Mjerenje zračenja crnog tijela

Roje, Paško

Undergraduate thesis / Završni rad

2018

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Split, University of Split, Faculty of science / Sveučilište u Splitu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:166:870266

Rights / Prava: Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International/Imenovanje-Nekomercijalno-Bez prerada 4.0 međunarodna

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-28**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Science

zir.nsk.hr

UNIVERSITY OF SPLIT

dabar

DIGITALNI AKADEMSKI ARHIVI I REPOZITORIJI

SVEUČILIŠTE U SPLITU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET

Završni rad

Mjerenje zračenja crnog tijela

Paško Roje

Split, rujan 2018.

SVEUČILIŠTE U SPLITU
PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET

Sveučilišni preddiplomski studij Fizika

Završni rad

Mjerenje zračenja crnog tijela

Paško Roje

Mentor: **prof. / izv. prof. / doc. dr. sc. Ante Bilušić**

Ocjena završnog rada: _____

Povjerenstvo: 1. _____

2. _____

3. _____

Datum polaganja: _____

Split, rujan 2018.

Zahvale

Zahvaljujem mentoru prof. dr. sc. Anti Bilušiću sa Prirodoslovno-matematičkog fakulteta u Splitu koji mi je pomogao približiti koncepte rada uređaja korištenog u ovom završnom radu te pojasniti osnovnu metodologiju i pristup eksperimentalnom utvrđivanju Planckovog zračenja. Također zahvaljujem na pomoći pri odabiru teme završnog rada.

Zahvaljujem i prof. dr. sc. Ivici Avianiju na pruženoj pomoći te savjetima pri samom izračunu Planckove konstante.

Zahvaljujem Tonćiju Čakariću bacc. phys. na iznimnom tehničkom znanju, pomoći pri popravku uređaja korištenog u ovom završnom radu te na savjetima pri provedbi mjerenja.

Sažetak

Krajem 19. stoljeća, ultraljubičasta katastrofa bila je jedna od glavnih okidača velikih promjena u poimanju fizike mikrosvijeta. Klasične teorije nisu bile dostatne u rješavanju problema moderne fizike. Rayleigh–Jeansov zakon predstavlja klasičnu teoriju zračenja crnog tijela koja u domenama viših frekvencija daje divergentne nefizikalne izraze za izračenu energiju crnog tijela. Velike promjene dolaze s idejama kvantne fizike, odnosno kvantizacijom energije koja dopušta precizni opis zračenja crnog tijela dan Planckovim distribucijskim funkcijama. Cilj ovog rada jest osposobiti aparaturu potrebnu za mjerenje zračenja crnog tijela te eksperimentalno utvrditi da se zračenje crnog tijela odnosno žarulje ponaša prema Planckovom zakonu.

U ovom radu pažnju stavljam na praktični dio osposobljavanja uređaja te provedbu i numeričku analizu dobivenih podataka. Iz provedenih mjerenja zračenja crnog tijela pri raznim temperaturama želim inteprolacijskim metodama dobiti kontinuirane ovisnosti detektirane struje o valnim duljinama iz kojih bih zaključio slažu li se dobiveni podatci s teorijom.

Sadržaj

Zahvale **i**

Sažetak **ii**

Uvod **1**

1 Materijali i metode **3**
1.1 Teoretska podloga 3
1.2 Mjerni uređaj i provedba eksperimenta 5

2 Mjerenja i rezultati **9**
2.1 Zračenje žarulje 9
2.2 Diode poznatih valnih duljina 11
2.3 Obrada podataka 12

3 Diskusija **18**

4 Zaključak **20**

Popis literature **21**

Uvod

1900. godine Lord Kelvin održao je predavanje naslovljeno *'Nineteenth-Century Clouds over the Dynamical Theory of Heat and Light'* gdje se *oblaci* referiraju na problem crnog tijela i Michelson-Morleyev eksperiment. Problem crnog tijela time postaje jedan od prvih nagovještaja moderne fizike. Crno tijelo se odnosi na idealno tijelo koje u potpunosti apsorbira elektromagnetsko zračenje neovisno o frekvenciji samog zračenja. U osnovi, bilo koje tamno kruto tijelo može se aproksimirati crnim tijelom. Njemački fizičar Gustav Robert Kirchhoff ustanovio je da zagrijano crno tijelo i emitira elektromagnetsko zračenje svih frekvencija - kontinuirani spektar. Crno tijelo kao takvo predstavlja idealni apsorber i idealni emiter elektromagnetskog zračenja. Wilhelm Wien i Otto Lummer prvi su pokazali kako aproksimirati model idealnog crnog tijela. Pokazano je da se šuplje tijelo stijenki jednolike temperature ponaša kao crno tijelo ukoliko na površini ima mali otvor koje djeluje kao izvor zračenja. Ukoliko vanjsko zračenje uđe u šupljinu kroz otvor, ono se nastavlja reflektirati od stijenke pri čemu gubi svoju energiju. Samim time, bilo koje upadno zračenje u aproksimaciji ne izlazi iz šupljine čime se ona može shvatiti kao idealni apsorber.

Lord Rayleigh i James Jeans razradili su problem zračenja crnog tijela iz perspektive klasične statističke mehanike. Promatranjem elektromagnetskih valova u šupljini te njihovih modova, izračunali su broj mogućih modova po volumenu koji mogu postojati u šupljini. Pozivajući se na ekviparticijski teorem po kojem svaki stupanj slobode ima doprinos od $k_BT/2$ u energiji, došli su do izraza za gustoću izračene energije u ovisnosti o valnoj duljini i temperaturi:

$$u(\lambda, T) = \frac{8\pi k_B T}{\lambda^4}$$

Prethodni izraz naziva se Rayleigh-Jeansov zakon koji se s eksperimentalnim opažanjima dobro slaže tek u domeni nižih frekvencija odnosno većih valnih duljina. Za više frekvencije prethodni izraz daje divergirajuće nefizikalne iz-

nose gustoće energije. Upravo se ova kontradikcija teoretskih i eksperimentalnih rezultata naziva ultraljubičasta katastrofa [1].

Max Planck ponovio je proceduru Rayleigh-Jeansovog izvoda uz premisu kvantiziranosti energije harmoničkih oscilatora iz čega je izračunao srednju energiju jednog moda. Planckov izraz za gustoću izračene energije u ovisnosti o valnoj duljini i temperaturi

$$u(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{[\exp(\frac{hc}{k_B \lambda T}) - 1]\lambda^5}$$

jako precizno opisuje rezultate eksperimenata za sve frekvencije [2]. Vidimo da prethodni izraz ne divergira u beskonačnost kada se radi o jako malim valnim duljinama.

Cilj ovog rada jest popravak i osposobljavanje uređaja korištenog za mjerenje zračenja crnog tijela te mjerenjem zračenja žarulje u ovisnosti o temperaturi odnosno snazi potvrditi da je zračenje u skladu s teorijom odnosno Planckovim distribucijskim funkcijama.

Poglavlje 1

Materijali i metode

Potrebna teoretska podloga i pristup problemu, korišteni uređaji i popravci te metodologija samih mjerenja i obrade rezultata bit će detaljnije opisana u sljedećim potpoglavljima.

