorska diverzifikacija portfelja, odnosno ulaganja u vrijednosnice poduzeća koje se bave različitim djelatnostima, doprinjeti reduciranju rizika portfelja. Negativna korelacija među vrijednosnicama će utjecati na smanjenje rizika portfelja iz razloga što se događaji u

[1] Bendeković, D. (2002.): Pristupi procjeni rizika i povrata kod ulaganja u obične dionice, Ekonomski pregled, str.2.
[2] Aljinović, Z., Marasović, B., Šego, B. (2008.): Financijsko modeliranje, Split, str.117.
[3] Bahovec, V., Škrinjarić, T. (2013.): Mogućnost optimizacije portfelja na Zagrebačkoj burzi uz pomoć odabranih metoda multivarijantne analize, Vol.64, No.1., str.4.

gospodarstvu neće na isti način odraziti na kretanje vrijednosti dionica na tržištu kapitala. Negativni prinos jedne dionice, istovremeno će biti popraćen pozitivnim prinosom druge dionice. Međusobna korelacija prinosa vrijednosnica značajno se razlikuje u turbulentnim u odnosu na mirna vremena. Tako je u mirnim vremenima međusobna korelacija među povratima vrijednosnica niska, a u turbulentnim vremenima visoka, pa je otežana diverzifikacija.[4]

Temelje modernoj teoriji portfelja postavio je 1952. godine Harry Max Markovitz. Dotadašnji pristup optimizaciji portfelja temeljio se na maksimizaciji očekivanog prinosa, što je vodilo prema rizičnom ulaganju novčanih sredstava u dionicu s najvećim očekivanim prinosom. Cilj modernog Markowitzevog upravljanja portfeljem je optimizacija odnosa očekivanog prinosa i pripadajućeg mu rizika.[5]

Osnovna Markowitzeva ideja je bila pronaći ravnotežu između rizika i prihoda, te izabrati onaj portfelj dionica koji donosi najveću moguću dobit uz najmanji mogući rizik tj. formiranje matematičkog modela za izbor portfelja koji donosi najveću stopu prihoda, ali na određenom stupnju rizika. Portfelj koji za zadanu stopu rizika ima najveću stopu prihoda, odnosno portfelj koji za zadanu stopu prihoda ima minimalan rizik, Markowitz je nazvao efikasnim portfeljom.[6]

Markowitzev MV (mean-variance) model je matematički okvir za formiranje portfelja vrijednosnica kod kojega se očekivani prinos maksimizira uz zadanu razinu rizika. Kod ovoga modela je ključno da se prinos i rizik ne procjenjuju za svaku vrijednosnicu posebno, već se procjenjuje koliko svaka vrijednosnica doprinosi prosječnom riziku i prinosu portfelja. [7]

Unatoč pozitivnim promjenama na Zagrebačkoj burzi u proteklom desetljeću i dalje je prisutna visoka nelikvidnost tržišta. Ona se očituje u nedostatku visine i stabilnosti dnevnog prometa, visokoj volatilnosti cijene dionica, brojnim nelikvidnim vrijednosnicama te mogućnosti utjecaja na cijenu u velikim transakcijama. [8]

[4] Kunovac, D. (2010.): Asimetrične korelacije na tržištu kapitala u Hrvatskoj, Odabrani prijevod br. 7/17, Institut za javne financije, str. 2.
[5] Aljinović, Z., Marasović, B. (2006.): Matematički modeli u financijskom upravljanju, Split:Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, str. 1.
[6] Aljinović, Z., Marasvić, B., Šego, B. (2008.): Financijsko modeliranje, Split: Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, str. 133-134.
[7] https://en.wikipedia.org/wiki/Modern_portfolio_theory (14.05.2016)
[8] Benić V., Franić, I. (2008.): Komparativna analiza likvidnosti tržišta kapitala Hrvatske i zemalja regije, Financijska teorija i praksa 32 (4), str. 498.

Istraživanje koje su proveli Benić i Franić (2008.), pokazuje da je tržište kapitala u Hrvatskoj s obzirom na likvidnost u rangu tržišta kapitala u Sloveniji, a likvidnije od tržišta kapitala u Srbiji i Bugarskoj. Međutim, znatno je nelikvidnije od njemačkog, poljskog i mađarskog. Investitori na tržištima promatranih tranzicijskih zemalja ne mogu se pouzdati da će se velike transakcije provesti bez znatnije promjene cijena. Stoga nelikvidnost sprječava veći dotok kapitala, te na taj način onemogućuje razvoj tržišta. Nelikvidnost tržišta očituje se u značajnim promjenama cijena dionica, što je sa stajališta transakcijskih troškova velik rizik za investitore.

CAPM model (Capital Asset Pricing Model) je od svog nastanka 60-tih godina prošlog stoljeća predmet teorijskih i empirijskih rasprava. To je razvijena ekonomska teorija koja prikazuje odnos između rizika i očekivanog prinosa i predstavlja model vrednovanja pojedinačnih aktiva, u koju spadaju i vrijednosni papiri na tržištu kapitala. Ključni element ovoga ekonomskog modela je beta koeficijent. Beta koeficijent izražava rizik dionice u odnosu na tržišni rizik.[9]

Fruk i Huljak (2004.) u svom radu zaključuju da investitori moraju biti oprezni koriste li se beta koeficijentom pri donošenju odluka o ulaganju u pojedine dionice, te da postoji pozitivna veza između prinosa i beta koeficijenta. Ostaje otvoreno pitanje, mogu li se beta koeficijenti koristiti prilikom donošenja odluke o ulaganju.

### 1.2. Predmet istraživanja

Predmet ovog istraživanja je kvantitativna analiza dionica na hrvatskom tržištu kapitala primjenom MV (mean variance) modela i CAPM modela. Pokušat će se otkriti daje li Markowitzev model dobar uvid u situaciju na tržištu kapitala, unatoč neispunjenim pretpostavkama o tržišnoj savršenosti (visoka likvidnost, normalna distribucija cijena), te je li beta koeficijent dobar indikator sustavnog rizika na tržištu u razvoju, poput hrvatskog.

Ispitivanje će se provesti na dionicama 15 najvećih poduzeća koja kotiraju na Zagrebačkoj burzi. Za izračun se uzimaju u obzir tjedne cijene u zadnja 24 mjeseca, a kod izračuna beta koeficijenta se uzimaju u obzir dvotjedne cijene dionica u posljednja 24 mjeseca.

[9] Radović, M., Vasiljević, A. (2012.): Stabilnost beta koeficijenta za najlikvidnije dionice na tržištu kapitala u Srbiji u periodu 2006.-2011. godina, Ekonomske teme, Sveučilište u Nišu, Ekonomski fakultet Niš, str. 416-418.

Na temelju tih podataka, ispitat ćemo normalnost distribucije , protumačiti vrijednost 3. i 4. momenta, formirati efikasnu granicu te izračunati betu i protumačiti je.

### 1.3. Istraživačke hipoteze

Na temelju definiranog problema i predmeta istraživanja, postavljaju se glavne istraživačke hipoteze.

- Unatoč neispunjenim pretpostavkama Markowitzevog modela, taj model može dati korisne informacije o odnosu prinosa i rizika na hrvatskom tržištu kapitala
- Beta (β) unatoč kritikama, daje korisne informacije vezane za hrvatsko tržište kapitala (beta je dobar indikator sustavnog rizika na hrvatskom tržištu kapitala)

### 1.4. Ciljevi istraživanja

Na temelju postavljenog problema i predmeta istraživanja, te istraživačkih hipoteza navest će se i ciljevi istraživanja.

U radu će se pojasniti Markovitzev (mean-variance) model i CAPM model.

Istražit će se da li se modeli koji su nastali na razvijenim tržištima kapitala, poput tržišta kapitala u SAD-u, mogu koristiti za analizu stanja na tržištu kapitala u Hrvatskoj. Hrvatsko tržište kapitala je u posljednjih desetak godina doživjelo ekspanziju, međutim i dalje su neispunjene određene pretpostavke, koje moraju biti ispunjene da bi određeni ekonomski modeli prikazali stanje na tržištu kapitala.

U ovom radu ćemo testirati Markowitzev model i CAPM model na tržištu kapitala u Hrvatskoj, te će se istražiti mogu li se ovi modeli koristiti prilikom donošenja odluke o formiranju portfelja na hrvatskom tržištu kapitala.

## 1.5. Metode istraživanja

U svrhu istraživanja koristit će se odgovarajuća stručna literatura, te će se koristiti podaci sa Zagrebačke burze. Koristit će se induktivna metoda kod koje opći zaključak nastaje na temelju pojedinačnih ili posebnih činjenica. Također i deduktivna metoda uz pomoć koje se iz općih stavova dolazi do pojedinačnih stavova, metoda sinteze koja je jedna od osnovnih metoda spoznaje, a predstavlja spajanje jednostavnijih misli u složene, metoda analize koja predstavlja raščlanjivanje složenih cjelina na jednostavnije.

Koristit će se i metoda deskripcije koja predstavlja opisivanje činjenica u teoretskom ili empirijskom dijelu rada, također i metoda dokazivanja i opovrgavanja koja se koristi kod dokazivanja točnosti postavljenih hipoteza, te komparativna metoda kojom će se pojedini pojmovi uspoređivati kako bi se utvrdile njihove sličnosti i razlike.

U empirijskom dijelu rada koristit će se matematičko-statističke metode s ciljem prihvaćanja ili odbacivanja postavljenih istraživačkih hipoteza korištenjem MS Excela.

## 1.6. Doprinos istraživanja

Ovaj rad će pokušati pružiti razumljiviji uvid u funkcioniranje tržišta kapitala, te složenost predviđanja određenih kretanja na takvom tržištu.

Pokušat će se donijeti zaključak o tome mogu li investitori na hrvatskom tržištu kapitala koristiti Markowitzev model i CAPM model za donošenje odluka o financiranju.

Unatoč tome što ovi ekonomski modeli spadaju u osnovne analitičke modele na tržištima kapitala, te su razvijeni relativno davno, na tranzicijskom tržištu poput hrvatskog još nisu ispunjeni svi kriteriji na temelju kojih bismo sa sigurnošću mogli reći da će određeni ekonomski model dati pravi uvid u situaciju na tržištu kapitala.

Nakon globalne ekonomske krize koja je pogodila i tranzicijska tržišta, polagano je zadnjih godina i na tranzicijskim tržištima došlo do perioda konsolidacije. Bit će zanimljivo istražiti je li takva situacija stvorila povoljnije uvjete za primjenu Markovitzeva modela i CAPM modela, sa njegovim pokazateljem sustavnog rizika, betom.

### 1.7. Struktura i sadržaj diplomskog rada

Rad se uključujući uvod i zaključak sastoji od pet uzajamno povezanih cjelina.

U prvom poglavlju rada objasnit će se koji je problem istraživanja, predmet istraživanja, koje su hipoteze koje će se braniti u radu, metode istraživanja koje će se koristiti u radu, koji su ciljevi istraživanja, te će se ukratko prikazati doprinos rada.

U drugom poglavlju objasnit će se pojam tržišta kapitala te opisati trenutna situacija na tržištu kapitala u zemlji i inozemstvu. Također, objasnit će se pojam dionica i dioničkog portfelja.

U trećem poglavlju navest će se teorijske postavke Markowitzevog modela, te će se objasniti efikasna granica i CAPM model.

U četvrtom dijelu koji je ujedno i središnji dio rada, prikazat će se karakteristike odabranih dionica, te će se istražiti mogućnost, da se unatoč tržišnim nesavršenostima na hrvatskom tržištu kapitala, primjeni Markowitzev i CAPM model.

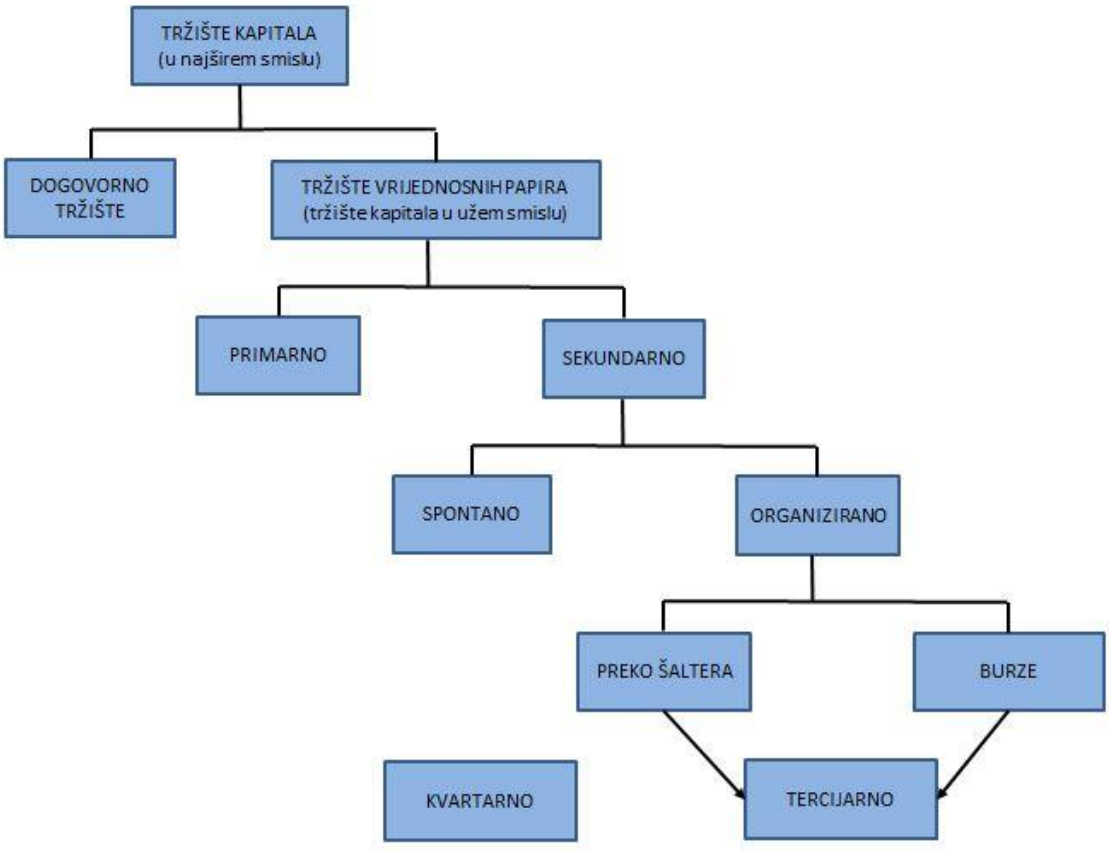
U zaključku će se navesti rezultati istraživanja na temelju primjene ekonomskih modela (Markowitz i CAPM), te će se postavljene hipoteze ili prihvatiti ili odbaciti.

# 2. TRŽIŠTE KAPITALA

## 2.1. Tržište kapitala

Tržište se stvara pojavom ponude i potražnje za određenim dobrima na određenom mjestu u određeno vrijeme. Isto je i sa financijskim instrumentima, što znači da ponuda i potražnja za njima oblikuje tržište kapitala. Na tržištu kapitala trguje se dugoročnim vrijednosnim papirima (rok dospijeća duži od jedne godine), te je on sastavni dio financijskog tržišta.

Ono u širem smislu obuhvaća i dogovorno tržište dugoročnih kredita i financiranja rizičnih poslova.




**Slika 1:Struktura tržišta kapitala**

Izvor:Orsag S., Dedi L. (2014): Tržište kapitala, Alka script d.o.o., Zagreb, str 21.

Kako je vidljivo na slici 1, tržište kapitala se u najširem smislu dijeli na dogovorno tržište kredita i glavnice, te tržište dugoročnih vrijednosnih papira, koje je ustvari tržište kapitala u užem smislu.

Tržište vrijednosnih papira može biti primarno i sekundarno. Susreti ponude i potražnje na tržištu kapitala, mogu se događati spontano i organizirano. U slučaju organiziranog spajanja ponude i potražnje, pojavljuju se institucije tržišta kapitala.

Organizirano tržište se nadalje dijeli na burze, kojima ćemo se najdublje pozabaviti u teorijskom dijelu rada, te trgovanje preko šaltera.