1.1 Teoretska podloga

Temelji Planckovog opisa zračenja crnog tijela leže u kvantnim postulatima odnosno u kvantiziranosti energije. Promotrimo li jednadžbu ravnog vala

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{A}e^{i(\mathbf{kr}-\omega t)} = a_{\mathbf{k}}(t)e^{i\mathbf{kr}} \tag{1.1}$$

gdje su $\mathbf{A}$ amplituda, $\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\hat{\mathbf{k}}$ valni vektor, $\mathbf{r}$ položaj, ω kutna frekvencija i t vrijeme, vidimo da vremenska komponenta zadovoljava jednadžbu harmoničkog oscilatora:

$$\ddot{a_{\mathbf{k}}} = -\omega^2 a_{\mathbf{k}} \tag{1.2}$$

S obzirom da se pravi elektromagnetski val sastoji od mnoštva ravnih valova raznih valnih vektora, elektromagnetsko zračenje može se zamisliti kao skup harmoničkih oscilatora raznih frekvencija (valnih brojeva):

$$E(\mathbf{r},t) = \sum_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}(t)e^{i\mathbf{kr}} \tag{1.3}$$

Uzme li se u obzir kvantiziranost energije harmoničkog oscilatora gdje svako pobuđenje harmoničkog oscilatora EM zračenja odgovara fotonu energije $\hbar\omega$ može se doći do izraza za ukupnu energiju EM zračenja koje se nalazi u termodinamičkoj ravnoteži s okolinom:

$$U_{EM} = 2\sum_{\mathbf{k}} \frac{\hbar\omega_{\mathbf{k}}}{e^{\frac{\hbar\omega_{\mathbf{k}}}{k_B T}} - 1} \tag{1.4}$$

gdje je $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ reducirana Planckova konstanta, k_B Boltzmannova konstanta i T temperatura [2]. Prelaskom sa sumacije po valnim vektorima na integraciju po frekvencijama dobije se Planckova raspodjela gustoće energije po frekvencijama dana izrazom:

$$u(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1} \tag{1.5}$$

Jednadžba (1.5) predstavlja polazišnu točku u opisivanju zračenja crnog tijela, a u ovom radu korisniji oblik jednadžbe (1.5) jest onaj koji daje intenzitet zračenja po prostornom kutu za neku valnu duljinu λ i temperaturu T:

$$B_\lambda(\lambda, T) = \frac{2hc}{\lambda^3} \frac{1}{e^{\frac{hc}{k_B T\lambda}} - 1} \tag{1.6}$$

Intenzitet zračenja nam govori o broju emitiranih fotona pri nekoj valnoj duljini i temperaturi te je proporcionalan broju upadnih fotona na fotodiodu. Samim time je detektirana struja I na fotodiodi proporcionalna intenzitetu zračenja:

$$I \sim K(\lambda) \frac{1}{e^{\frac{hc}{k_B T\lambda}} - 1} \tag{1.7}$$

Jednadžba (1.7) omogućava nam da za neku konstantnu valnu duljinu λ promatramo odnos dobivenih struja na fotodiodi i temperature tijela čije zračenje mjerimo. Uzmemo li odnos dviju struja izmjerenih na fotodiodi I_1 i I_2 za konstantnu valnu duljinu vidimo da ovise samo o eksponencijalnom dijelu jednadžbe (1.7):

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{e^{\frac{hc}{k_B T_2\lambda}} - 1}{e^{\frac{hc}{k_B T_1\lambda}} - 1} \approx \frac{e^{\frac{hc}{k_B T_2\lambda}}}{e^{\frac{hc}{k_B T_1\lambda}}} \tag{1.8}$$

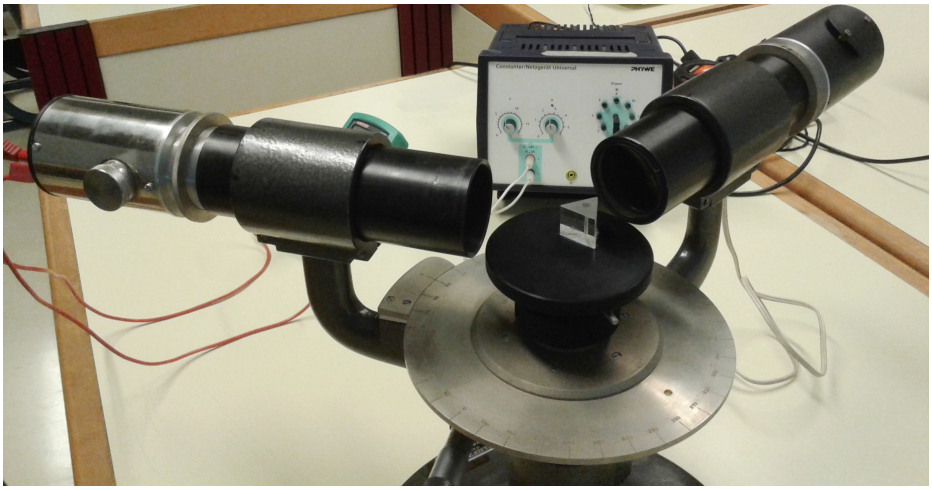
gdje aproksimacija vrijedi za vidljivi dio EM spektra (Dryzek i Ruebenbauer, 1991)[3]. Samim time prethodne jednadžbe možemo napisati u linearnom obliku gdje umjesto odnosa mjerene struje o temperaturi žarulje promatramo odnos mjerene struje o snazi žarulje. Prema Stefan-Boltzmannovom zakonu snaga zračenja direktno je proporcionalna četvrtoj potenciji temperature. Temperaturu žarulje prema tome izražavam kao $T = t \cdot P^{\frac{1}{4}}$ gdje je t koeficijent proporcionalnosti a P snaga struje kroz žarulju.

$$\ln(I) = \ln(K) - \frac{hc}{k_B t\lambda} \cdot \frac{1}{P^{\frac{1}{4}}} \tag{1.9}$$

Jednadžba (1.9) daje linearnu vezu prirodnog logaritma mjerene struje i recipročne vrijednosti četvrtog korijena snage struje kroz žarulju. Radi se o ovisnosti oblika $y = ax + b$ gdje su $x = P^{-\frac{1}{4}}$ i $y = \ln(I)$ mjerene vrijednosti, a koeficijente $a = -\frac{hc}{k_B t\lambda}$ i $b = \ln(K)$ pronalazim metodom najmanjih kvadrata.

1.2 Mjerni uređaj i provedba eksperimenta

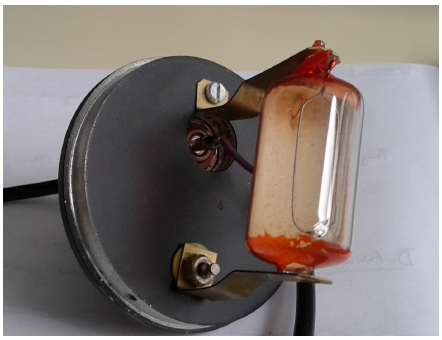
Kako bi se provela analiza spektra crnog tijela, glavna aparatura u osnovi treba imati četiri komponente: izvor zračenja, prizmu ili optičku rešetku za difrakciju upadne svjetlost, fotodetektor te goniometar.



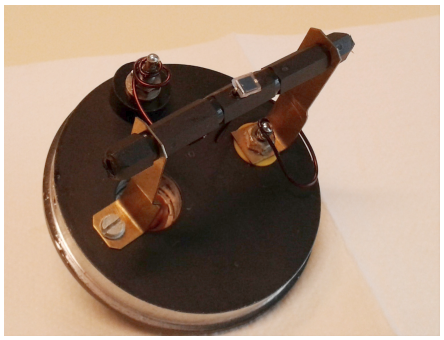
Slika 1.1: Mjerni uređaj - slijeva detektor, prizma, izvor zračenja.

Izvor zračenja, a samim time i ulogu crnog tijela u ovom radu ima standardna žarulja za automobil koja se nalazi u zatvorenoj crnoj šupljini. Izračena svjetlost žarulje na putu do prizme prolazi kroz prorez čime se simulira točkasti izvor. Propuštena svjetlost nadalje prolazi kroz sustav leća koje dodatno usmjeravaju zrake svjetlosti na prizmu. Držak izvora svjetlosti nepomičan je u odnosu na ostatak aparature i kutnu skalu. U sredini aparature nalazi se kvarcna prizma na pomičnom stalku. Sama prizma nije centrirana u odnosu na svoj stalak što ne predstavlja problem jer jednom kad se pronađe optimalni relativni položaj prizme i izvora svjetlosti, stalak prizme se učvrsti i ne mijenja tijekom provedbe eksperimenta. Detektor se nalazi duboko unutar šuplje cijevi s pomičnim pregradama za kontroliranje efektivne površine detektora. Držak konstrukcije detektora je pomičan te uz pomoć vijka možemo postići male pomake preciznosti $0.01°$. Mjerni uređaj u ovakvoj konfiguraciji omogućava nam mjerenje ovisnosti dobivene struje o kutu. Kako bih dobio ovisnost dobivene struje o valnoj duljini upadne svjetlosti, kutnu skalu potrebno je baždariti uz pomoć dioda poznatih valnih duljina.

Međutim prije same provedbe mjerenja trebalo je osposobiti odnosno zamijeniti neispravni fotodetektor. Svrhu fotodetektora imala je fotoelektrična vakuumska cijev (eng. *phototube*) koja radi na principu fotoelektričnog efekta (slika 1.2). Upadno EM zračenje izbija elektrone iz katode koji su zatim privučeni anodi.

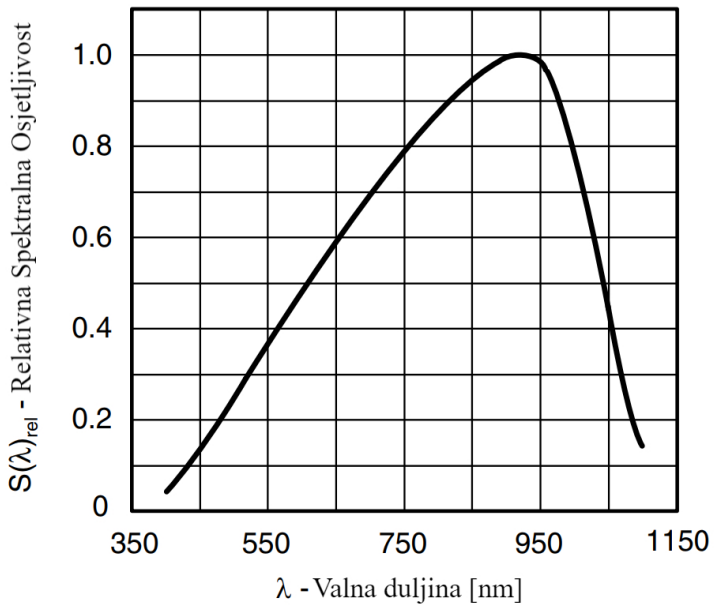


Slika 1.2: Fotoelektrična vakuumska cijev.



Slika 1.3: BPW34 fotodioda.

Kao zamjenu koristimo PIN fotodiodu BPW34 (slika 1.3) koja radi na principu stvaranja elektron-šupljina parova u osiromašenom području PN spoja. Fotodioda je montirana na plastični stalak a ostatak konstrukcije je nepromijenjen. Korištena fotodioda efektivna je u području vidljive svjetlosti i dijelom u infracrvenom području EM spektra, međutim osjetljivost varira s valnom duljinom i dana je na slici 1.4.



Slika 1.4: Ovisnost relativne spektralne osjetljivosti BPW34 fotodiode o valnoj duljini upadne svjetlosti. (Vishay Semiconductors, 2011)[4].

Struje mjerene s fotodiode treba korigirati u odnosu na osjetljivost fotodiode kako bismo dobili vrijednosti koje bi odgovarale onima da je fotodioda jednako osjetljiva za sve valne duljine.

Prije mjerenja preostalo je još podesiti položaj žarulje odnosno nagib proreza

u odnosu na prizmu te podesiti kutnu skalu kako bi se podudarale velika skala preciznosti 1° i mala skala na vijku preciznosti 0.01°. Podešavanje kutne skale vrlo je jednostavno. Uklonimo li vijak za precizno pomjeranje detektora, ručno možemo podesiti veliku skalu na neku okruglu vrijednost, primjerice 80°. Sada vratimo vijak na način da pokazuje 0.00°. Učvrščivanjem vijka konstrukcija se fiksira.

Podešavanje položaja žarulje odnosno izvora sastoji se od tri dijela. Prvo se treba podesiti rotaciju proreza u odnosu na ravninu u kojoj leži prizma. Prorez, a samim time i izlazna zraka svjetlosti treba biti okomit na stalak prizme kako bi na prizmu padala tanka ravna zraka svjetlosti. Zatim se promatranjem refrakcije svjetlosti treba odrediti položaj prizme za kojeg se dobije najbolje razlaganje svjetlosti. Kao zadnji korak u podešavanju izvora, žarulju treba postaviti po visini u središte šupljine. Ovdje se javio prvi problem. Ukoliko žarulja stoji u središtu, zraka prolazi sredinom sustava leća te pada na prizmu, međutim nakon refrakcije svjetlost pada prenisko i promašuje fotodiodu. Usporedbom slike 1.2 i slike 1.3 vidimo da zbog veće efektivne površine detektora ovo prije nije stvaralo problem. Mijenjanjem visine žarulje u šupljini može se kontrolirati položaj upadne zrake na fotodiodu i na taj način podesiti da pada u visini fotodiode. U ovakvom položaju vjerojatno zbog nepravilnog nareza ili blagog nagiba žarulje, zraka svjetlosti ne izlazi iz sustava leća sasvim po sredini pa sam položaj izlazne zrake precizno označio na kućištu kako bih kasnije imao referentnu točku za diode poznatih valnih duljina.