Što se tiče tercijarnog tržišta kapitala, ono je spona između dilerskih šaltera i organiziranog trgovanja na burzi. Ova vrsta trgovanja je posebno razvijena u SAD-u gdje se posredstvom dilerskih šaltera odvija kupnja i prodaja vrijednosnih papira uvrštenih na burzu.

Kvartarno tržište kapitala je kupoprodaja vrijednosnih papira od strane velikih institucionalnih investitora, koji trguju velikim blokovima vrijednosnica, a glavna mu je prednost smanjenje transakcijskih troškova, te spriječavanje utjecaja na cijene tih vrijednosnica zbog velikih transakcija. [10]

Glavni cilj tržišta kapitala je izvući sredstva od suficitarnih jedinica gospodarstva, te ih preusmjeriti ka deficitarnim jedinicama gospodarstva.

Funkcije tržišta kapitala su:

- Mobilizacija sredstava (mobiliziranje decentralizirane štednje u privredne svrhe): suficitarni subjekti preraspodjeljuju svoja sredstva prema deficitarnim jedinicama, te za taj transfer dobivaju adekvatnu kompenzaciju (dividenda, kamata, kapitalna dobit...)
- Transfer sredstava: tržište kapitala je na neki način kanal,kojim se ta sredstva suficitarnih subjekata, usmjeravaju ka deficitaranim subjektima tj. tržište akumulira sredstva suficitarnih jedinica gospodarstva i alocira ih prema deficitarnim jedinicama gospodarstva.
- Signalna funkcija: tržište kapitala prvo reagira na potrese u financijskom sektoru, te na taj način omogućuje monetarnim vlastima, da na vrijeme uoče anomalije i probleme u financijskom sektoru.

[10]Orsag S., Dedi L. (2014): Tržište kapitala, Alka script d.o.o., Zagreb, str.19.-23.

- Tržišno vrednovanje poduzeća: izlistavanjem (kotacijom) poduzeća na burzi oblikuje se ponuda i potražnja za njegovim vrijednosnicama i na taj način se dobiva uvid u samu tržišnu vrijednost poduzeća.
- Održavanje likvidnosti: poboljšanje likvidnosti kroz brzu transformaciju financijskih instrumenata u likvidnu imovinu. Što je financijska imovina likvidnija, za njom će postojati veća potražnja tj.veća je vjerojatnost da će vrijednosnica biti kupljena.
- Razvoj „mladih poduzeća“: pomoć onim poduzećima koja se ne mogu lako financirati preko kredita**.**

### 2.1.1. Burze

Burza je najpoznatiji i najatraktivniji dio tržišta kapitala, na kojem se trguje dionicama poduzeća koja kotiraju na burzi. Ta poduzeća moraju zadovoljiti stroge zahtjeve koji su pred njih postavljeni, kao što je objava periodičnih financijskih izvještaja potvrđena od nadležnih neovisnih revizora.

Na burzama se trguje dionicama, izvedenicama, obveznicama, a također i sa robom opće namjene.

Kupoprodajne radnje na burzi obavljaju ovlašteni posrednici, odnosno brokeri (burzovni mešetari) što znači da gospodarski subjekt na burzi može kupovati i prodavati vrijednosne papire samo neizravno preko ovlaštenog posrednika tj. brokera.

Svi se vrijednosni papiri uvršteni na burzu moraju pohraniti u klirinškoj kući, čime se omogućava dematerijalizacija vrijednosnih papira i njihov prijenos isključivo u knjigama. To znači da je klirinška kuća na burzi depozitariji vrijednosnih papira i ona daje sigurnost trgovanju na burzi. Također obavlja funkcije namire transakcija i prijeboja na burzi.

Svi sudionici na burzi moraju imati otvorene račune kod klirinške kuće preko kojih će se obavljati promet vrijednosnim papirima.[11]

Postoje četiri vrste sudionika na burzi. To su osobe koje svojim fizičkim ili tehničkim prisustvom preko naloga, sudjeluju u trgovanju, a to su:

[11]Orsag S., Dedi L. (2014): Tržište kapitala, Alka script d.o.o., Zagreb, str 21.

- Ulagači: osobe koje daju nalog brokerima da na burzi vrše operacije u njihovo ime i za njihov račun
- Brokeri: osobe koje proslijeđuju nalog za kupnju vrijednosnih papira brokeru na parketu
- Broker na parketu: neovisni član burze koji po nalogu ostalih brokera može izvršiti kupoprodaju vrijednosnih papira
- Specijalisti: vodi trgovanje dionicama na način da ispred sebe ima brokerski terminal na kojem se nalaze sve informacije o ponudi i potražnji vrijednosnica po određenoj razini cijene.

## 2.2 Tržište kapitala u RH

### 2.2.1. Povijest tržišta kapitala u RH

Hrvatsko tržište kapitala je nakon svog osnivanja dugo bilo nerazvijeno, jer nije ispunjavalo svoje osnovne funkcije. Može se reći da je u početku tržište kapitala u Republici Hrvatskoj postojalo samo formalno.

Razlog neispunjenju osnovnih funkcija tržišta kapitala je bio nedovoljan broj dionica koje su bile zanimljive kupcima, te nedovoljan broj zainteresiranih investitora. Zbog tih razloga nije došlo do povezivanja ponude i potražnje za vrijednosnim papirima.

Ono što je najviše kočilo razvoj tržišta kapitala je bila netransparentnost poslovanja poduzeća, mali broj dionica i njihova nelikvidnost (broj dana netrgovanja koji je za velik broj dionica bio velik). Naravno, to je bila očekivana pojava u novoj demokraciji i na tržištu kapitala, koje je bilo tek u povojima. Uključivanjem takvih dionica u portfelj nije se mogla postići zadovoljavajuća diverzifikacija, tj. smanjenje razine rizika portfelja kojem je investitor izložen, stoga se ovim dionicama trgovalo u špekulativne svrhe.

Zakon o tržištu vrijednosnih papira, koji je stupio na snagu 25. srpnja 2002.godine, značajno je promijenio situaciju na tržištu kapitala u RH. Razlog tome su odredbe ovoga zakona, koje su prisilile poduzeća da ispune uvjete kotacije na burzi, a što je značilo povećanje transparentnosti poslovanja. Također, povećala se i ponuda dionica na burzi, počeli su ulaziti

na tržište veliki insitucionalni investitori ( banke, osiguravajuća društva, mirovinski fondovi, investicijski fondovi...), što je značajno povećalo potražnju za dionicama na tržištu kapitala.

Sve zajedno, dovelo je do porasta prometa, tržišne kapitalizacije, broja tansakcija, burzovnih indeksa i cijene dionica na burzama.[12]

Krajem 2004. godine i početkom 2005.godine, hrvatsko tržište kapitala je doživjelo značajan rast, koji je bio uzrokovan ulaskom stranog visokošpekulativnog kapitala, ali taj trend se nastavio kroz cijelu 2005. godinu, a razlog nastavka tog trenda je bio početak pregovora Republike Hrvatske sa Europskom Unijom i početak približavanja euroatlantskim integracijama. [13]

### 2.2.2. Zagrebačka burza

Zagrebačka burza osnovana je 1991.godine, kao vladina neprofitna organizacija, od strane 25 poslovnih banaka i osiguravajućih društava, te je na taj način nastavljena tradicija Zagrebačke burze za robu i vrednote .

Zagrebačka burza, kao i svako dioničko društvo ima svoj nadzorni odbor, koji se sastoji od devet članova, od kojih jedan obavlja funkciju predsjednika, a jedan dužnost zamjenika predsjednika Nadzornog odbora, kojega bira Glavna skupština, na period od četiri godine. Odluke se donose većinom glasova članova Uprave, a ukoliko je odluka podijeljena, odlučuje glas predsjednika Uprave. Uprava se sastoji od najviše tri člana (direktora).

CROBEX je službeni indeks Zagrebačke burze kojega čine dionice najznačajnijih, tj. najuspješnijih poduzeća, koja kotiraju na burzi. Burza ga je počela objavljivati 1. rujna 1997.godine.

Glavni uvjet za uključivanje dionica u CROBEX:

- U obzir dolaze samo one dionice, kojima se trgovalo više od 90% trgovinskih dana u promatranom šestomjesečnom periodu.

[12] Jakšić, S. (2007.): Primjena Markowitzeve teorije na tržište dionica Zagrebačke burze, Zbornik Ekonomskog fakulteta u Zagrebu, Vol. 5, No.1, pp.332.-333.str

[13] Aljinović Z., Marasović B. (2006.): Matematički modeli u financijskom upravljanju, Split: Sveučilište i Splitu, Ekonomski fakultet Split,str 1.

Rang dionica, koje zadovoljavaju glavni uvjet broja dana trgovanja, određuje se na osnovu dva kriterija:

- Udjel u „free float“ tržišnoj kapitalizaciji
- Udjel u prometu ostvarenom unutar knjige ponuda u šestomjesečnom razdoblju koje prethodi reviziji

Svakom od navedenih kriterija, pripisuje se težina 50%, te se izračuna srednjak udjela, odnosno vagani tržišni udjel. U sastav indeksa CROBEX®, ulazi 25 dionica s najvećim srednjakom udjela.

### 2.3. Dionice

Dionice su dugoročni vlasnički vrijednosni papir, koji pokazuje udio u vlasništvu kompanije izdavatelja tog vrijednosnog papira, a ovisi o broju dionica koji je emitiran.

Razlozi emisije dionica su:

- Osnivanje novog društva
- Povećanje temeljnog kapitala
- Zamjena postojećih dionica bez učinka na kapital
- Emitiranje novih dionica umjesto isplate dividendi
- Zamjena obveznica za dionice
- Spajanje i pereuzimanje drugih društava
- Transformacija drugih tipova poduzeća u dionička društva

Glavna podjela dionica je na:

- Redovne ili obične dionice: daju svom vlasniku sva vlasnička prava u kompaniji, a to su pravo na neredovitu i promjenjivu dividendu, pravo glasa na skupštini, udio u stečajnoj masi nakon svih itd.
  Vlasnici ovih dionica su pravi vlasnici dioničkog društva koji u potpunosti ostvaruju sva vlasnička prava i u konačnici snose najveći dio rizika u poslovanju dioničkog društva.

- Preferencijalne ili povlaštene dionice: hibridni vrijednosni papiri ( imaju obilježja obične dionice i obveznice), koji imaju povlašten položaj u odnosu na redovne ili obične dionice. One su slične obveznicama najviše po tome, što daju stabilnu i redovnu dividendu, što je slično kamatama na obveznice.

  Međutim, za razliku od kamata, dividende se ne moraju isplatiti. Neke preferencijalne dionice imaju kumulativno pravo na neisplaćene dividende, što znači da se neisplaćene dividende prenose u sljedeće obračunsko razdoblje i moraju se isplatiti, te njihova isplata ima pravo prioriteta u odnosu na ostale dividende. Preferencijalne dionice ne daju pravo glasa.[14]

## 2.4. Dionički porfelji

Portfelj (portfolio) predstavlja skup financijske imovine pojedinca, sastavljen od različitih financijskih instrumenata (vrijednosnih papira). Glavni razlog njegova sastavljanja jest ostvarivanje određenih financijskih rezultata, uz prihvatljivu razinu rizika.

Dionički portfelj se stvara ulaganjem u dionice različitih poduzeća, a iz razloga da bi se smanjila izloženost riziku od gubitaka po ulaganju, tj. kako bi se izloženost riziku od gubitaka svela na najmanju moguću mjeru.

Poželjno je da diversifikacija vrijednosnica, u ovom slučaju dionica, bude sektorska, tj. da dionice koje čine portfelj, budu dionice poduzeća koja djeluju u različitim sektorima, te da dionice imaju negativnu korelaciju. Razlog tome jest ograđivanje od situacije da određeni potresi u gospodarstvu djeluju jednako štetno na cijeli portfelj.

Portfolio analiza je usmjerena na pronalazak optimalne kombinacije dionica, koje će činiti portfelj. Glavna dva parametra koja ulaze u analizu su: očekivani prinos i rizik ulaganja u dionice.

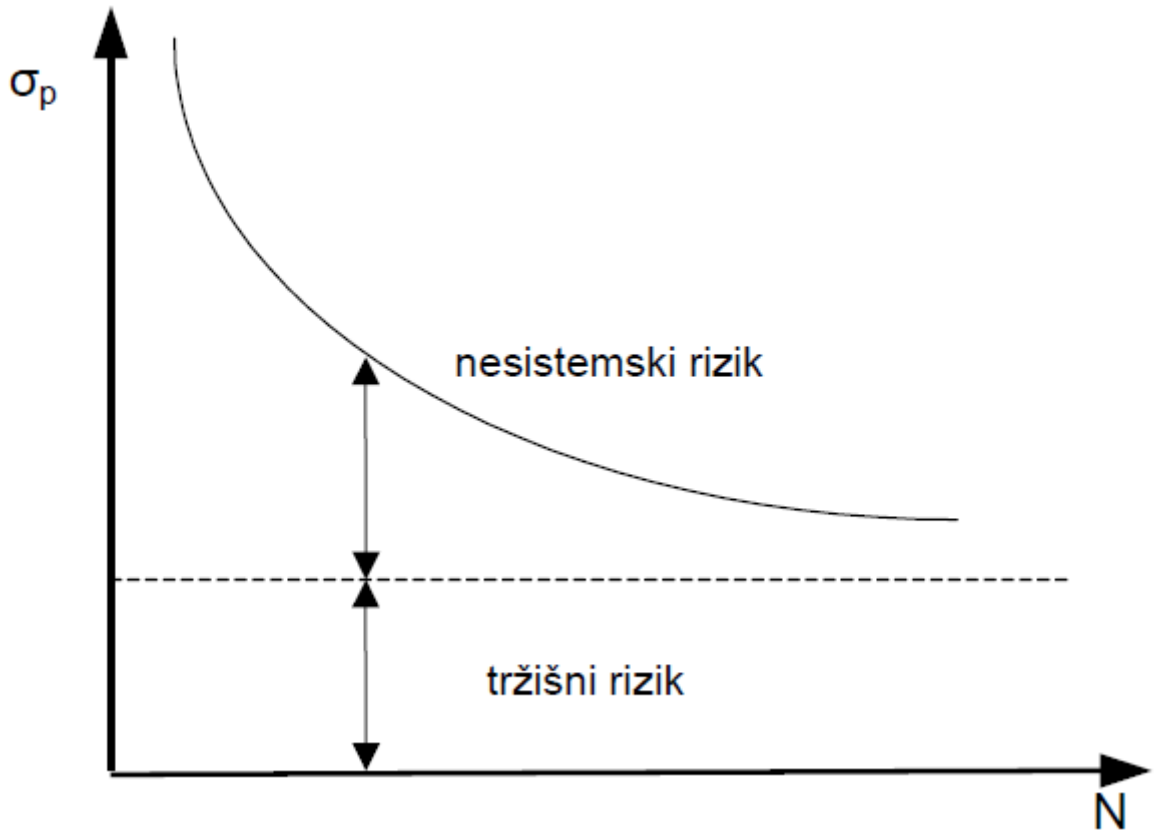
Rizik možemo definirati kao neizvjesnost budućeg ishoda. Pri donošenju odluke o broju dionica koje će činiti portfelj, ono što je najvažnije nije rizik same dionice, već kako rizik dionice doprinosi riziku portfelja. Investitoru je cilj, da sa povećanjem broja dionica u portfelju, smanji rizičnost portfelja.

[14]Izvor:Orsag S., Dedi L. (2014): Tržište kapitala, Alka script d.o.o., Zagreb, str 69.-75.

Ukupni rizik dionice možemo podijeliti na dvije komponente (slika 2):

- Sistemski (tržišni)
- Nesistemski (specifični) – rizik tvrtke

Nesistemski rizik, odnosno rizik tvrtke možemo umanjiti ili eliminirati diverzifikacijom, tj. ulaganjem u dionice poduzeća, koja djeluju u različitim gospodarskim granama. Međutim, diverzifikacijom ne možemo otkloniti tržišni rizik i stoga je za dobro diverzificirani portfelj tržišni rizik, jedini bitan rizik.




**Slika 2:Tržišni i nesistemski rizik**

Izvor: Jakšić, S. (2007.): Primjena Markowitzeve teorije na tržište dionica Zagrebačke burze, Zbornik Ekonomskog fakulteta u Zagrebu, Vol. 5, No.1, pp. 334.str.