Kao posljednji korak u podešavanju aparata dodatno sam smanjio efektivnu površinu fotodiode pomičnim pregradama u cilindru detektora kako bi detektirani signal odgovarao manjem intervalu valnih dujina. Položaj pregrada nužno je držati fiksiranim tijekom različitih mjerenja.
Provedba eksperimenta vrlo je jednostavna. Žarulju napajam izvorom istosmjerne struje gdje podešavanjem napona odnosno jakosti struje kontroliram temperaturu žarulje. Napon i struju na žarulji mjerim voltmetrom odnosno ampermetrom. Dobivenu struju na fotodiodi mjerim direktno ampermetrom. Nakon postavljanja napona i jakosti struje na žarulji, vijkom polagano pomičem detektor po kutnoj skali i za svaku promjenu struje na fotodiodi zabilježim kut. Prešavši cijeli efektivni spektar fotodiode, mjerenje ponavljam za neku drugu snagu odnosno temperaturu žarulje. Sva mjerenja su odrađena u zamračenoj prostoriji.

Drugi dio mjerenja odnosi se na baždarenje kutne skale u odnosu na valne duljine. Pritom koristim šest svjetlećih dioda (eng. *Light Emitting Diode*, LED) poznatih valnih duljina. Nakon vađenja žarulje, diodu montiram na jednostavni plastični stalak te postavljam otprilike u sredinu šupljine na način da izlazna zraka pada na isto mjesto gdje je zraka izlazila u slučaju žarulje. Pritom koristim prethodno označene referentne točke te iscrtavam nove na stalak di-

ode. Napon i jakost struje na diodi postavljam prema tabličnim vrijednostima. Mjerenja obavljam slično kao kod mjerenja zračenja žarulje. Polaganim mijenjanjem položaja detektora tražim pojavu struje na fotodiodi. Iako je svjetleća dioda poznate jedinstvene valne duljine, refraktirano svjetlo svejedno može biti malo razmazano. Zato bilježim kut za koji se javlja najjači signal. Postupak ponavljam za ostale diode. U slučaju infracrvene diode problem je postaviti diodu na način da zraka pada na označeno mjesto s obzirom da ova dioda daje svjetlo van vidljivog dijela spektra. Za što preciznije postavljanje infracrvene diode koristio sam se oznakama postavljenim prilikom prošlih mjerenja te zasebnom BPW34 fotodiodom.

Poglavlje 2

Mjerenja i rezultati

U ovom poglavlju izlažem dobivene podatke te konačne rezultate analize. Analiziram ponaosob podatke dobivene mjerenjem zračenja žarulje te podatke dobivene mjerenjem zračenja dioda poznatih valnih duljina. Zatim njihovim kombiniranjem dolazim do potrebnih odnosa kako bi se prema jednadžbi (1.9) mogla provesti metoda najmanjih kvadrata. Tablice izrađujem u Excelu a grafove u Excelu i Gnuplot okruženju.

2.1 Zračenje žarulje

Analiziram zračenje žarulje za pet različitih setova. Vrijednosti napona U, jakosti struje I te snage $P = I \cdot U$ zapisane su u tablici 2.1.

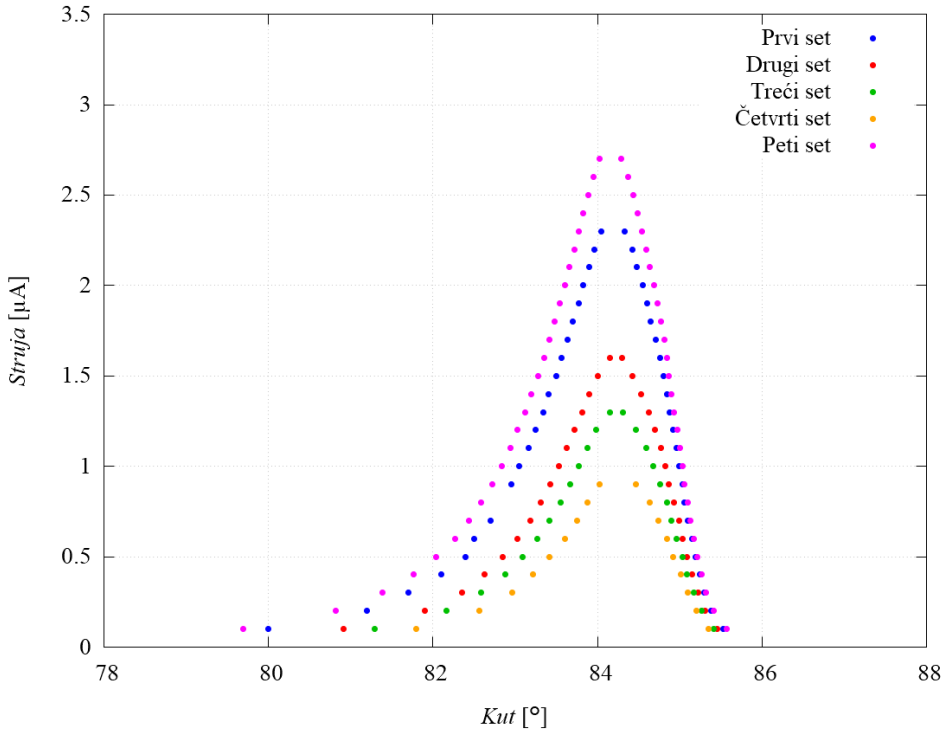
	$I[A]$	$U[V]$	$P[W]$	$P^{-\frac{1}{4}}[W^{-\frac{1}{4}}]$
Set1	2.72	9.16	24.92	0.45
Set2	2.45	7.54	18.47	0.48
Set3	2.33	6.86	15.98	0.50
Set4	2.17	6.00	13.02	0.53
Set5	2.84	9.93	28.20	0.43

Tablica 2.1: Naponi, struje i snage na žarulji za različite setove mjerenja.

Vrijednosti navedene u četvrtom stupcu imat će ulogu nezavisne varijable kao što vidimo iz jednadžbe (1.9). Vrijednosti struje dobivene na fotodiodi navodim u tablici 2.2 te podatke ucrtavam na graf. Sa slike 2.1 vidimo da za najveće snage žarulje imamo najveće struje na fotodiodi, što je bilo očekivano.

Set1		Set2		Set3		Set4		Set5	
$Kut[^\circ]$	$I[\mu A]$	$Kut[^\circ]$	$I[\mu A]$	$Kut[^\circ]$	$I[\mu A]$	$Kut[^\circ]$	$I[\mu A]$	$Kut[^\circ]$	$I[\mu A]$
80.00	0.1	80.92	0.1	81.29	0.1	81.80	0.1	79.70	0.1
81.20	0.2	81.90	0.2	82.17	0.2	82.56	0.2	80.82	0.2
81.70	0.3	82.35	0.3	82.59	0.3	82.96	0.3	81.39	0.3
82.10	0.4	82.63	0.4	82.88	0.4	83.22	0.4	81.77	0.4
82.40	0.5	82.85	0.5	83.09	0.5	83.42	0.5	82.04	0.5
82.50	0.6	83.03	0.6	83.27	0.6	83.60	0.6	82.27	0.6
82.70	0.7	83.18	0.7	83.42	0.7	83.75	0.7	82.44	0.7
82.95	0.9	83.31	0.8	83.55	0.8	83.88	0.8	82.59	0.8
83.05	1.0	83.43	0.9	83.67	0.9	84.03	0.9	82.72	0.9
83.16	1.1	83.53	1.0	83.77	1.0	84.47	0.9	82.84	1.0
83.25	1.2	83.63	1.1	83.88	1.1	84.63	0.8	82.94	1.1
83.34	1.3	83.72	1.2	83.98	1.2	84.74	0.7	83.03	1.2
83.41	1.4	83.82	1.3	84.15	1.3	84.84	0.6	83.12	1.3
83.50	1.5	83.90	1.4	84.31	1.3	84.92	0.5	83.20	1.4
83.56	1.6	84.00	1.5	84.47	1.2	85.01	0.4	83.28	1.5
83.64	1.7	84.15	1.6	84.59	1.1	85.10	0.3	83.35	1.6
83.70	1.8	84.30	1.6	84.68	1.0	85.20	0.2	83.42	1.7
83.77	1.9	84.43	1.5	84.76	0.9	85.35	0.1	83.48	1.8
83.83	2.0	84.53	1.4	84.84	0.8			83.54	1.9
83.90	2.1	84.62	1.3	84.90	0.7			83.60	2.0
83.96	2.2	84.70	1.2	84.96	0.6			83.66	2.1
84.05	2.3	84.77	1.1	85.03	0.5			83.72	2.2
84.33	2.3	84.82	1.0	85.09	0.4			83.77	2.3
84.42	2.2	84.87	0.9	85.17	0.3			83.83	2.4
84.48	2.1	84.93	0.8	85.26	0.2			83.89	2.5
84.55	2.0	84.99	0.7	85.41	0.1			83.95	2.6
84.60	1.9	85.03	0.6					84.03	2.7
84.65	1.8	85.09	0.5					84.29	2.7
84.71	1.7	85.15	0.4					84.37	2.6
84.76	1.6	85.22	0.3					84.44	2.5
84.80	1.5	85.31	0.2					84.49	2.4
84.84	1.4	85.45	0.1					84.54	2.3
84.88	1.3							84.59	2.2
84.92	1.2							84.64	2.1
84.96	1.1							84.69	2.0
84.99	1.0							84.73	1.9
85.03	0.9							84.77	1.8
85.06	0.8							84.81	1.7
85.10	0.7							84.84	1.6
85.15	0.6							84.87	1.5
85.19	0.5							84.90	1.4
85.24	0.4							84.93	1.3
85.30	0.3							84.97	1.2
85.38	0.2							85.00	1.1
85.53	0.1							85.03	1.0
								85.06	0.9
								85.10	0.8
								85.13	0.7
								85.17	0.6
								85.21	0.5
								85.26	0.4
								85.32	0.3
								85.41	0.2
								85.57	0.1

Tablica 2.2: Dobivene struje za pripadajuće kuteve i pet različitih temperatura žarulje.



Slika 2.1: Dobiveni odnos struje na fotodiodi i očitanog kuta.

Podatci sa slike 2.1 su izvorni podatci u koje još nije uračunata relativna spektralna osjetljivost korištene fotodiode. Sa slike 1.4 vidimo da je osjetljivost fotodiode dana u odnosu na valnu duljinu pa prije korigiranja podataka sa slike 2.1, prvo moram baždariti kutnu skalu u odnosu na valnu duljinu.

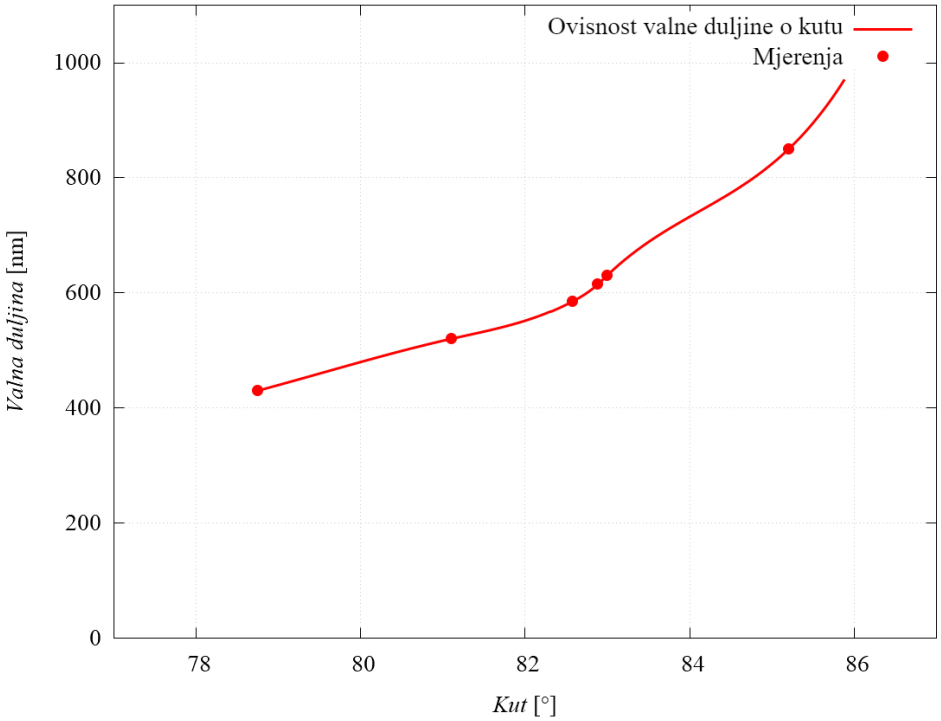
2.2 Diode poznatih valnih duljina

U svrhu baždarenja kutne skale koristim šest dioda poznatih valnih duljina. To su redom plava, zelena, žuta, narančasta, crvena i infracrvena dioda.

$Kut[°]$	$\lambda[nm]$
78.75	430
81.10	520
82.57	585
82.88	615
82.99	630
85.20	850

Tablica 2.3: Odnos kuta i valne duljine za diode poznatih valnih duljina.

Interpolacijom podatke iz tablice 2.3 mogu iskoristiti za dobivanje bilo kojeg para *kut-valna dujina* u intervalu od $78.75°$ do $85.20°$. Interpolaciju izvršavam pomoću koda napisanog u C-u. Dobivena ovisnost dana je na slici 2.2.