# 3. Modeli optimizacije portfelja

## 3.1. Markowitzev model optimizacije portfelja

### 3.1.1. Teorijske postavke Markowitzevog modela

Markowitzev model nastoji pronaći onu kombinaciju vrijednosnica, koja će uz danu razinu rizika, investitoru omogućiti ostvarivanje maksimalnog prinosa portfelja. To se postiže pronalaskom onih portfelja koji se nalaze na efikasnoj granici.
Posebno je naglašena diverzifikacija portfelja, kojom je moguće smanjiti rizik cjelokupnog portfelja, u odnosu na rizike vrijednosnica od kojih je portfelj sastavljen.
Moderna teorija portfelja i njene sastavnice, nastale u drugoj polovici 20. st. donijele su veliku prekretnicu u znanstvenom i investicijskom svijetu.

Interes za diverzifikacijom portfelja pojavljuje se nastankom moderne teorije portfelja kada je H. Markowitz pokazao da se rizik pažljivo oblikovanog portfelja može reducirati, u odnosu na rizike vrijednosnica koje taj portfelj čine. Ključ uspješne diverzifikacije jest u međusobnoj povezanosti dionica koje čine odabrani portfelj, tj. u kovarijanci njihovih prinosa.[15]

Osnovne pretpostavke Markowitzeva modela:

- Prinosi na dionice imaju normalnu distribuciju
- Investitori žele maksimizirati svoju ekonomsku korisnost
- Investitori su racionalni i imaju averziju prema rizku (neskloni su riziku)
- Investitori raspolažu svim adekvatnim i raspoloživim informacijama potrebnima za donošenje investicijske odluke
- Nema transakcijskih i poreznih troškova
- Pri oblikovanju portfelja važna je isključivo međusobna interakcija vrijednosnica, a ne njihove individualne karakteristike[16]

[15]Bahovec, V., Škrinjarić, T. (2013.): Mogućnost optimizacije portfelja na Zagrebačkoj burzi uz pomoć odabranih metoda multivarijantne analize, Vol.64, No.1., str.5.
[16]Jerončić, M., Aljinović, Z. (2011.): Formiranje optimalnog portfelja pomoću Markowitzevog modela uz sektorsku podjelu kompanija, Ekonomski pregled, Vol 62, No. 9-10, 585.str.

U nastavku prikazujemo ideju i rezultate Markowitzeva modela.

Cijene vrijednosnice u trenutku $t$ =0 i trenutku t=T određuju prinos i-te vrijednosnice $R_i$ , u trenutku t=T.

Prinosi na svaku dionicu $i$ u vremenskom razdoblju $t$ izračunati su kao kontinuirani prinosi formulom:

$$R_i = ln\left(\frac{P_i(T)}{P_i(0)}\right) \quad (1)$$

Pri čemu $R_i$ predstavlja prinos na dionicu, $P_i$ je cijena dionice $i$ u trenutku T, a $ln$ prirodni logaritam.

Diskretno ukamaćeni prinos je prikazan formulom:

$$R_i = \frac{[P_i(T) - P_i(0)]}{P_i(0)} \quad (2)$$

Ukoliko se u promatranom vremenskom razdoblju isplaćuje dividenda, tada se u brojnik gornjih formula dodaje vrijednost isplaćene dividende.

Prinos koji je izračunat kontinuiranim ukamaćivanjem, uvijek je manji od prinosa koji je izračunat diskretnim ukamaćivanjem, ali razlika je najčešće jako mala. Međutim, kada podaci o prinosima za periode iz prošlosti određuju očekivane prinose u budućnosti, tada je složeni kontinuirani prinos prikladnija mjera prinosa u odnosu na složeni diskretni prinos.

Sa $\pi_i$ možemo označiti dio početnog uloga nekog investitora u vrijendosnicu $_i$ u trenutku $t$=0, tj.

$$\pi_i = \frac{\psi_i P_i(0)}{x} \quad (3)$$

gdje je $\Psi_i$ broj i-tih vrijednosnica kupljenih u trenutku t=0.

Suma svih početnih uloga u vrijednosnice portfelja, mora biti 1 tj. 100%.

$$\sum_{i=1}^{n} \pi_i = 1 \quad (4)$$

Ukupni prinos ili prinos portfelja u trenutku t=T, ovisit će o izboru vektora portfelja π, na početku promatranog razdoblja.

Prinos portfelja se dobiva formulom:

$$R^{\pi} = \frac{x^{\pi}(T) - x}{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \psi_i P_i(T) - x}{x} \quad (5)$$

Gdje je Xπ (T), ukupna novčana masa koja se dobije prodajom dionice u trenutku T.

Prinos portfelja se u diskretnom slučaju računa prema slijedećoj formuli:

$$R^{\pi} = \sum_{i=1}^{n} \pi_i R_i \quad (6)$$

što dokazujemo slijedećim postupkom:

$$R^{\pi} = \frac{X^{\pi}(T)}{x} - 1 = \sum_{i=1}^{n} \frac{\psi_i P_i(T)}{x} - \sum_{i=1}^{n} \frac{\psi_i P_i(0)}{x} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\psi_i P_i(0)}{x} x \left[\frac{P_i(T)}{P_i(0)} - 1\right] = \sum_{i=1}^{n} \pi_i R_i \quad (7)$$

Iz ove relacije, uočavamo da je prinos portfelja vagani zbroj prinosa pojedinačnih vrijednosnih papira, pri čemu je bitno naglasiti, da ponekad udjeli $\pi_i$, mogu poprimiti i negativne vrijednosti. To je u praksi poznato pod pojmom kratke prodaje (short sale). Ona predstavlja jednu vrstu trgovine na financijskom tržištu, ali na Zagrebačkoj burzi nije dozvoljena.

Rizik ulaganja u pojedinu vrijednosnicu, Markowitz kvantificira varijancom prinosa *Var* ($R_i$) tog istog portfelja, koja se definira formulom:

$$Var(R^{\pi}) = E\{[R^{\pi} - E(R^{\pi})]^2\} = E[(R^{\pi})^2] - [E(R^{\pi})]^2 \quad (8)$$

Gdje je E(X) – očekivana vrijednost.

Raščlanjivanjem ove formule možemo dobiti da je:

$$Var(R^{\pi}) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \pi_i \sigma_{ij} \pi_j, \quad (9)$$

$$\sigma_{ij} = Cov(R_i, R_j) = E(R_i R_j) - E(R_i)E(R_j), i, j \in \{1,2, \dots, n\}. \quad (10)$$

Očekivani prinosi svih vrijednosnica, koje smo prethodno izračunali, te varijance i kovarijance prinosa vrijednosnica, predstavljaju ulazne podatke za Markowitzev model.
Pri oblikovanju portfelja, ulagač prema Markowitzevom modelu, može birati između dva načina.
Prvi način je da investitor odredi donju granicu prinosa i tada se iz skupa mogućih portfelja, izabere onaj portfelj, koji ima minimalnu varijancu, tj. koji ima minimalan rizik.
Drugi način je da ulagač odredi gornju granicu prihvatljivog rizika i onda iz mogućeg skupa portfelja odabire onaj koji maksimizira prinos. [17]

Matematički bi se to moglo prikazati na sljedeća dva načina :

A)

$$\begin{aligned} &Min\, Var(R^n);\ \pi \in R^n \\ &E(R^{\pi}) \geq c_1 \\ &\sum_{i=1}^{n} \pi_i = 1 \end{aligned} \quad (11)$$

B)

$$\begin{aligned} &Max\, E(R^n) \\ &Var(R^n) \leq c_2 \\ &\sum_{i=1}^{n} \pi_i = 1 \end{aligned} \quad (12)$$

[17] Aljinović Z., Marasović B. (2006.): Matematički modeli u financijskom upravljanju, Split: Sveučilište i Splitu, Ekonomski fakultet Split,str 13.

Uz uvjet da je $\pi_i \geq 0$ kada nije dozvoljena kratka prodaja.
Nepoznate varijable su udjeli pojedinih dionica u portfelju $\pi_i$ , odnosno vektor portfelja $\pi$, kojemu su $\pi_i$ komponente.

Glavno pitanje koje investitor postavlja, jest koliki mora biti udio svake dionice u portfelju, da bi rizik portfelja bio minimalan, uz razinu prinosa, ne nižu od one koju si je investitor zadao (constanta c1), odnosno koliki mora biti udio svake pojedine dionice u portfelju, da bi prinos portfelja bio maksimalan, uz rizik koji nije veći od unaprijed postavljenog od strane investitora (constanta c2).

### 3.1.2. Efikasna granica

Svaki portfelj je po Markowitzu okarakteriziran svojim prinosom (očekivanim prinosom) i svojim rizikom (varijancom prinosa). Iz toga razloga se svaki portfelj može prikazati točkom u koordinatnoj ravnini, u kojoj apscisa predstavlja rizik, a ordinata stupanj očekivane stope prinosa.
Uobičajeno je da se umjesto varijance na osi apscisa, kao mjera rizika nalazi standardna devijacija.[18]
Odabiremo N različitih vrijednosnica, od kojih svaka ima svoj očekivani prinos E (R), te se uvodi oznaka E (R), za vektor stupac očekivanih prinosa vrijednosnica: [19]

$$E(R) = \begin{bmatrix} E(R_1) \\ E(R_2) \\ \vdots \\ E(R_N) \end{bmatrix} \quad (13)$$

Nakon toga, pristupa se izradi matrice varijanci i kovarijanci prinosa:

[18]Aljinović Z., Marasović B. (2006.): Matematički modeli u financijskom upravljanju, Split: Sveučilište i Splitu, Ekonomski fakultet Split,14-16.str.

[19]Aljinović, Z., Marasvić, B., Šego, B. (2008.): Financijsko modeliranje, Split: Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, str.134.str.

$$S = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \cdots & \sigma_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{N1} & \cdots & \sigma_{NN} \end{pmatrix} \quad (14)$$

Portfelj rizičnih vrijednosnica prikazan je vektor stupcem

$$\pi = \begin{bmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \vdots \\ \pi_N \end{bmatrix} \quad (15)$$

gdje je $\pi_i$ udio dionice $i$ u portfelju pri čemu je :

$$\sum_{i=1}^{n} \pi_i = 1 \quad (16)$$

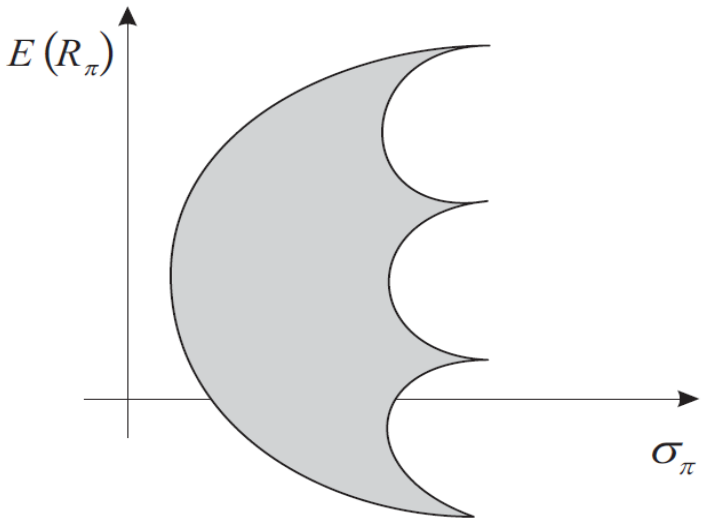
Očekivani prinos portfelja dan je relacijom:

$$E(R_\pi) = \sum_{i=1}^{N} \pi_i E(R_i) = \pi' R(R) = E(R)'\pi \quad (17)$$

a varijanca prinosa portfelja relacijom:

$$\sigma_\pi^2 = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} \pi_i \pi_j \sigma_{ij} = \pi' S \pi = \begin{bmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \vdots \\ \pi_N \end{bmatrix}' \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \cdots & \sigma_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{N1} & \cdots & \sigma_{NN} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \vdots \\ \pi_N \end{bmatrix} \quad (18)$$

Varijanca ili standardna devijacija je statistička mjera disperzije vrijednosti mogućih prinosa oko očekivane, odnosno srednje vrijednosti. Varijanca predstavlja mjeru rizika i računa se kao kvadrat razlike stvarnog budućeg prinosa i očekivanog budućeg prinosa. Veća standardna devijacija, ukazuje na veći nivo rizika i obrnuto.




**Slika 3: Skup mogućih portfelja**

Izvor: Aljinović Z., Marasović B.,Šego B. (2008): Financijsko modeliranje, Split: Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split., 135.str.

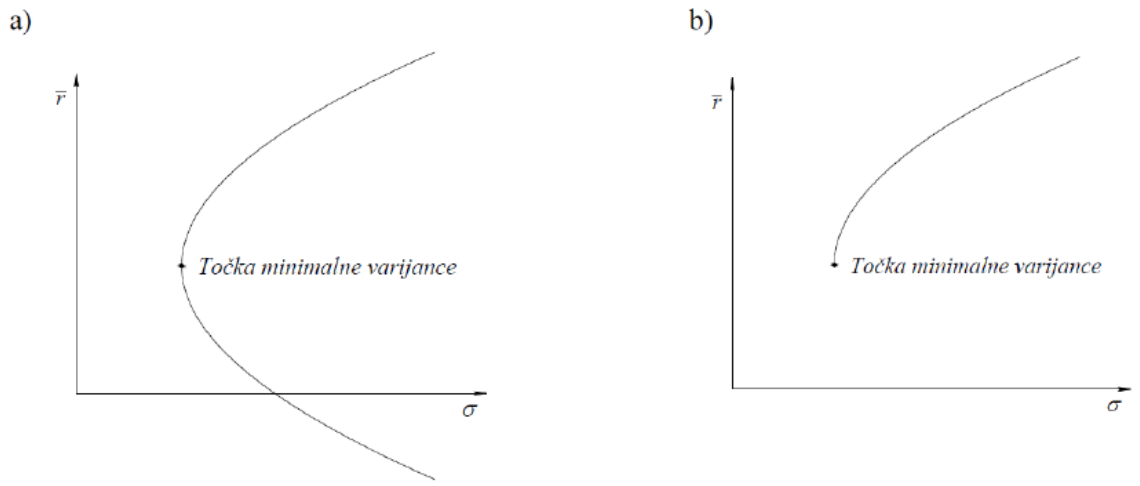
Skup mogućih portfelja su svi portfelji, koji se mogu sastaviti od *N* zadanih vrijednosnica. Svaki portfelj ima svoje karakteristike, a to su očekivani prinos i očekivani rizik i može se prikazati u koordinatnom sustavu.

Investitora će pri odabiru optimalne kombinacije vrijednosnica, tj. optimalnog portfelja, zanimati baš oni portfelji, koji leže na krivulji minimalne varijance. To su portfelji, koji za dani prinos imaju najmanju varijancu.

Ukoliko ti portfelji, za zadanu stopu rizika, imaju maksimalan prinos, onda se oni nalaze na efikasnoj granici i nazivamo ih efikasnim portfeljima. [20]

Prikaz efikasnog portfelja dan je na slici 4.

[20]Aljinović Z., Marasović B.,Šego B. (2008): Financijsko modeliranje, Split: Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split., 136.str.




**Slika 4: Skup minimalne varijance i efikasna granica**

Izvor: Aljinović Z., Marasović B.,Šego B. (2008): Financijsko modeliranje, Split: Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split., 136.str.

### 3.2. CAPM model

CAPM (Capital asset Pricing model) ili Model vrednovanja kapitala je formulirao W. Sharpe 1964. godine. Taj model, mjeri odnos prinosa i rizika financijske imovine, polazeći od tržišnog portfelja, tj. analizira povezanost rizika i prinosa.

CAPM model predstavlja ravnotežni model, koji objašnjava prinose, iznad prinosa bezrizične aktive, uz pomoć kovarijanci prinosa pojedinih investicija, isključivo kroz kovarijance sa cjelokupnim tržištem.