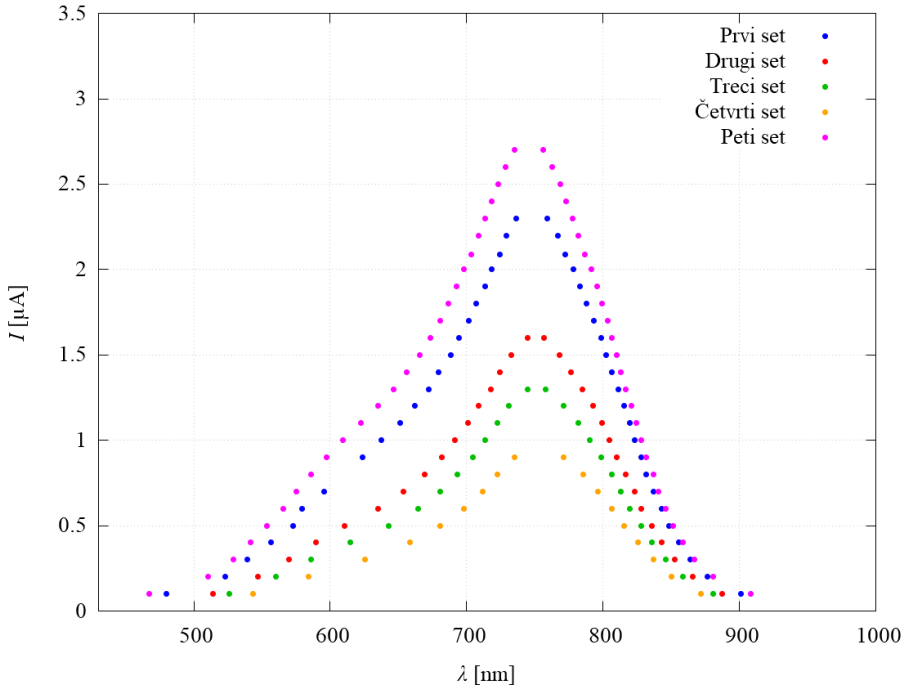


Slika 2.2: Rezultat interpolacije korištenjem šest poznatih točaka.

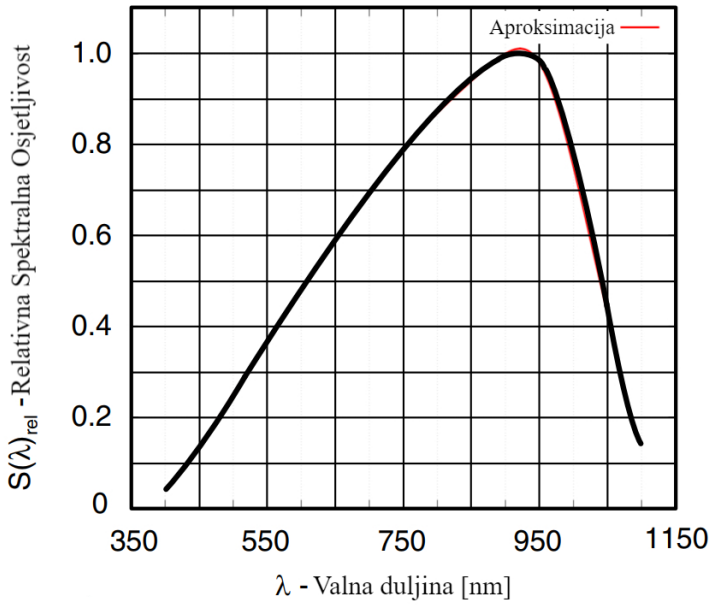
Nakon $85.20°$ krivulja je postupkom ekstrapolacije produžena za $0.5°$ s obzirom da su nam potrebne i te vrijednosti za prvi i peti set mjerenja žarulje.

2.3 Obrada podataka

Sada izvorne vrijednosti dobivene struje i kuta mogu preoblikovati u ovisnost dobivene struje o valnoj duljini. To postižem pomoću podatka dobivenih spline intepolacijom prikazane na slici 2.2. Tražena ovisnost prikazana je na slici 2.3. Kao zadnji korak preostalo je uzeti u obzir relativnu spektralnu osjetljivost BPW34 diode dane na slici 1.4. Funkcija osjetljivosti $S(\lambda)_{rel}$ nije dana eksplicitno pa u svrhu obrade podataka i nju aproksimiram spline inteprolacijom uz desetak poznatih vrijednosti. Aproksimacija funkcije $S(\lambda)_{rel}$ dana je na slici 2.4.

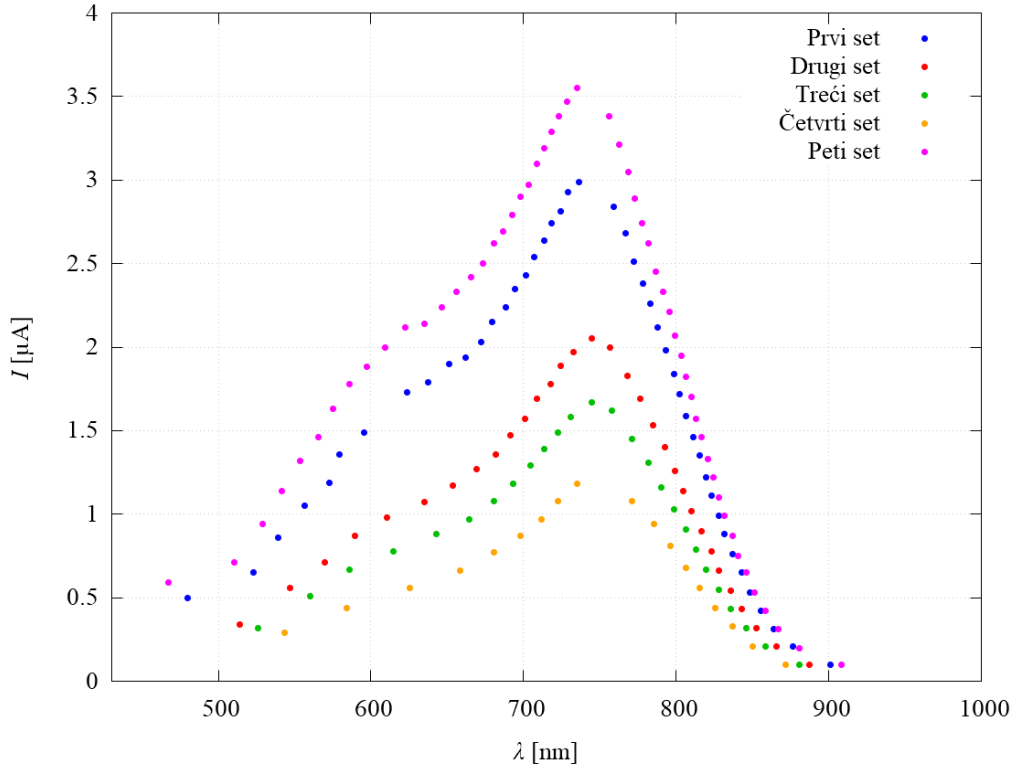


Slika 2.3: Dobiveni odnos struje na fotodiodi i valne duljine zračenja. Nekorigirano u odnosu na osjetljivost fotodiode.



Slika 2.4: Relativna spektralna osjetljivost fotodiode BPW34 i njena aproksimacija.

Dobivene vrijednosti struje na fotodiodi sa slike 2.3 sada mogu korigirati na način da odgovaraju onima koje bi izmjerio u slučaju da je fotodioda jednako osjetljiva za sve valne duljine. Pritom koristim aproksimaciju relativne spektralne osjetljivosti fotodiode. Dobivenu ovisnost struje o valnoj duljini prikazujem na slici 2.5



Slika 2.5: Konačna ovisnost struje na fotodiodi o valnoj duljini zračenja.

Korištenjem jednadžbe (1.9) i traženjem koeficijenata pravca regresije želim provjeriti podudaranje mjerenja s teorijom. Odabirem četiri valne duljine u području za koje imam gusta mjerenja. Vrijednosti struje u točkama između poznatih vrijednosti interpoliram zbog čega su povoljnija područja s gušćim poznatim vrijednostima. Recipročne vrijednosti snage žarulje za različite setove mjerenja dane su u tablici 2.1, a vrijednosti dobivenih struja na fotodiodi u ovisnosti o snazi žarulje pri konstantnim valnim duljinama dane su u tablici 2.4. U jednadžbi (1.9) nezavisnu varijablu x predstavlja $P^{-\frac{1}{4}}$ a zavisnu varijablu y predstavlja $\ln(I)$. Ukoliko jednadžbu (1.9) zapišem kao $y = ax + b$ očekujem dobiti negativni koeficijent nagiba pravca regresije.

	$780nm$		$800nm$		$830nm$		$850nm$	
	$I[\mu A]$	$\ln(I)$	$I[\mu A]$	$\ln(I)$	$I[\mu A]$	$\ln(I)$	$I[\mu A]$	$\ln(I)$
Set5	2.67	0.98	2.05	0.72	1.04	0.04	0.56	-0.58
Set1	2.34	0.85	1.79	0.58	0.93	-0.07	0.50	-0.69
Set2	1.62	0.48	1.25	0.22	0.62	-0.48	0.35	-1.05
Set3	1.34	0.29	1.01	0.01	0.52	-0.65	0.28	-1.27
Set4	1.00	0.00	0.77	-0.26	0.40	-0.92	0.21	-1.56

Tablica 2.4: Vrijednosti struje na fotodiodi i njeni prirodni logaritmi pri konstantnim valnim duljinama.

Parametre pravca i pripadne pogreške računam prema sljedećim izrazima:

$$a = \frac{\overline{x \cdot y} - \overline{x} \cdot \overline{y}}{\overline{x^2} - \overline{x}^2} \tag{2.1}$$

$$b = \overline{y} - a \cdot \overline{x} \tag{2.2}$$

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{1}{n}\left(\frac{\overline{y^2} - \overline{y}^2}{\overline{x^2} - \overline{x}^2} - a^2\right)} \tag{2.3}$$

$$\sigma_b = \sigma_a \sqrt{\overline{x^2} - \overline{x}^2} \tag{2.4}$$

gdje je $n = 5$ broj ulaznih parova. Za set podataka dan u tablici 2.4 prethodne jednadžbe daju:

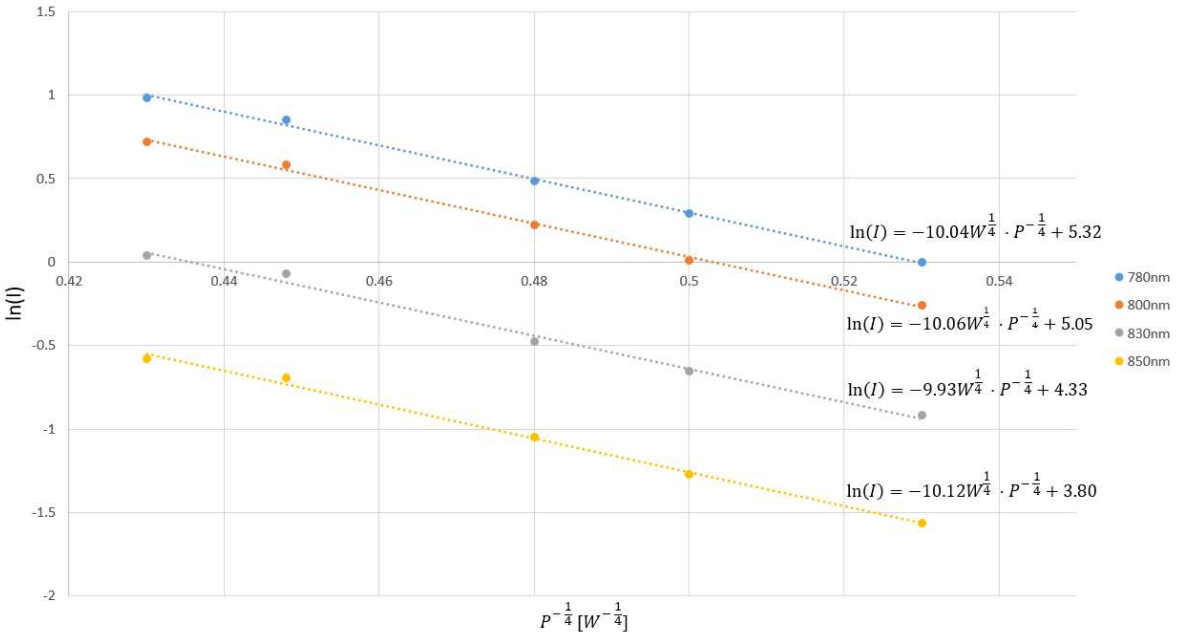
$$a_{780nm} = (-10.04 \pm 0.22)\ W^{\frac{1}{4}}$$
$$b_{780nm} = 5.32 \pm 0.01$$

$$a_{800nm} = (-10.06 \pm 0.23)\ W^{\frac{1}{4}}$$
$$b_{800nm} = 5.05 \pm 0.01$$

$$a_{830nm} = (-9.93 \pm 0.39)\ W^{\frac{1}{4}}$$
$$b_{830nm} = 4.33 \pm 0.01$$

$$a_{850nm} = (-10.12 \pm 0.29)\ W^{\frac{1}{4}}$$
$$b_{850nm} = 3.80 \pm 0.01$$

Dobivene rezultate možemo grafički prikazati tako što uz $(P^{-\frac{1}{4}}, \ln(I))$ parove ucrtamo i respektivne pravce regresije.



Slika 2.6: Dobiveni pravci regresije.

U koeficijentu $a = -\frac{hc}{k_B t \lambda}$ krije se Planckova konstanta. Kako bih dobio vrijednost Planckove konstante h, trebam prvo izračunati koeficijent t kojeg sam uveo u jednadžbu (1.9) kao $T = t \cdot P^{\frac{1}{4}}$. Temperaturu žarulje nisam mjerio pa ju za peti set mjerenja aproksimiram pomoću slike 2.5 i Wienovog zakona pomaka:

$$\lambda_m = \frac{b}{T} \tag{2.5}$$

koji daje ovisnost temperature crnog tijela i valne duljine pri kojoj se javlja najveći intenzitet zračenja [2]. Konstanta $b = 2.8977 \cdot 10^{-3} m \cdot K$ zove se Wienova konstanta.