Matematički se CAPM model može prikazati formulom:

$$E(R_i) = R_F + \beta_i (E(R_M) - R_F) \qquad (19)$$

gdje je

$E(R_i)$-očekivani prinos dionice

$R_F$ - prinos bezrizične vrijednosnice

$E(R_M)$-očekivani prinos tržišta

Kao i svi ostali modeli, ovaj model također predstavlja pojednostavljenu sliku realnosti, kako bi se investitori razlikovali samo u pogledu raspoloživih sredstava za investiranje i odnosa prema riziku. [21]

Pretpostavke CAPM modela su:

- Savršena konkurencija, što znači da nijedan od investitora nije značajan u tolikoj mjeri da utječe na cijenu vrijednosnih papira na tržištu kapitala,
- Tržište je efikasno i nema ograničenja tj. nema transakcijskih troškova, poreznih opterećenja, inflacije i promjene kamatnih stopa,
- Svi investitori raspolažu potpunim informacijama vezanim za karakteristike vrijednosnih papira, te bonitet emitenata tih vrijednosnih papira, pa su i tog razloga homogena očekivanja investitora vezana za očekivani prinos, rizik i korelaciju na tržištu kapitala,
- Investitori promatraju isti investicijski period tj. imaju jednako vrijeme ulaganja,
- Postoji bezrizična imovina i investitori mogu uzeti neograničenu količinu te imovine u zajam ili je dati u zajam po konstantnoj stopi (investitori se mogu zaduživati po bezrizičnoj kamatnoj stopi u neograničenim količinama )
- Svi investitori nastoje odabrati portfelj koji se nalazi na granici efikanosti tj. investitori imaju averziju prema riziku (konveksna krivulja)

S obzirom da se sistemski rizik (tržišni rizik) ne može umanjiti diverzifikacijom, prema CAPM modelu, investitori koji imaju averziju prema riziku, očekuju veću stopu prinosa na tržišni portfelj u odnosu na prinos bezrizične aktive. Ta razlika između dvaju prinosa naziva se riziko premija i ona odgovara rizičnosti držanja tržišnog porfelja. Količina rizika se izražava β koeficijentom.

CAPM model opisuje odnos, u kojem je očekivana stopa prinosa aktive, linearna funkcija sistemskog rizika aktive koji je izražen preko β koeficijenta. To nam zapravo pokazuje da dionice sa većim β koeficijentom osiguravaju i veći prinos, a vrijedi i obrnuto.[22]

[21] Latković, M.,(2001.):Nesinhrono trgovanje i proračun sistematskog rizika, Agencija za nadzor mirovinskih fondova i osiguranja,Zagreb,str.5.

[22] Radović, M., Vasiljević, A. (2012.): Stabilnost beta koeficijenta za najlikvidnije dionice na tržištu kapitala u Srbiji u periodu 2006.-2011. godina, Ekonomske teme, Sveučilište u Nišu, Ekonomski fakultet Niš, str. 415.-432.

### 3.2.1. Beta koeficijent

Beta koeficijent je mjera sistemskog rizika i pokazuje koliko ima sistemskog rizika u pojedinoj aktivi u odnosu na prosječnu aktivu u kojoj sistemski rizik iznosi 1. Vrijednost β koeficijenta može biti veća, jednaka ili manja od 1.

Pojednostavljeno, beta je mjera osjetljivosti prinosa dionice na promjene prinosa tržišta.

Ukoliko je β=1, to znači da disperzija prinosa dionice pojedinačnog poduzeća, varira proporcionalno sa disperzijom prinosa tržišnog portfolija, odnosno da dionica ima istu razinu sistemskog rizika kao i tržište u cjelini.

U slučaju da je β>1, znači da disperzija prinosa dionice varira više nego proporcionalno sa disperzijom prinosa tržišnog portfolija tj. sistemski rizik dionice pojedinačnog poduzeća je veći nego kod tržišta u cjelini. Takva vrsta dionica često se naziva agresivna investicija.

Ukoliko je β<1, tada nam ta situacija pokazuje da je sistemski rizik pojedine dionice manji od sistemskog rizika tržišnog portfolija. Dionice ovakvih karakteristika nazivaju se defanzivne. Kod ovih dionica premije na rizik su manje.

Navedene vrijednosti bete, prikazuju situaciju kada čekivani prinos dionice ima pozitivnu korelaciju sa visinom β koeficijenta.[23]

Beta također može imati i negativnu vrijednost (β<0) što pokazuje da se konkretan prinos vrijednosnice kreće u obrnutom smjeru od kretanja tržišnog portfelja. Ukoliko vrijedi da je β=0, tada je ulaganje bezrizično.

Beta koeficijenti nisu neovisni o promatranom periodu (dnevnom, tjednom, kvartalnom), kao što bi se moglo očekivati. Oni ovise i o odabiru tržišnog portfelja i horizonta. Promjene beta koeficijenata u vremenu, analizira se Blumeovom tehnikom, pomoću koje se određuje ovisnost beta koeficijenta u uzastopnim periodima.

[23] Radović, M., Vasiljević, A. (2012.): Stabilnost beta koeficijenta za najlikvidnije dionice na tržištu kapitala u Srbiji u periodu 2006.-2011. godina, Ekonomske teme, Sveučilište u Nišu, Ekonomski fakultet Niš, str.11.

Druga tehnika je prilagođavanje beta koeficijenata, prema nekom određenom prosječnom beta koeficijentu, korištenjem Bayesovih procjena. Takve poboljšane procjene beta koeficijenata, daju bolje rezultate od standardnih procjena prema istraživanjima iz 1995 (Latković, 2001).

Može se zaključiti, da se mjesečni podatci za izračun bete, koriste kod pasivnih strategija investiranja (buy and hold), dok se kod aktivnih strategija investiranja koriste podaci za kraće periode.

Beta koeficijenti se koriste za mjerenje rizika dionica, na razvijenim tržištima kapitala, u svrhu upravljanja rizicima.

Kod standardne VaR metode, beta se koristi za izračun rizika pojedine dionice, na način da se pomnoži beta koeficijent i volatilnost indeksa tržišta, čime se izbjegava izračun velikog broja kovarijanci. [24]

[24] Latković, M.,(2001.):Nesinhrono trgovanje i proračun sistematskog rizika, Agencija za nadzor mirovinskih fondova i osiguranja, Zagreb, str.6.

# 4. KVANTITATIVNA ANALIZA DIONICA NA TRŽIŠTU KAPITALA U RH

## 4.1. Karakteristike odabranih dionica

Prilikom odabira dionica za kvantitativnu analizu, uzeto je u obzir nekoliko kriterija. Prvi kriterij je da dionica bude sastavnica CROBEX-a, drugi kriterij je da budu obuhvaćene dionice iz različitih sektora, kako bi se mogao oblikovati što bolje diverzificirani portfelj, i treći kriterij je likvidnost dionice. Likvidnost dionica je i najznačajniji kriterij, jer pokazuje može li se dionica u bilo kojem trenutku kupiti ili prodati bez značajnije promjene cijene.

Dionice sastavnice CROBEX-a, sukladno odluci revizije Odbora za indekse Zagrebačke burze 07. rujna 2016.godine, na osnovu podataka o trgovanju u razdoblju od 01.ožujka 2016.godine do 31. kolovoza 2016.godine su navedene u sljedećoj tablici:

**Tablica 1: Dionice sastavnice CROBEXA**

| | Simbol | Izdavatelj | Free float faktor |
|---|---|---|---|
| 1 | ADPL-R-A | AD Plastik d.d. | 65 |
| 2 | ADRS-P-A | Adris grupa d.d. | 100 |
| 3 | ARNT-R-A | Arenaturist d. d. | 35 |
| 4 | ATGR-R-A | Atlantic Grupa d.d. | 45 |
| 5 | ATPL-R-A | Atlantska plovidba d.d. | 75 |
| 6 | BLJE-R-A | Belje d.d. Darda | 45 |
| 7 | DDJH-R-A | Đuro Đaković holding d.d. | 40 |
| 8 | DLKV-R-A | Dalekovod d.d. | 40 |
| 9 | ERNT-R-A | Ericsson Nikola Tesla d.d. | 55 |
| 10 | HIMR-R-A | Imperial d.d. | 55 |
| 11 | HT-R-A | HT d.d. | 45 |
| 12 | INGR-R-A | Ingra d.d. | 95 |
| 13 | KOEI-R-A | Končar - elektroindustrija d.d. | 100 |
| 14 | KRAS-R-A | Kraš d.d. | 55 |

| | Simbol | Izdavatelj | Free float faktor |
|---|---|---|---|
| 15 | LEDO-R-A | Ledo d.d. | 50 |
| 16 | LKPC-R-A | Luka Ploče d.d. | 70 |
| 17 | LKRI-R-A | Luka Rijeka d.d. | 50 |
| 18 | OPTE-R-A | OT-OPTIMA TELEKOM d.d. | 45 |
| 19 | PODR-R-A | Podravka d.d. | 70 |
| 20 | RIVP-R-A | VALAMAR RIVIERA d.d. | 50 |
| 21 | SUNH-R-A | Sunčani Hvar d.d. | 10 |
| 22 | TPNG-R-A | TANKERSKA NEXT GENERATION d.d. | 50 |
| 23 | ULPL-R-A | Uljanik Plovidba d.d. | 85 |
| 24 | VART-R-1 | Varteks d. d. | 55 |
| 25 | ZABA-R-A | Zagrebačka banka d.d. | 4 |

Izvor: ZSE

Za analizu će se odabrati 15 dionica CROBEX-a uzimajući u obzir sektorska raspodjela.

U nastavku će se ukratko objasniti karakteristike društava i odabranih dionica koje ćemo koristiti u kvantitativnoj analizi:

**HT-R-A:** dionica koju izdaje Hrvatski Telekom d.d. Većinski vlasnik društva je Deutsche Telekom Europe B.V. sa udjelom od 51%. Postoji još nekoliko velikih dioničara. Temeljni kapital HT d.d. je skoro 10 milijardi kuna. Dionica je od samog izlistavanja na burzi jedna od dionica kojima se najviše trguje tj. jedna od najlikvidnijih dionica.

**ADPL-R-A:** dionica koju izdaje poduzeće AD Plastik. Ovo dioničko društvo se bavi proizvodnjom djelova i pribora za motorna vozila i proizvoda iz plastičnih masa. Temeljni kapital podueća je odo 420 milijuna kuna. Najveći dioničar društva je OAO HOLDING AUTOKOMPONENTI.

**ATG-R-A:**dionica koju izdaje Atlantic Grupa d.d. Društvo koje je jedno od vodećih prehrambenih kompanija u regiji i nudi širok asortiman proizvoda. Većinski dioničar je Emil Tedeschi sa udjelom od 50,20 % dionica. Temeljni kapital društva je 130 milijuna kuna.

**ATPL-R-A:** dionica Atlantske plovidbe d.d.. To je društvo koje se bavi obalnim i pomorskim prijevozom. Temeljni kapital društva je 419 miliona kuna.

**ERNT-R-A:** dionica koju izdaje društvo Ericsson Nikola Tesla d.d.. To je društvo za proizvodnju telekomunikacijskih uređaja i sustava. Temeljni kapital društva iznosi 133 milijuna kuna.

**DLKV-R-A:** dionica kompanije Dalekovod d.d.. Kompanija se bavi pružanjem usluga inženjeringa. proizvodnje i izgradnje elektroenergetskih objekata, transformatorskih stanica, zračnih, podzemnih i podvodnih kabela, telekomunikacijskih objekata, svih vrsta mreža i antena itd. Vrijednost temeljnog kapitala poduzeća je 247 milijuna kuna.

**INA-R-A:** dionica koju izdaje Industrija nafte d.d.. Temeljni kapital društva je 9 milijardi kuna. Nominalna vrijednost dionice je 900 kuna. Temeljna djelatnost društva je istraživanje i proizvodnja nafte i plina, prerada nafte, distribucija nafte i naftnih derivata te maloprodaja derivata i drugih roba putem maloprodajne mreže.

**LEDO-R-A:**dionica dioničkog društva za proizvodnju i promet sladoleda i smrznute hrane. Nominalna vrijednost dionice jest 380 kuna. Najveći udio u društvu ima Agrokor d.d. sa 50,20% udjela.

**RIVP-R-A:** dionica kompanije Valamar Riviera d.d. Društvo je najveća turistička kompanija u RH.

**ZAB-R-A:** dionica koju izdaje Zagrebačka banka d.d.. Nominalna vrijednost dionice je 20 kuna.

**PODR-R-A:**dionica koju izdaje Podravka prehrambena industrija d.d.. Nominalna vrijednost dionice iznosi 220 kuna.

**KOEI-R-A:**dionica koju izdaje Končar-Elektroindustrija d.d. Kompaniju čini ukupno 25 društava, koja se bave proizvodnjom električnih uređaja, opreme, postrojenja i usluga primijenjenih u proizvodnji, prijenosu i distribuciji električne energije, industriji i prometu.

**ARNT-R-A:**dionica koju izdaje Arenaturist d.d. . To je kompanija koja se bavi djelatnostima vezanim za turizam i ugostiteljstvo. Temeljni kapital društva je veći od 43 milijuna kuna. Nominalna vrijednost dionice je 20 kn.

**ING-R-A:**dionica kompanije INGRA d.d. koja se bavi izgradnjom investicijskih objekata, uvoz, izvoz i zastupništvo. Temeljni kapital društva je veći od 135 milijuna kuna.

**DDJH-R-A:** dionica koju izdaje dioničko društvo Đuro Đaković Holding, to je strojarska grupacija iz Slavonskog broda za proizvodnju vagona, tramvaja, specijalnih vozila, borbenih vozila, poljoprivrednih strojeva, mostova, industrijskih pogona, auto-dijelova itd.

### 4.2. Rezultati Markowitzevog i CAPM modela

Prvi korak u analizi, bit će preuzimanje cijena dionica sa stranica burze, od srpnja 2014.godine, do lipnja 2016. godine. Uzimaju se u razmatranje zaključne tjedne cijene dionica 15 odabranih poduzeća prikazane u tablici 2.

Određenim danima, pojedinim dionicama se neće trgovati ili će dani biti neradni, pa će se uzimati zaključne cijene dionica od prethodnog dana.

Nakon unosa cijena svih dionica u Microsoft Excel, za sveukupno 104 perioda (tjedne dionice za period od dvije godine) računa se tjedni prinos CROBEX-a i 15 odabranih dionica CROBEX-a što je prikazano u tablici 3.

Dnevni prinos se računa preko formule:

$$R_{x\,(t)} = \ln\left(\frac{P_{x\,(t)}}{P_{x\,(t-1)}}\right) \quad (20)$$

gdje je $R_{x(t)}$ prinos na dionicu X u vremenu t, $P_{x(t)}$ je cijena dionice x u vremenu t, a $P_{x(t-1)}$ cijena dionice x u prethodnom razdoblju *(t-1).*

Nakon što smo dobili tjedni prinos u tablici 3, dobiven je očekivani tjedni prinos, te rizik prikazan varijancom i standardnom devijacijom, što je prikazano u tablici 4.

## Tablica 2: Pregled zaključnih tjednih cijena dionica

| Datum | CROBEX | HT-R-A | ADPL-I | ATGR-I | ATPL- | ERNT-R-A- | DLKV-R-A | INA-R-A | LED-R-A | RIVP-R-A | ZAB-R-A | PODR-R-A | KOEI-R-A | ARNT-I | ING-R- | DDJH-R-A |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 04.07.2014. | 1796,43 | 145,85 | 120,2 | 902,1 | 335 | 1377,28 | 18,24 | 3986,36 | 8898,69 | 16,39 | 32,56 | 313,58 | 692,98 | 364,2 | 2,47 | 35,55 |
| 11.07.2014. | 1805,57 | 146,99 | 127,3 | 895,7 | 321 | 1403,11 | 16,74 | 4007 | 8996,01 | 17,4 | 30,97 | 314,67 | 684,7 | 365,3 | 2,4 | 48,86 |
| 18.07.2014. | 1838,51 | 153,83 | 129,5 | 910 | 323 | 1497,67 | 16,68 | 4000 | 9018,86 | 17 | 32,41 | 314,27 | 720,46 | 359,2 | 2,35 | 48,64 |
| 25.07.2014. | 1831,9 | 153,52 | 131,6 | 909 | 327 | 1434,93 | 17,8 | 4006 | 9025 | 16,9 | 30,97 | 310,8 | 695,74 | 378,2 | 2,46 | 46,84 |
| 01.08.2014. | 1813,66 | 149,01 | 122,9 | 937,4 | 337 | 1400,13 | 18,64 | 4000 | 8891,82 | 16,8 | 33,24 | 305,3 | 677,26 | 351,5 | 2,39 | 42,73 |
| 08.08.2014. | 1806,25 | 150,11 | 126,3 | 960,3 | 332 | 1372,69 | 17,17 | 3950,5 | 8874,76 | 16,84 | 34,8 | 302,6 | 673,73 | 350,2 | 2,31 | 42,89 |
| 15.08.2014. | 1823,23 | 148,74 | 132 | 968,4 | 350 | 1368,11 | 17,05 | 4020 | 8856,72 | 16,69 | 34,71 | 295,73 | 682,18 | 342,6 | 2,09 | 42,06 |
| 22.08.2014. | 1866,63 | 152,08 | 130,7 | 1019 | 360 | 1413,17 | 18,81 | 4048,88 | 8920 | 16,94 | 34,51 | 311,43 | 712,75 | 357,7 | 2,18 | 42,5 |
| 29.08.2014. | 1850,73 | 151,74 | 129 | 990,9 | 363 | 1388,4 | 17,76 | 3986,57 | 8790 | 17,25 | 37,6 | 317,96 | 726,75 | 365,9 | 2,13 | 43,88 |
| 05.09.2014. | 1841,95 | 151,46 | 127,7 | 972,1 | 368 | 1394,38 | 17,31 | 3966,13 | 8687,65 | 18,41 | 38,1 | 322,44 | 722,87 | 356,7 | 2,23 | 41,6 |
| 12.09.2014. | 1858,2 | 159,36 | 131,1 | 981,6 | 375 | 1379,28 | 17,85 | 3998,88 | 8620,5 | 19,32 | 37,6 | 320,12 | 739,4 | 355,8 | 2,14 | 42,8 |
| 19.09.2014. | 1909,87 | 159,65 | 132,5 | 982,8 | 380 | 1400,97 | 16,49 | 4000 | 8659,42 | 19,24 | 37,24 | 328,12 | 741,78 | 350,4 | 2,04 | 41,58 |
| 26.09.2014. | 1922,22 | 162,47 | 132 | 1015 | 376 | 1415,04 | 17,46 | 3950 | 8627,27 | 21,91 | 38,25 | 342,64 | 755,61 | 348,9 | 2,23 | 44,08 |
| 03.10.2014. | 1927,23 | 165,19 | 128,6 | 1030 | 381 | 1405,74 | 17,46 | 3973,17 | 8600 | 23,17 | 36,54 | 336,89 | 757,8 | 357,2 | 2,63 | 41,12 |
| 10.10.2014. | 1880,97 | 162,6 | 127,5 | 1025 | 348 | 1398,66 | 16,89 | 3920,14 | 8551 | 20,22 | 38,25 | 325,64 | 742,75 | 339,5 | 2,57 | 42,19 |
| 17.10.2014. | 1837,3 | 157,04 | 120,9 | 990,4 | 337 | 1374,64 | 17,02 | 3825 | 8330 | 19,83 | 34,4 | 312,31 | 724,13 | 317 | 2,42 | 38,5 |
| 24.10.2014. | 1845,99 | 157,67 | 119,7 | 994,7 | 355 | 1399,76 | 16,4 | 3800,01 | 8314 | 19,79 | 35,84 | 308,97 | 730,26 | 334,1 | 2,4 | 39,95 |
| 31.10.2014. | 1838,75 | 157,18 | 121,2 | 995,4 | 368 | 1342,26 | 16,6 | 3788,29 | 8400,02 | 19,86 | 35,4 | 306,86 | 727,81 | 340,5 | 2,65 | 35,16 |

...

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 04.03.2016. | 1599,71 | 140,89 | 101,9 | 805 | 108 | 992,2 | 11,98 | **2400,01** | 9030 | 23,49 | 39,49 | 311,04 | 637,56 | **331,6** | 2,68 | 36,84 |
| 11.03.2016. | 1613,45 | 142,64 | 101 | 810 | 115 | 1015,94 | 11,74 | 2361,01 | 9041 | 23,88 | 39,23 | 309,94 | 635,42 | 330,3 | 2,76 | 35,52 |
| 18.03.2016. | 1630,32 | 142,68 | 99 | 800,2 | 103 | 1040,11 | 10,7 | **2408** | 9428,5 | 24,32 | 39,48 | 319,8 | 648,74 | **327,6** | 2,68 | 34,66 |
| 25.03.2015. | 1661,51 | 143,77 | 101,2 | 804,9 | 110 | 1108,23 | 10,52 | 2525 | **9536,07** | 24,62 | **39,86** | 324,43 | 640 | 329 | **2,76** | 34,24 |
| 01.04.2016. | 1671,08 | 145,41 | 102,4 | 823 | 116 | 1100,57 | 10,7 | 2600 | 9540 | 24,54 | 41,47 | 320,53 | 645,89 | 328,9 | 2,58 | 31,75 |
| 08.04.2016. | 1661,17 | 146,53 | 102,3 | 815,6 | 108 | 1091,94 | 9,78 | **2611,14** | **9334,33** | 24,58 | 39,64 | 320,21 | 631,53 | 326 | 2,52 | 29,53 |
| 15.04.2016. | 1686,1 | 146,22 | 99,4 | 817,2 | 118 | 1089,75 | 10,31 | 2699,04 | 9446,35 | 24,67 | 41,64 | 327,72 | 642,43 | 324,9 | 2,52 | 36,42 |
| 22.04.2016. | 1693,14 | 147,74 | 97,89 | 814,8 | 119 | 1079,26 | 10,62 | 2700 | 9730 | 24,62 | 41 | 330,04 | 655 | 325,2 | 2,57 | 37,47 |
| 29.04.2016. | 1688,48 | 143,89 | 99,98 | 815 | 127 | 1081,87 | 11,52 | 2665 | 9950 | 24,49 | 41,76 | 328,86 | 645 | 324,9 | 2,53 | 42,38 |
| 06.05.2015. | 1686,4 | 139,17 | 97,12 | 815 | 120 | 1116,57 | 12,17 | 2700 | **9730** | 24,05 | **40,7** | 340,17 | 649,98 | 323,9 | **2,5** | 44,29 |
| 13.05.2016. | 1698,76 | 140,03 | 97,17 | 827,5 | 122 | 1118,26 | 11,35 | 2752,1 | 9850 | 24,06 | 40,72 | 340,65 | **669,51** | 324,5 | 2,39 | 42,08 |
| 20.05.2016. | 1698,16 | 139,9 | 99,61 | 815,9 | 132 | 1122,4 | 12,29 | 2700 | 9856,02 | 23,84 | 40 | 342,94 | 669,05 | 323,2 | 2,44 | 42,06 |
| 27.05.2016. | 1721,49 | 140,3 | 106 | 815 | 134 | 1122,66 | 12,36 | 2848,61 | **9975,05** | 24 | **40,5** | 347,73 | 683,61 | 325 | **2,53** | 40,95 |
| 03.06.2016. | 1704,14 | 141,17 | 114,6 | **815,3** | 129 | 1012,35 | 12,86 | 2800 | 9945,83 | 24,01 | 40,87 | 341,71 | 686,13 | 324,1 | **2,56** | 40,43 |
| 10.06.2016. | 1694,96 | 140,72 | 111,3 | 818,5 | **131** | 1004,35 | 12,52 | 2700 | 9870 | 23,98 | **39,35** | **343** | 670 | 322,1 | 2,5 | 41,22 |
| 17.06.2016. | 1678,85 | 140,82 | 113 | 815,4 | 136 | 1008,01 | 12,5 | 2675 | 9810 | 23,98 | 39,01 | 339,56 | 667,07 | 327,9 | **2,46** | 39,72 |
| 24.06.2016. | 1653,32 | 139,26 | 109,1 | 793,8 | 132 | 1001,02 | 12,4 | **2700** | 9400 | 23,93 | 39,43 | 325,18 | 650 | 325,7 | 2,39 | 39,48 |

Izvor: ZSE

## Tablica 3: Tjedni prinos odabranih dionica

| | CROBEX | HT-R-A | ADPL-R | ATGR-R- | ATPL-R | ERNT-R-A- | DLKV-R-A | INA-R-A | LED-R-A | RIVP-R-A | ZAB-R-A | PODR-R-A | KOEI-R-A | ARNT-R- | ING-R-A | DDJH-R-A |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 11.07.2014. | 0,51% | 0,78% | 5,76% | -0,71% | -4,26% | 1,86% | -8,58% | 0,52% | 1,09% | 5,98% | -5,01% | 0,35% | -1,20% | 0,29% | -2,87% | 31,80% |
| 18.07.2014. | 1,81% | 4,55% | 1,67% | 1,58% | 0,66% | 6,52% | -0,36% | -0,17% | 0,25% | -2,33% | 4,54% | -0,13% | 5,09% | -1,66% | -2,11% | -0,45% |
| 25.07.2014. | -0,36% | -0,20% | 1,65% | -0,11% | 1,18% | -4,28% | 6,50% | 0,15% | 0,07% | -0,59% | -4,54% | -1,11% | -3,49% | 5,14% | 4,57% | -3,77% |
| 01.08.2014. | -1,00% | -2,98% | -6,86% | 3,08% | 3,06% | -2,46% | 4,61% | -0,15% | -1,49% | -0,59% | 7,07% | -1,79% | -2,69% | -7,32% | -2,89% | -9,18% |
| 08.08.2014. | -0,41% | 0,74% | 2,76% | 2,42% | -1,69% | -1,98% | -8,21% | -1,25% | -0,19% | 0,24% | 4,59% | -0,89% | -0,52% | -0,39% | -3,40% | 0,37% |
| 15.08.2014. | 0,94% | -0,92% | 4,39% | 0,84% | 5,35% | -0,33% | -0,70% | 1,74% | -0,20% | -0,89% | -0,26% | -2,30% | 1,25% | -2,19% | -10,01% | -1,95% |
| 22.08.2014. | 2,35% | 2,22% | -1,01% | 5,07% | 2,80% | 3,24% | 9,82% | 0,72% | 0,71% | 1,49% | -0,58% | 5,17% | 4,38% | 4,34% | 4,22% | 1,04% |
| 29.08.2014. | -0,86% | -0,22% | -1,29% | -2,77% | 0,90% | -1,77% | -5,74% | -1,55% | -1,47% | 1,81% | 8,58% | 2,08% | 1,95% | 2,26% | -2,32% | 3,20% |
| 05.09.2014. | -0,48% | -0,18% | -1,04% | -1,92% | 1,33% | 0,43% | -2,57% | -0,51% | -1,17% | 6,51% | 1,32% | 1,40% | -0,54% | -2,54% | 4,59% | -5,34% |
| 12.09.2014. | 0,88% | 5,08% | 2,66% | 0,97% | 1,78% | -1,09% | 3,07% | 0,82% | -0,78% | 4,82% | -1,32% | -0,72% | 2,26% | -0,26% | -4,12% | 2,84% |
| 19.09.2014. | 2,74% | 0,18% | 1,05% | 0,13% | 1,42% | 1,56% | -7,92% | 0,03% | 0,45% | -0,41% | -0,96% | 2,47% | 0,32% | -1,54% | -4,79% | -2,89% |
| 26.09.2014. | 0,64% | 1,75% | -0,38% | 3,19% | -0,93% | 1,00% | 5,72% | -1,26% | -0,37% | 13,00% | 2,68% | 4,33% | 1,85% | -0,43% | 8,91% | 5,84% |
| 03.10.2014. | 0,26% | 1,66% | -2,63% | 1,50% | 1,08% | -0,66% | 0,00% | 0,58% | -0,32% | 5,59% | -4,57% | -1,69% | 0,29% | 2,37% | 16,50% | -6,95% |
| 10.10.2014. | -2,43% | -1,58% | -0,87% | -0,49% | -8,85% | -0,50% | -3,32% | -1,34% | -0,57% | -13,62% | 4,57% | -3,40% | -2,01% | -5,09% | -2,31% | 2,57% |
| 17.10.2014. | -2,35% | -3,48% | -5,27% | -3,44% | -3,43% | -1,73% | 0,77% | -2,46% | -2,62% | -1,95% | -10,61% | -4,18% | -2,54% | -6,84% | -6,01% | -9,15% |
| 24.10.2014. | 0,47% | 0,40% | -0,97% | 0,44% | 5,27% | 1,81% | -3,71% | -0,66% | -0,19% | -0,20% | 4,10% | -1,08% | 0,84% | 5,24% | -0,83% | 3,70% |
| 31.10.2014. | -0,39% | -0,31% | 1,21% | 0,07% | 3,67% | -4,19% | 1,21% | -0,31% | 1,03% | 0,35% | -1,24% | -0,69% | -0,34% | 1,88% | 9,91% | -12,77% |
| 07.11.2014. | -0,37% | 0,13% | -1,21% | 1,48% | -3,80% | 3,37% | 0,90% | -5,53% | 1,18% | -0,66% | 0,48% | 0,39% | -0,46% | -0,66% | 0,75% | 3,22% |
| 14.11.2014. | -0,91% | 0,11% | 0,42% | -0,26% | -1,01% | -2,39% | -3,59% | -2,10% | -0,60% | 1,71% | 0,34% | -5,28% | -3,06% | 0,82% | -3,82% | 14,01% |
| 21.11.2014. | -0,32% | -0,53% | -3,35% | -1,01% | -2,17% | -0,16% | -4,82% | 2,06% | -0,08% | -2,22% | 0,92% | 0,61% | -0,10% | -2,64% | -2,76% | 4,70% |
| 28.11.2014. | -0,98% | -1,21% | 1,81% | -5,25% | -0,98% | 1,22% | 1,67% | 4,96% | -1,10% | -1,33% | -0,58% | -0,49% | -1,21% | -0,45% | 3,15% | -56,83% |
| 05.12.2014. | -0,89% | 0,34% | -8,26% | -0,71% | -2,94% | 0,40% | -4,51% | -1,47% | -3,04% | 0,77% | -0,78% | -5,00% | -0,09% | 0,59% | -2,35% | -5,68% |
| 12.12.2014. | -1,00% | -0,34% | -3,68% | -1,43% | -2,49% | -0,52% | 1,52% | -1,63% | 1,92% | -1,24% | -2,74% | 0,68% | 0,30% | -2,08% | 3,89% | 1,31% |

...

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 29.01.2016. | 0,50% | 0,16% | -2,36% | 0,60% | -1,39% | 0,86% | 0,16% | 1,53% | -0,42% | 0,35% | 1,30% | 1,61% | 1,71% | 5,05% | 3,06% | 3,76% |
| 05.02.2016. | -0,54% | 0,91% | 3,39% | -0,48% | -7,52% | -2,03% | -6,60% | -2,46% | -1,02% | -0,39% | 1,89% | -1,38% | -0,15% | -0,01% | -6,21% | 7,56% |
| 12.02.2016. | -0,67% | -0,38% | -1,89% | -0,59% | -8,82% | -3,05% | -3,92% | -0,96% | -0,51% | 0,57% | -0,16% | -0,39% | -2,48% | 0,66% | -8,54% | -2,90% |
| 19.02.2016. | 1,77% | 3,91% | 2,59% | 0,45% | 4,75% | 5,41% | -2,79% | 1,75% | 0,97% | -0,17% | 1,21% | 0,58% | 1,48% | -0,27% | -1,56% | 7,20% |
| 26.02.2016. | -0,49% | -3,25% | 4,38% | 0,03% | -5,74% | 0,32% | 4,72% | -2,18% | 0,00% | 0,91% | 1,66% | 0,26% | -0,58% | -2,03% | 9,39% | -2,07% |
| 04.03.2016. | -0,84% | -0,27% | 0,55% | -0,53% | 8,67% | -0,58% | 4,18% | -7,57% | 2,01% | 1,59% | 1,30% | -1,59% | 0,11% | 0,81% | -4,02% | 0,14% |
| 11.03.2016. | 0,86% | 1,23% | -0,90% | 0,62% | 6,72% | 2,36% | -2,02% | -1,64% | 0,12% | 1,65% | -0,66% | -0,35% | -0,34% | -0,40% | 2,94% | -3,65% |
| 18.03.2016. | 1,04% | 0,03% | -2,00% | -1,22% | ##### | 2,35% | -9,28% | 1,97% | 4,20% | 1,83% | 0,64% | 3,13% | 2,07% | -0,83% | -2,94% | -2,45% |
| 25.03.2015. | 1,90% | 0,76% | 2,20% | 0,59% | 6,57% | 6,34% | -1,70% | 4,74% | 1,13% | 1,23% | 0,96% | 1,44% | -1,36% | 0,41% | 2,94% | -1,22% |
| 01.04.2016. | 0,57% | 1,13% | 1,15% | 2,23% | 4,66% | -0,69% | 1,70% | 2,93% | 0,04% | -0,33% | 3,96% | -1,21% | 0,92% | 0,00% | -6,74% | -7,55% |
| 08.04.2016. | -0,59% | 0,77% | -0,05% | -0,91% | -6,85% | -0,79% | -8,99% | 0,43% | -2,18% | 0,16% | -4,51% | -0,10% | -2,25% | -0,90% | -2,35% | -7,25% |
| 15.04.2016. | 1,49% | -0,21% | -2,90% | 0,20% | 8,40% | -0,20% | 5,28% | 3,31% | 1,19% | 0,37% | 4,92% | 2,32% | 1,71% | -0,33% | 0,00% | 20,97% |
| 22.04.2016. | 0,42% | 1,03% | -1,53% | -0,29% | 1,40% | -0,97% | 2,96% | 0,04% | 2,96% | -0,20% | -1,55% | 0,71% | 1,94% | 0,09% | 1,96% | 2,84% |
| 29.04.2016. | -0,28% | -2,64% | 2,11% | 0,03% | 6,25% | 0,24% | 8,13% | -1,30% | 2,24% | -0,53% | 1,84% | -0,36% | -1,54% | -0,10% | -1,57% | 12,31% |
| 06.05.2015. | -0,12% | -3,34% | -2,90% | 0,00% | -5,59% | 3,16% | 5,49% | 1,30% | -2,24% | -1,81% | -2,57% | 3,38% | 0,77% | -0,30% | -1,19% | 4,41% |
| 13.05.2016. | 0,73% | 0,62% | 0,05% | 1,52% | 1,99% | 0,15% | -6,98% | 1,91% | 1,23% | 0,04% | 0,05% | 0,14% | 2,96% | 0,17% | -4,50% | -5,12% |
| 20.05.2016. | -0,04% | -0,09% | 2,48% | -1,41% | 7,86% | 0,37% | 7,96% | -1,91% | 0,06% | -0,92% | -1,78% | 0,67% | -0,07% | -0,40% | 2,07% | -0,05% |
| 27.05.2016. | 1,36% | 0,29% | 6,20% | -0,11% | 1,38% | 0,02% | 0,57% | 5,36% | 1,20% | 0,67% | 1,24% | 1,39% | 2,15% | 0,57% | 3,62% | -2,67% |
| 03.06.2016. | -1,01% | 0,62% | 7,84% | 0,03% | -3,95% | -10,34% | 3,97% | -1,72% | -0,29% | 0,04% | 0,91% | -1,75% | 0,37% | -0,29% | 1,18% | -1,28% |
| 10.06.2016. | -0,54% | -0,32% | -2,98% | 0,40% | 1,22% | -0,79% | -2,68% | -3,64% | -0,77% | -0,13% | -3,79% | 0,38% | -2,38% | -0,59% | -2,37% | 1,94% |
| 17.06.2016. | -0,96% | 0,07% | 1,52% | -0,38% | 4,24% | 0,36% | -0,16% | -0,93% | -0,61% | 0,00% | -0,87% | -1,01% | -0,44% | 1,78% | -1,61% | -3,71% |
| 24.06.2016. | -1,53% | -1,11% | -3,49% | -2,68% | -3,07% | -0,70% | -0,80% | 0,93% | -4,27% | -0,21% | 1,07% | -4,33% | -2,59% | -0,69% | -2,89% | -0,61% |

Izvor: Izračun autora

**Tablica 4: Očekivani prinos i rizik mjeren varijancom odnosno standardnom devijacijom**

| | | HT-R-A | ADPL-R- | ATGR-R- | ATPL-R | ERNT-R-A- | DLKV-R-A | INA-R-A | LED-R-A | RIVP-R-A | ZAB-R-A | PODR-R-A | KOEI-R-A | ARNT-R- | ING-R-A | DDJH-R-A |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| E(R) | | -0,04% | -0,09% | -0,12% | -0,90% | -0,31% | -0,37% | -0,38% | 0,05% | 0,37% | 0,19% | 0,04% | -0,06% | -0,11% | -0,03% | 0,10% |
| σ^2 | | 0,000308 | 0,0013 | 0,00026 | 0,003 | 0,0006404 | 0,002539 | 0,00058 | 0,0003 | 0,000775 | 0,00115 | 0,0004437 | 0,000317233 | 0,00072 | 0,00248 | 0,008216 |
| σ | | 1,75% | 3,54% | 1,61% | 5,19% | 2,53% | 5,04% | 2,40% | 1,73% | 2,78% | 3,39% | 2,11% | 1,78% | 2,69% | 4,98% | 9,06% |

Izvor: Izračun autora

Formula za izračun tjednog prinosa je:

$$E_r = \frac{\sum_{t=1}^{M} R_x(t)}{M} \quad (21)$$

gdje je $E_r$ prosječan tjedni prinos pojedine dionice, $R_x$ prinos svake dionice za određeni period *t*, a M je broj dana trgovanja.

Sljedeći korak je izračun matrice A, a ona se dobiva na način da se element matrice A na poziciji (*i*,*j*) računa tako da se od *j*-tog prinosa dionice *i* oduzme očekivani prinos te dionice, tj. u konkretnom primjeru od prinosa dionice za određeni tjedan oduzima se očekivani tjedni prinos te dionice, što je prikazano i sljedećom formulom:

$$R_{ij}=R_{ij} - E(R_i) \quad (22)$$

Nakon izračuna matrice A, slijedi izračun matrice varijanci i kovarijanci (matrica S), koja nam je izuzetno bitna za nastavak kvantitativne analize i za izračun efikasne granice i za izračun bete.

Matematička formula za izračun matrice S je:

$$S = \frac{A^T A}{n} \quad (23)$$

Gdje je $A^T$ transponirana matrica A, a *n* je broj prinosa. Uvrštavanjem podataka u navedenu formulu u Microsoft Excelu, dobiju se slijedeći rezultati koji su prikazani u tablici 5.

**Tablica 5: Matrica varijanci i kovarijanci**

| | HT-R-A | ADPL-R-A | ATGR-R- | ATPL-R-A | ERNT-R-A | DLKV-R-A | INA-R-A | LED-R-A | RIVP-R-A | ZAB-R-A | PODR-R-A | KOEI-R-A | ARNT-R-A | ING-R-A | DDJH-R-A |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| HT-R-A | 0,00030 | 0,00012 | 0,00008 | 0,00013 | 0,00015 | 0,00008 | 0,00008 | 0,00005 | 0,00009 | 0,00010 | 0,00007 | 0,00009 | 0,00009 | 0,00018 | 0,00016 |
| ADPL-R-A | 0,00012 | 0,00124 | 0,00007 | 0,00010 | 0,00009 | -0,00015 | 0,00002 | 0,00012 | 0,00010 | 0,00009 | 0,00009 | 0,00009 | 0,00017 | 0,00002 | 0,00000 |
| ATGR-R-A | 0,00008 | 0,00007 | 0,00026 | 0,00017 | 0,00005 | 0,00013 | 0,00003 | 0,00008 | 0,00006 | 0,00006 | 0,00008 | 0,00008 | 0,00008 | 0,00004 | 0,00031 |
| ATPL-R-A | 0,00013 | 0,00010 | 0,00017 | 0,00267 | 0,00018 | 0,00053 | 0,00003 | 0,00018 | 0,00029 | 0,00022 | 0,00006 | 0,00021 | 0,00034 | 0,00016 | 0,00038 |
| ERNT-R-A | 0,00015 | 0,00009 | 0,00005 | 0,00018 | 0,00063 | 0,00010 | 0,00007 | 0,00006 | -0,00001 | 0,00009 | 0,00009 | 0,00010 | 0,00005 | 0,00020 | 0,00012 |
| DLKV-R-A | 0,00008 | -0,00015 | 0,00013 | 0,00053 | 0,00010 | 0,00251 | 0,00000 | 0,00005 | 0,00008 | 0,00019 | 0,00014 | 0,00010 | -0,00006 | 0,00092 | -0,00015 |
| INA-R-A | 0,00008 | 0,00002 | 0,00003 | 0,00003 | 0,00007 | 0,00000 | 0,00057 | 0,00003 | -0,00001 | 0,00001 | 0,00006 | 0,00007 | 0,00010 | 0,00012 | -0,00046 |
| LED-R-A | 0,00005 | 0,00012 | 0,00008 | 0,00018 | 0,00006 | 0,00005 | 0,00003 | 0,00030 | 0,00009 | 0,00005 | 0,00008 | 0,00005 | 0,00004 | 0,00000 | 0,00007 |
| RIVP-R-A | 0,00009 | 0,00010 | 0,00006 | 0,00029 | -0,00001 | 0,00008 | -0,00001 | 0,00009 | 0,00077 | -0,00001 | 0,00022 | 0,00006 | 0,00022 | 0,00025 | 0,00020 |
| ZAB-R-A | 0,00010 | 0,00009 | 0,00006 | 0,00022 | 0,00009 | 0,00019 | 0,00001 | 0,00005 | -0,00001 | 0,00114 | -0,00004 | 0,00008 | 0,00003 | -0,00011 | 0,00001 |
| PODR-R-A | 0,00007 | 0,00009 | 0,00008 | 0,00006 | 0,00009 | 0,00014 | 0,00006 | 0,00008 | 0,00022 | -0,00004 | 0,00044 | 0,00012 | 0,00014 | 0,00023 | 0,00020 |
| KOEI-R-A | 0,00009 | 0,00009 | 0,00008 | 0,00021 | 0,00010 | 0,00010 | 0,00007 | 0,00005 | 0,00006 | 0,00008 | 0,00012 | 0,00031 | 0,00011 | 0,00011 | 0,00013 |
| ARNT-R-A | 0,00009 | 0,00017 | 0,00008 | 0,00034 | 0,00005 | -0,00006 | 0,00010 | 0,00004 | 0,00022 | 0,00003 | 0,00014 | 0,00011 | 0,00072 | 0,00016 | 0,00001 |
| ING-R-A | 0,00018 | 0,00002 | 0,00004 | 0,00016 | 0,00020 | 0,00092 | 0,00012 | 0,00000 | 0,00025 | -0,00011 | 0,00023 | 0,00011 | 0,00016 | 0,00245 | -0,00081 |
| DDJH-R-A | 0,00016 | 0,00000 | 0,00031 | 0,00038 | 0,00012 | -0,00015 | -0,00046 | 0,00007 | 0,00020 | 0,00001 | 0,00020 | 0,00013 | 0,00001 | -0,00081 | 0,00814 |

Izvor: Izračun autora

Nakon izračuna matrice varijanci i kovarijanci izračunavamo efikasnu granicu, koja se u Microsoft Excelu dobiva pomoću opcije SOLVER.

U solveru se rješava problem kojeg matematički možemo zapisati na sljedeći način:

$$\text{Max } E(R_\pi) \qquad (24)$$

uz ograničenja

$$\sigma_\pi \leq c_1$$

$$\sum_{i=1}^{n} \pi_i = 1$$

$$\pi_i \geq 0 \qquad (25)$$

U sljedećem koraku, izračunato je 19 portfelja, koji se nalaze na efikasnoj granici. Razina rizika se kretala od 1,03 % do 2,77%. Prinosi efikasnog portfelja su se kretali od 0,07% do 0,37 %.

U sljedećoj tablici prikazani su udjeli pojedinih dionica, te prinosi i rizici (standardna devijacija) portfelja, koji za određenu razinu rizika imaju maksimalan očekivani prinos.

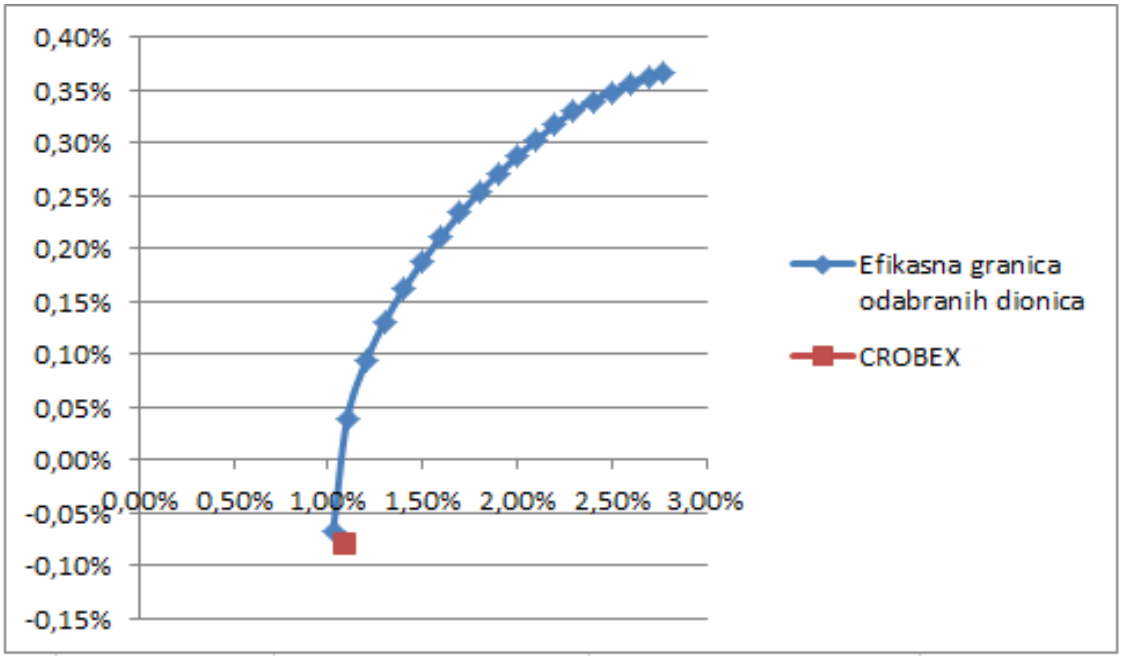
**Tablica 6: Portfelji na efikasnoj granici**

| E(R) | σ | HT-R-A | ADPL-R-A | ATGR-R-A | ATPL-R-A | ERNT-R-A | DLKV-R-A | INA-R-A | LED-R-A | RIVP-R-A | ZAB-R-A | PODR-R-A | KOEI-R-A | ARNT-R-A | ING-R-A | DDJH-R-A |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| -0,07% | 1,03% | 0,10 | 0,02 | 0,19 | 0,00 | 0,05 | 0,01 | 0,12 | 0,19 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,11 | 0,03 | 0,01 | 0,00 |
| 0,04% | 1,10% | 0,12 | 0,00 | 0,14 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,04 | 0,25 | 0,13 | 0,10 | 0,08 | 0,12 | 0,00 | 0,01 | 0,00 |
| 0,09% | 1,20% | 0,13 | 0,00 | 0,05 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,30 | 0,19 | 0,12 | 0,09 | 0,12 | 0,00 | 0,01 | 0,00 |
| 0,13% | 1,30% | 0,10 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,31 | 0,26 | 0,15 | 0,08 | 0,09 | 0,00 | 0,01 | 0,00 |
| 0,16% | 1,40% | 0,06 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,31 | 0,32 | 0,17 | 0,07 | 0,06 | 0,00 | 0,00 | 0,01 |
| 0,19% | 1,50% | 0,02 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,31 | 0,37 | 0,19 | 0,06 | 0,03 | 0,00 | 0,00 | 0,01 |
| 0,21% | 1,60% | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,31 | 0,42 | 0,20 | 0,05 | 0,01 | 0,00 | 0,00 | 0,01 |
| 0,23% | 1,70% | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,29 | 0,48 | 0,21 | 0,01 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,01 |
| 0,25% | 1,80% | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,23 | 0,54 | 0,22 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,01 |
| 0,27% | 1,90% | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,17 | 0,59 | 0,23 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 0,29% | 2,00% | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,11 | 0,64 | 0,24 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 0,30% | 2,10% | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,06 | 0,69 | 0,25 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 0,32% | 2,20% | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,01 | 0,73 | 0,26 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 0,33% | 2,30% | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,79 | 0,21 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 0,34% | 2,40% | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,85 | 0,15 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 0,35% | 2,50% | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,89 | 0,11 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 0,36% | 2,60% | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,94 | 0,06 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 0,36% | 2,70% | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,97 | 0,03 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 0,37% | 2,77% | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 1,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |

Izvor: Izračun autora

Vidljivo je u tablici 6 da postoji samo jedan portfelj na efikasnoj granici, kojem je očekivani prinos negativan, a to je portfelj u kojem je udio dionica HT-a 10%, AD Plastika 2%, Atlantic Grupe 19%, Ericsson Nikola Tesla 5 %, Dalekovoda 1%, INA-e 12%, Leda 19%, Valamar Riviere 5%, Podravke i Zagrebačke banke također 5%, Arenturist 3%, Končar elektoindustrije 11% i Ingre 1 %.

Na temelju prinosa i rizika u prethodnoj tablici, prikazat ćemo efikasnu granicu na grafu.




**Slika 5: Efikasna granica odabranih dionica i pozicija CROBEX-a u odnosu na efikasnu granicu**

Izvor: Izračun autora

Na grafu je vidljivo, da postoji samo jedan portfelj na efikasnoj granici, koji ima negativan prinos. To je efikasan portfelj sa prinosom -0,07%. Također, možemo primjetiti da je efikasni portfelj sa najvećim prinosom onaj sa prinosom od 0,37% i rizikom od 2,77 %.

U tablici 6 se vidi da se taj portfelj s najvećim očekivanim prinosom, ali i najvišom razinom rizika, sastoji od samo jedne dionice, a to je dionica društva Valamar Riviera d.d.

Na grafu je vidljivo da se CROBEX ne nalazi na efikasnoj granici. To nam pokazuje da se primjenom Markowitzeva modela mogu formirati efikasni portfelji sa boljim performansama od tržišnog indeksa CROBEX-a.

Nadalje, u programu IBM SPSS je proveden Kolmogorov – Smirnov test radi provjere normalnosti distribucije cijena na Zagrebačkoj burzi, koja je jedan od uvjeta za prihvaćanje hipoteze o iskoristivosti Markowitzevog modela na Zagrebačkoj burzi.

U tablici 7 prikazani su rezultati testa, koji će nam dati odgovor na pitanje o normalnosti distribucije cijena na Zagrebačkoj burzi, a nakon toga su prikazani histogrami jedne dionice koja ima normalnu distribuciju cijena i jedne dionice koja nema normalnu distribuciju cijena.

**Tablica 7: Kolmogorov-Smirnov test**

| | | CROBEX | HT-R-A | ADPL-R-A | ATGR-R-A |
|---|---|---|---|---|---|
| N | | 104 | 104 | 104 | 104 |
| Normal Parameters[a,b] | Mean | 1738,7971 | 150,934712 | 103,694394 | 885,8180 |
| | Std. Deviation | 74,67737 | 8,2282682 | 13,6881717 | 64,64231 |
| Most Extreme Differences | Absolute | ,055 | ,134 | ,145 | ,122 |
| | Positive | ,055 | ,134 | ,145 | ,122 |
| | Negative | -,048 | -,073 | -,104 | -,086 |
| Kolmogorov-Smirnov Z | | ,563 | 1,371 | 1,481 | 1,246 |
| Asymp. Sig. (2-tailed) | | ,909 | ,046 | ,025 | ,090 |

| | | ATPL-R-A | ERNT-R-A- | DLKV-R-A | INA-R-A |
|---|---|---|---|---|---|
| N | | 104 | 104 | 104 | 104 |
| Normal Parameters[a,b] | Mean | 224,650096 | 1197,560096 | 15,115192 | 3340,9685 |
| | Std. Deviation | 90,6565412 | 159,6240501 | 2,3132325 | 467,81753 |
| Most Extreme Differences | Absolute | ,134 | ,179 | ,119 | ,136 |
| | Positive | ,129 | ,127 | ,090 | ,126 |
| | Negative | -,134 | -,179 | -,119 | -,136 |
| Kolmogorov-Smirnov Z | | 1,365 | 1,823 | 1,216 | 1,387 |
| Asymp. Sig. (2-tailed) | | ,048 | ,003 | ,104 | ,043 |

| | | LED-R-A | RIVP-R-A | ZAB-R-A | PODR-R-A |
|---|---|---|---|---|---|
| N | | 104 | 104 | 104 | 104 |
| Normal Parameters[a,b] | Mean | 8697,707981 | 21,371442 | 37,202981 | 316,077404 |
| | Std. Deviation | 595,5670594 | 2,2823036 | 2,7841653 | 17,1394411 |
| Most Extreme Differences | Absolute | ,072 | ,116 | ,065 | ,073 |
| | Positive | ,072 | ,084 | ,065 | ,073 |
| | Negative | -,054 | -,116 | -,051 | -,040 |
| Kolmogorov-Smirnov Z | | ,738 | 1,184 | ,666 | ,740 |
| Asymp. Sig. (2-tailed) | | ,648 | ,121 | ,768 | ,645 |

| | | KOEI-R-A | ARNT-R-A | ING-R-A | DDJH-R-A |
|---|---|---|---|---|---|
| N | | 104 | 104 | 104 | 104 |
| Normal Parameters[a,b] | Mean | 681,104712 | 336,439038 | 2,822596 | 32,945192 |
| | Std. Deviation | 28,2417283 | 13,2289988 | ,4181443 | 7,7622291 |
| Most Extreme Differences | Absolute | ,074 | ,110 | ,079 | ,129 |
| | Positive | ,074 | ,110 | ,065 | ,129 |
| | Negative | -,046 | -,082 | -,079 | -,076 |
| Kolmogorov-Smirnov Z | | ,754 | 1,122 | ,810 | 1,318 |
| Asymp. Sig. (2-tailed) | | ,621 | ,161 | ,528 | ,062 |

Izvor: Izračun autora

Najbitniji podatak, vezan uz normalnost distribucije jest u posljednjem retku tablice. Ukoliko je ta vrijednost veća od 0,05 tada se prihvaća hipoteza $H_{0,}$ a to znači da ne postoji statistički značajno odstupanje u cijenama odabranih dionica u promatranom periodu tj. dionica ima normalnu distribuciju cijena.

U drugom slučaju ukoliko je vrijednost Asymp.Sig. (2-tailed) manja od 0,05, postoji statistički značajno odstupanje cijena dionica u promatranom periodu i prihvaća se hipoteza $H_1$ dionica nema normalnu distribuciju cijena.

Iz prethodne tablice je vidljivo da 10 od 15 odabranih dionica imaju normalnu distribuciju cijena. CROBEX također ima normalnu distribuciju. Dionice poduzeća koje nemaju normalnu distribuciju su dionice HT-a, AD Plastika, Ericsson Nikola Tesla, Atlantske Plovidbe i INA-e.

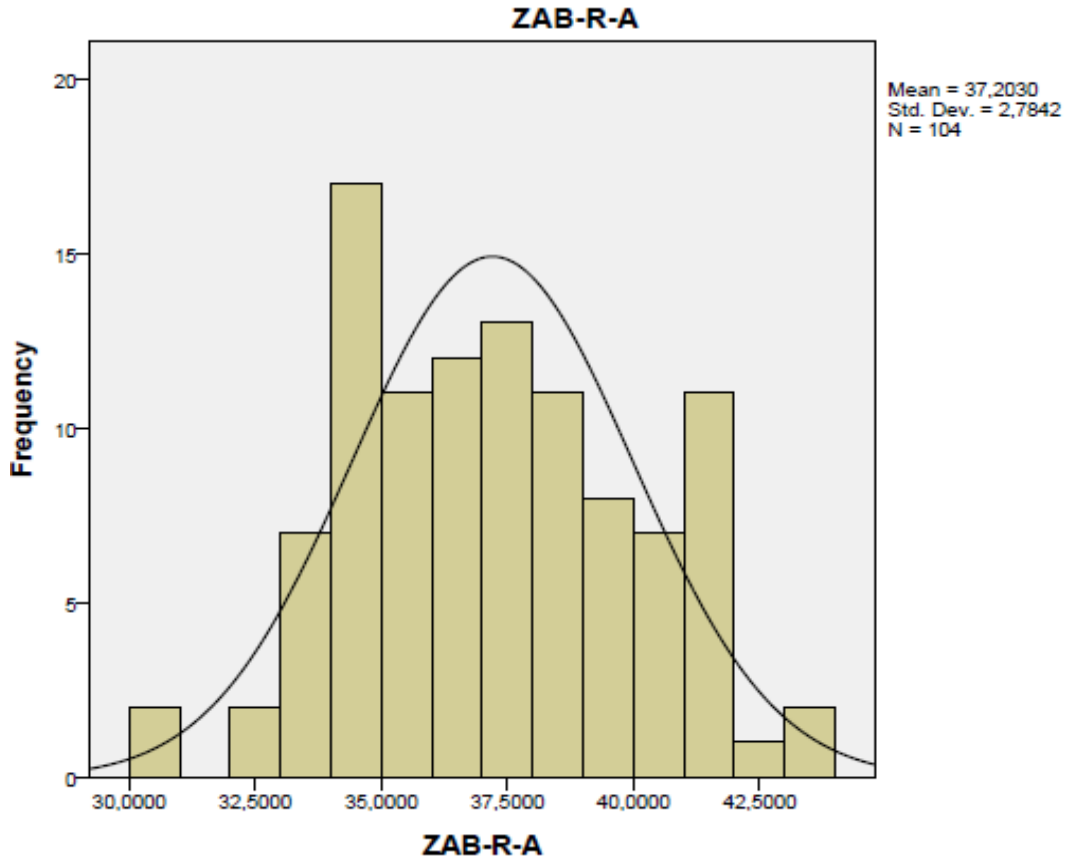
Možemo kazati da je to jedan pozitivan pokazatelj korisnosti Markowitzeva modela na Zagrebačkoj burzi tj. možemo prihvatiti hipotezu da nam unatoč svim ograničenjima tranzicijskog tržišta kapitala u RH, Markowitzev model može pružiti korisne informacije o odnosu prinosa i rizika na hrvatskom tržištu kapitala, iako se za donošenje ozbiljnih investicijskih odluka, ne bi trebalo oslanjati samo na vrijednost prvog i drugog momenta (prinos i rizik), već bi investitori u analizu trebali uključiti veće momente distribucije (asimetričnost i zaobljenost).

Analiza većih momenata distribucije, bolje otkriva i prikazuje nedostatke optimalnog portfelja zbog kojih bi investitor mogao pretrpjeti velike gubitke.

Osim normalnosti distribucije, može se reći da korisnosti upotrebe Markowitzeva modela, kao alata u analizi kretanja cijena na tržištu kapitala u RH doprinosi i liberalizacija tržišta posebno od srpnja 2002.godine, kada je donesen Zakon o tržištu vrijednosnih papira i nakon čega su informacije o dionicama postale transparentne.

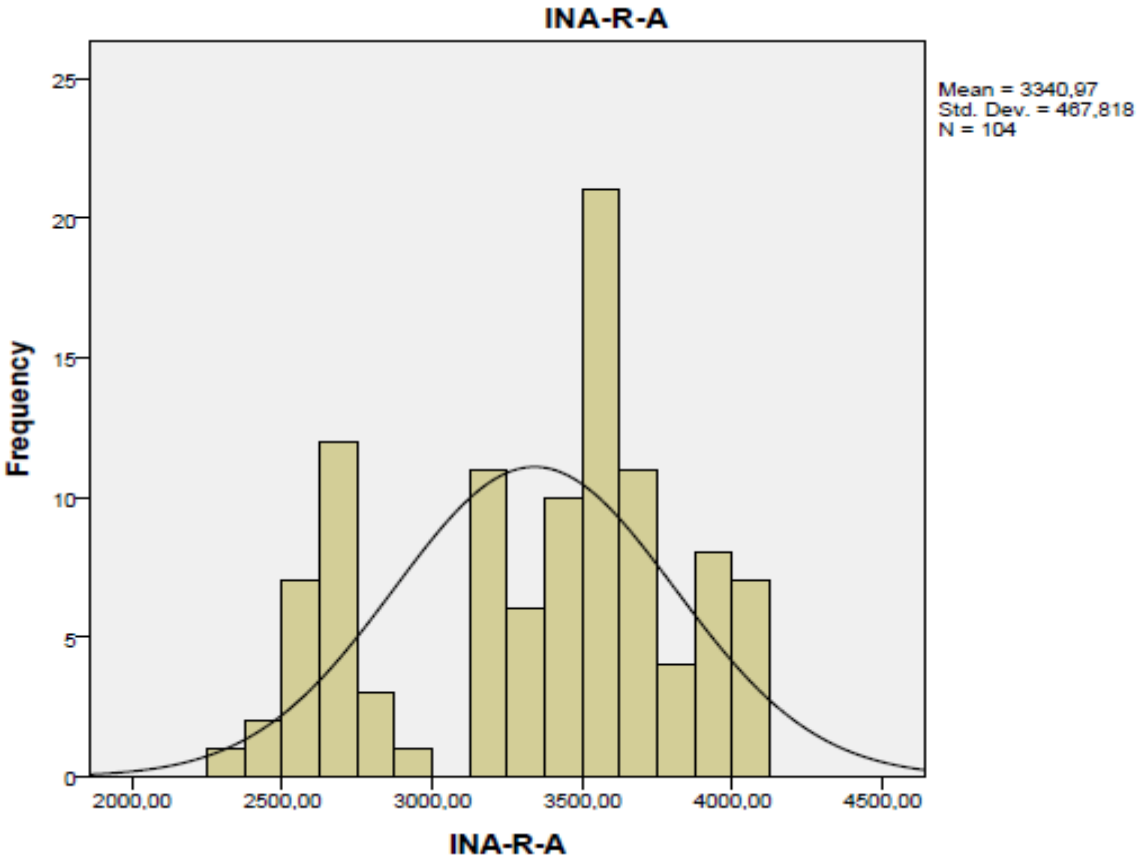
Jedan od ograničavajućih faktora, primjene Markowitzeva modela, je mali broj jakih kompanija i likvidnih dionica, zbog čega se u analizama često koristi CROBEX, kao tržišni portfelj, ali se tu radi o malom broju kompanija koje su uključene u taj burzovni indeks.

Na slijedeća 2 grafa će se prikazati histogram dionice, koja ima normalnu distribuciju cijena, a na drugom grafu histogram distribucije koja nema normalnu distribuciju cijena.




**Slika 6: Histogram dionice Zagrebačke banke (normalna distribucija cijena)**

Izvor: Prikaz autora




**Slika 7: Histogram dionice INA-e (dionica nema normalnu distribuciju)**

Izvor: Prikaz autora

Koeficijent beta je pokazatelj sistemskog rizika, kojega nije moguće odstraniti dodatnom diverzifikacijom portfelja. Beta se izračunava omjerom kovarijance prinosa dionice i tržišta ( u ovom slučaju se koristi CROBEX) i varijance tržišta tj. u konkretnom slučaju CROBEXA.

$$\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2} \quad (26)$$

U tablici 8 je izračunat dvotjedni prosječan prinos CROBEX-a i 15 odabranih dionica, te varijanca i standardna devijacija.

**Tablica 8: Prosječan dvotjedni prinos i rizičnost za CROBEX i 15 odabranih dionica**

| | CROBEX | HT-R-A | ADPL-R-A | ATGR-R-A | ATPL-R-A | ERNT-R-A- | DLKV-R-A | INA-R-A | LED-R-A | RIVP-R-A | ZAB-R-A | PODR-R-A | KOEI-R-A | ARNT-R-A | ING-R-A | DDJH-R-A |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **E(R)** | -0,12% | 0,19% | -0,78% | -0,09% | -1,87% | -0,76% | -0,07% | -0,51% | -0,34% | 0,92% | 1,13% | -0,15% | -0,06% | -0,26% | 0,84% | -2,19% |
| **σ2** | 0,00025 | 0,00066 | 0,00382 | 0,00075 | 0,00248 | 0,00104 | 0,00403 | 0,00069 | 0,00032 | 0,00240 | 0,00264 | 0,00121 | 0,00059 | 0,00165 | 0,00647 | 0,02400 |
| **σ** | 1,59% | 2,56% | 6,18% | 2,74% | 4,98% | 3,22% | 6,35% | 2,63% | 1,80% | 4,90% | 5,14% | 3,47% | 2,43% | 4,06% | 8,04% | 15,49% |

Izvor: Izračun autora

Sljedeći korak je izračun kovarijance svake od 15 odabranih dionica i CROBEX-a. Nakon toga stavljajući u omjer kovarijancu svake pojedine dionice i CROBEX-a i varijancu CROBEX-a dobivamo betu.

**Tablica 9: Izračunata beta za odabrane dionice**

| | HT-R-A | ADPL-R-A | ATGR-R-A | ATPL-R-A | ERNT-R-A- | DLKV-R-A | INA-R-A | LED-R-A | RIVP-R-A | ZAB-R-A | PODR-R-A | KOEI-R-A | ARNT-R-A | ING-R-A | DDJH-R-A |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Kovarijanca** | 0,0002703 | 0,0004145 | 0,0002036 | 0,0003172 | 0,0001446 | 0,0002125 | 0,0001267 | 0,0000756 | 0,0004336 | 0,0001317 | 0,0003318 | 0,00025 | 0,0003074 | 0,0000183 | 0,0004791 |
| **Beta (β)** | 1,07 | 1,6469 | 0,8090 | 1,2603 | 0,5747 | 0,8445 | 0,5033 | 0,3003 | 1,7230 | 0,5232 | 1,3182 | 0,9983 | 1,2214 | 0,0729 | 1,9035 |

Izvor : Izračun autora

Beta dionice HT-R-A (dionica Hrvatskog Telekoma d.d.) je 1,07 što nam pokazuje da će u slučaju pozitivnih trendova na tržištu i rasta CROBEX-a od 1%, rasti u istom smjeru i dionica HT-a i to za 7% više, ali isto tako u slučaju negativnih trendova na tržištu i pada CROBEX-a za 1 % vrijednost dionice padat će za 7 posto brže od vrijednosti burzovnog indeksa. Ovaj koeficijent od 1,07 pokazuje i da je sistemski rizik dionice HT-a veći od sistemskog rizika tržišnog portfelja pa se može reći da je ulaganje u dionicu HT-a agresivna investicija.

Dionica sa najvišom betom je dionica Đure Đakovića d.d. (DDJH-R-A). Beta dionice iznosi 1.9035. To znači da će se dionica kretati proporcionalno sa indexom CROBEX i to 1.9 puta brže nego vrijednost indexa. Dionica je s obzirom na beta koeficijent najrizičnija i može donijeti i najveću dobit u slučaju pozitivnih trendova na tržištu, ali također u slučaju negativnih trendova donijet će investitoru najveće gubitke.

Međutim, mora se naglasiti, da postoje određeni ograničavajući faktori pouzdanosti beta koeficijenta.

Prvi ograničavajući faktor u ovom istraživanju je prekratak povijesni vremenski period iz kojega se uzimaju podatci za izračun beta koeficijenta.

Za donošenje investicijskih i financijskih odluka na tržištima u tranziciji, izračun bete trebao bi koristiti podatke u periodu od minimalno 5 godina, a u ovom istraživanju je uzet period od dvije godine. Kako beta koeficijent, mjeri izloženost dionice sistemskom riziku, tako je u srednjem i dugom roku vrijednost beta koeficijenta stabilnija, jer se promjene na financijskim tržištima događaju sporije.

Drugi ograničavajući faktor je korištenje CROBEX-a kao tržišnog porfelja, iz razloga što se on sastoji od malog broja dionica i to utječe na pouzdanost procjene beta koeficijenta.

Može se također primjetiti da je standardna devijacija kod svih dionica višestruko veća od očekivanih prinosa (postoji velika varijabilnost prinosa).

Ova ograničenja nas sputavaju u donošenju preciznog zaključka, da li je na tržištima kapitala u tranziciji beta koeficijent u direktnoj vezi sa prosječnim prinosom. Odnosno, da li se na temelju beta koeficijenta mogu donositi precizne investicijske odluke.

# 5. ZAKLJUČAK

Svakom investitoru je glavni cilj, da uz minimalan rizik postigne maksimalnu dobit. Na tržištu kapitala postoje određeni alati, koji omogućavaju investitoru da unaprijed odredi, tj. na neki način prognozira koje investicije će mu donijeti maksimalan povrat, ali da se ne izlaže pretjeranoj opasnosti od ulaganja. Naravno, strategija svakog pojedinog investitora će se razlikovati ovisno o njegovoj spremnosti na izlaganje višim razinama rizika, ali naravno i o njegovoj želji za maksimiziranjem prinosa.

Namjera u ovom radu je bila istražiti mogu li se neki osnovni modeli, koji su na razvijenim tržištima kapitala poznati i korišteni već desetljećima korisno primjeniti na hrvatskom tržištu kapitala, koje je tranzicijsko i nema pretjerano dugu i intenzivnu povijest.

Naglasak u radu je bio na Markowitzevom modelu koji je osnovni model optimizacije portfelja i koji može pomoći investitoru u njegovoj odluci o investiranju u određene vrijednosnice na tržištu kapitala. Međutim, na manje razvijenim tranzicijskim tržištima postoje određena ograničenja i u ovom radu je trebalo istražiti, utječu li ta ograničenja na efikasnu primjenu Markowitzeva modela.

U empirijskom dijelu rada, glavni alat je bio Microsoft Excel, u kojem su se na temelju cijena dionica koje su sastavnice CROBEX-a izračunavali svi potrebni parametri Markowitzevog modela.

Naravno, na tranzicijskom i ne pretjerano razvijenom tržištu kapitala kao što je hrvatsko postoje brojna ograničenja za kvalitetnu analizu, kao što je mali broj izlistanih dionica, slaba diverzifikacija, nelikvidnost dionica, distribucija cijena dionica koja većinom odstupa od normalne.

Međutim, koristeći se Markowitzevim modelom moguće je odrediti efikasnu granicu i portfelje koji se nalaze na efikasnoj granici, a koji imaju bolje performanse od tržišnog indeksa CROBEX-a. To nam pokazuje da se Markowitzev model može primjeniti na Zagrebačkoj burzi.

Ono što dokazuje iskoristivost Markowitzeva modela na Zagrebačkoj burzi je normalna distribucija cijena na 10 od 15 odabranih dionica u analizi. To nas dovodi do zaključka da se hipoteza o iskoristivosti Markowitzeva modela na tržištu kapitala u RH može prihvatiti, iako, da bi se donijele optimalne investicijske odluke investitor bi trebao provesti analizu većih

momenata distribucije (asimetričnost i zaobljenost), jer će mu ta analiza bolje prikazati nedostatke optimalnog portfelja koji bi mu mogli donijeti velike gubitke.

Unatoč neispunjenim pretpostavkama na tranzicijskim tržištima poput tržišta RH, Markowitzev model daje dobre informacije o odnosu prinosa i rizika na tržištu kapitala i možemo prihvatiti prvu hipotezu.

Također, u radu se spominje i CAPM model, te pokazatelj sistemskog rizika beta, čijim smo izračunom dobili uvid o tome, kako se pojedina odabrana dionica kreće u zavisnosti sa CROBEX-om.

Međutim, također zbog postojanja ograničenja specifičnih za tranzicijska tržišta, koeficijent beta se od strane investitora ne može uzeti kao značajan faktor prilikom odluke o investiranju. Ta ograničenja su: prekratak vremenski period promatranja cijena, nedostatci CROBEX-a u smislu malog broja likvidnih dionica velikih poduzeća koje ga čine.

Brojna prethodna istraživanja su pokazala da beta može dati određeni uvid, u samu karakteristiku dionice, međutim teško se može dokazati direktna veza, između prinosa i koeficijenta bete, na temelju kojega možemo betu koristiti u ozbiljnoj financijskoj i investicijskoj analizi. Beta je mjera sustavnog rizika i u tablici 9 vidimo da dionica Đure Đakovića (DDJH-R-A) ima najvišu vrijedno 1,9035.

To znači da će vrijednost dionice rasti najbrže od svih odabranih dionica u odnosu na tržišni indeks i obrnuto, imat će najveći pad ukoliko padne vrijednost tržišnog indeksa.

Ukoliko se vratimo na tablicu 4 vidimo da dionica Đure Đakovića ima najveću standardnu devijaciju u posljednje dvije godine u usporedbi sa odabranim dionicama. Tjedna cijena te dionice je najviše varirala.

Ono što se ne može odbaciti jest da je beta mjera sustavnog rizika na tržištu kapitala i da kao takva daje određene informacije o dionici i o njenoj zavisnosti sa tržištem kapitala. Zbog toga možemo prihvatiti hipotezu da beta daje korisne informacije o dionici, te da je dobar indikator sustavnog rizika iako se na nju ne možemo sa sigurnošću osloniti pri donošenju investicijskih odluka.

# LITERATURA


1. Aljinović Z., Marasović B. (2006.): Matematički modeli u financijskom upravljanju, Split: Sveučilište i Splitu, Ekonomski fakultet Split.
2. Aljinović Z., Marasović B.,Šego B. (2008): Financijsko modeliranje, Split: Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split.
3. Bahovec, V., Škrinjarić, T. ( 2013.): Mogućnost optimizacije portfelja na Zagrebačkoj burzi uz pomoć odabranih metoda multivarijantne analize, Ekonomski pregled, Vol.64, No. 1, pp. 3-29.
4. Bendeković, D. (2002.): Pristupi procjeni rizika i povrata kod ulaganja u obične dionice, ekonomski pregled, str. 1292.
5. Benić, V., Franić, I. (2008.): Komparativna analiza likvidnosti tržišta kapitala Hrvatske i zemalja regije, Financijska teorija i praksa 32 (4), str. 481.-502.
6. Benninga S. (2000.): Financial Modeling, the MIT press, London.
7. Ćurković, M. (2012.): Utjecaj svjetske financijske krize na formiranje multisektorskih-diverzificiranih optimalnih portfelja pomoću Markowitzeve teorije na Zagrebačkoj burzi, Zagreb: Sveučilište u Zagrebu, Ekonomski fakultet Zagreb.
8. Foley, B. J. (1998.): Tržišta kapitala, MATE, Zagreb.
9. Fruk, M., Huljak, I. (2004.): Testiranje Sharpe-Lintnerova modela na Zagrebačkoj burzi, Financijska teorija i praksa (1332-3970) 28 (2004),1,pp 77-91.
10. Jakšić, S. (2007.): Primjena Markowitzeve teorije na tržište dionica Zagrebačke burze, Zbornik Ekonomskog fakulteta u Zagrebu, Vol. 5, No.1, pp. 331-344.
11. Jerončić, M., Aljinović, Z. (2011.): Formiranje optimalnog portfelja pomoću Markowitzevog modela uz sektorsku podjelu kompanija, Ekonomski pregled, Vol 62, No. 9-10, pp. 583-606.
12. Kunovac, D. (2010.): Asimetrične korelacije na tržištu kapitala u Hrvatskoj, Odabrani prijevod br.7/17, Institut za javne financije,str.1-24.
13. Markowitz, H., M.. (1991.): Foundations of Portfolio Theory,The Journal of Finance, Vol. 46, No.2, pp. 469-477.
14. Mishkin, F. S. i Eakins, S .G. (2005.): Financijska tržišta + institucije, Mate.
15. Orsag, S. (1997.): Financiranje emisijom vrijednosnih papira, Rifin, Zagreb.
16. Orsag, S. (2011.): Vrijednosni papiri, Investicije i instrumenti financiranja, Revicon, Sarajevo.

17. Radović, M., Vasiljević, A. (2012.): Stabilnost beta koeficijenta za najlikvidnije dionice na tržištu kapitala u Srbiji u periodu 2006.-2011. godina, Ekonomske teme, Sveučilište u Nišu, Ekonomski fakultet Niš, str. 415.-432.
18. Saunders, A., Cornett, M.M. (2006.): Financijska tržišta i institucije, II izdanje, Masmedia d.o.o., Poslovni dnevnik, Zagreb.
19. Škrinjarić, T., Šostarić, N. (2014.): Komplementarnost metodologije Markovljevih lanaca i Markowitzeva modela optimizacije portfelja, Ekonomska misao i praksa, str. 353.-370.
20. Vidučić, Lj., Pepur S., Šarić Šimić, M. (2015.) : Financijski menadžment, RRiF plus, Zagreb.
21. Latković, M.,(2001.):Nesinhrono trgovanje i proračun sistematskog rizika, Agencija za nadzor mirovinskih fondova i osiguranja,Zagreb

Internet stranice:

22. http://zse.hr/ (15.09.2016.)
23. http://www.poslovni.hr/(01.09.2016.)
24. http://limun.hr/ (03.09.2016.)
25. http://www.investopedia.com/ (01.09.2016.)

# POPIS SLIKA

Slika 1:Struktura tržišta kapitala ..... 9
Slika 2:Tržišni i nesistemski rizik ..... 16
Slika 3: Skup mogućih portfelja ..... 23
Slika 4: Skup minimalne varijance i efikasna granica ..... 24
Slika 5: Efikasna granica odabranih dionica i pozicija CROBEX-a u odnosu na efikasnu granicu ..... 37
Slika 6: Histogram dionice Zagrebačke banke (normalna distribucija cijena) ..... 40
Slika 7: Histogram dionice INA-e (dionica nema normalnu distribuciju) ..... 41

# POPIS TABLICA

Tablica 1: Dionice sastavnice CROBEXA ..... 28
Tablica 2: Pregled zaključnih tjednih cijena dionica ..... 32
Tablica 3: Tjedni prinos odabranih dionica ..... 33
Tablica 4: Očekivani prinos i rizik mjeren varijancom odnosno standardnom devijacijom ..... 34
Tablica 5: Matrica varijanci i kovarijanci ..... 35
Tablica 6: Portfelji na efikasnoj granici ..... 36
Tablica 7: Kolmogorov-Smirnov test ..... 38
Tablica 8: Prosječan dvotjedni prinos i rizičnost za CROBEX i 15 odabranih dionica ..... 42
Tablica 9: Izračunata beta za odabrane dionice ..... 42

# SAŽETAK

U prvom dijelu rada, navedene su osnovne značajke tržišta kapitala i njegova podjela u užem i širem smislu.

Također, objašnjen je i pojam burze, te se u ukratko opisao razvoj Zagrebačke burze i navele su se njene značajke. Zatim su objašnjene dionice, vrste dionica i dionički portfelj kao temeljni pojmovi o kojima će se istraživati u drugom dijelu rada.

U drugom dijelu rada, navele su se teorijske postavke Markowitzevog modela, i objašnjeni su pojmovi efikasne granice i CAPM modela.

U sljedećem poglavlju, navedene su karakteristike odabranih dionica korištenih u analizi, te razlozi njihovog odabira, nakon čega se krenulo ka izračunu parametara korištenih u analizi korisnosti Markowitzeva modela i koeficijenta bete na Zagrebačkoj burzi.

Analiza se provodila u programu Microsoft Excel, te u programu IBM SPSS.

Na temelju cijena dionica na Zagrebačkoj burzi, formirana je efikasna granica, ispitana je normalnost distribucije cijena, te je izračunat i protumačen koeficijent beta.

U samom zaključku, navedeni su rezultati istraživanja, te su objašnjeni razlozi prihvaćanja ili odbacivanja hipoteza.

Ključne riječi: Markowitzev model, CAPM model, koeficijent beta

# SUMMARY

In the first part of this thesis, basic features of financial capital market have been introduced, as well as its breakdown structure.

Secondly, the term stock market is explained, the development of Zagreb stock market and its major features is described. Terms such as shares, share types and equity portfolio are mentioned as fundamental notions underlying the research processed in the thesis.

Furthermore, theoretical postulates of Markowitz model have been introduced in the second part of the thesis, as well as efficient frontier and CAPM model.

In the next chapter, characteristics of shares used in analysis and reasons of choosing them have been mentioned, followed by calculation of parameters relevant for utility analysis of Markowitz model and beta coefficient at the Zagreb stock market.

Based on the share prices at the Zagreb stock market, efficient frontier is defined and the normality of the price distribution evaluated. Beta coefficient is calculated and interpreted.

In conclusion, final results of research are presented, and reasons for acceptance or rejection of hypothesis are explained.

Software used for analysis: Microsoft Excel; IBM SPSS.

Keywords: Markowitz model, CAPM model, beta coefficient