U svrhu aproksimiranja konstante proporcionalnosti t koristim peti set mjerenja (slika 2.5). Maksimum dobivene struje odnosno intenziteta zračenja za peti set pada na $(750 \pm 10)nm$. Prema jednadžbi (2.5) temperatura žarulje za peti set iznosi $(3850 \pm 50)K$ a snagu očitavam iz tablice 2.1. Iz prethodnih podataka slijedi:

$$t = (1670 \pm 21)K \cdot W^{-\frac{1}{4}}$$

Planckovu konstantu h i pripadajuću grešku σ_h sada mogu izračunati kao izvedenu veličinu $h(a, t)$:

$$\overline{h} = -\frac{k_B \lambda}{c} \cdot \overline{a}\overline{t} \tag{2.6}$$

$$\begin{aligned}\sigma_h &= \sqrt{\left(\frac{\partial h}{\partial a}\right)^2 \cdot \sigma_a^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)^2 \cdot \sigma_t^2} \\ &= \frac{k_B \lambda}{c}\sqrt{\overline{t}^2 \cdot \sigma_a^2 + \overline{a}^2 \cdot \sigma_t^2}\end{aligned} \tag{2.7}$$

U tablici 2.5 navedeni su dobiveni rezultati za četiri odabrane valne duljine. U računu koristim vrijednost Boltzmannove konstante $k_B = 1.32 \cdot 10^{-23}\frac{J}{K}$ i brzine svjetlosti $c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$.

	$h[10^{-34}Js]$	$\sigma_h[10^{-34}Js]$
780nm	6.34	0.16
800nm	6.52	0.17
830nm	6.68	0.27
850nm	6.96	0.22

Tablica 2.5: Dobivene vrijednosti Planckove konstante i pripadajuće greške.

Srednja vrijednost dobivenih rezultata konačno daje iznos Planckove konstante:

$$\boxed{h = (6.63 \pm 0.21) \cdot 10^{-34} Js}$$

Poglavlje 3

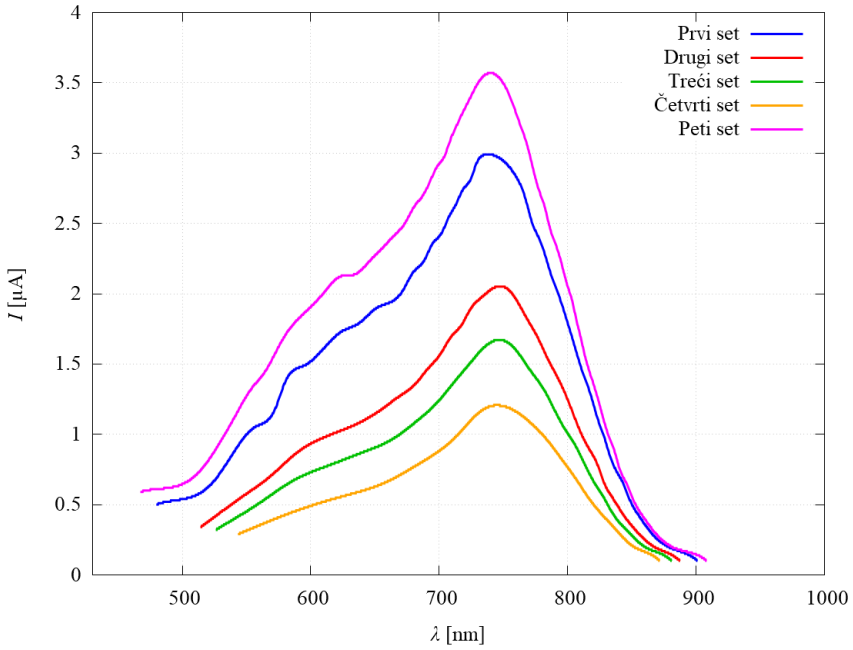
Diskusija

Linearnost prirodnog logaritma struje na fotodiodi za različite snage žarulje sa slike 2.6 djelomično potvrđuje očekivanja o zračenju crnog tijela. Oblik jednadžbe (1.9) je zadovoljen, ali ovisnost koeficijenta a o valnoj duljini λ nije sukladan očekivanjima. Promotrimo jednadžbu (1.9) odnosno koeficijent $a = -\frac{hc}{k_B t \lambda}$. Povećavanjem promatrane valne duljine očekujemo povećavanje koeficijenta a prema nuli. Iznosi koeficijenata a dobiveni u ovom radu ne pokazuju tu ovisnost. Kao posljedica ove nepravilnosti, Planckova konstanta varira s valnom duljinom što se lako vidi iz tablice 2.5.

Dobivena vrijednost Planckove konstante $h = (6.63 \pm 0.21) \cdot 10^{-34} Js$ naizgled jako malo odskače od vrijednosti iz literature $h_{lit} = 6.626 \cdot 10^{-34} Js$ [5]. Međutim, moramo uzeti u obzir da ni jedna od dobivenih vrijednosti Planckove konstante u tablici 2.5 nije toliko blizu onoj u literaturi. Tek njihova srednja vrijednost jako dobro odgovara poznatoj vrijednosti, ali s obzirom na mali broj odabranih valnih duljina, ovo jako dobro podudaranje se može pripisati slučajnosti.

Želim obratiti pozornost i na druge aspekte zračenja crnog tijela, ovog rada i provedenih mjerenja. Na slici 2.1 mjerenja izgledaju dovoljno gusta kako bi se interpolacijom mogla dobiti kontinuirana ovisnost struje o kutu ili valnoj duljini. Međutim sa slike 2.5 vidimo da su, nakon baždarenja kutne skale i uračunavanja relativne spektralne osjetljivosti korištene fotodiode, određena područja ostala prorijeđena. Maksimum intenziteta odnosno detektirane struje, osobito zanimljiv dio raspodjele, nema dovoljno poznatih veličina za precizno interpoliranje krivulje.

Pokušam li interpolacijom dobiti kontinuirane krivulje (slika 2.7) područja maksimalne detektirane struje neće biti dobro definirana. Wienov zakon pomaka



Slika 3.1: Interpolirana ovisnost struje na fotodiodi o valnoj duljini zračenja.

dan jednadžbom (2.5) govori da valna duljina pri kojoj se javlja najveći intenzitet zračenja ovisi samo o temperaturi crnog tijela. Za veću temperaturu odnosno snagu žarulje očekujemo pomak maksimuma zračenja prema manjim valnim duljinama. Opisanu ovisnost ne mogu primjetiti u svojim rezultatima zbog nedovoljno dobro definiranih maksimuma krivulja dobivenih interpolacijom. Ovo je razlog zašto sam samo za peti set mjerenja računao koeficijent proporcionalnosti t. Slike 2.5 i 3.1 ne sugeriraju gotovo nikakvu promjenu temperature za različite setove mjerenja iako su snage na žarulji dane u tablici 2.1 dovoljno različite. Aproksimiranje temperature žarulje za peti set mjerenja i određivanje konstante t isključivo za peti set, osiguralo mi je da su temperature preostalih setova padajuće jer vrijedi $T = t \cdot P^{\frac{1}{4}}$

Nepravilnosti u dobivenim vrijednostima također primjećujemo pri nešto manjim valnim duljinama gdje, kao i u prethodnom slučaju, imam manji broj poznatih vrijednosti struje. Poboljšanje mjerenja a samim time i rezultata može se postići na više načina. Korištenjem osjetljivijeg ampermetra ili strujnog pojačala na detektoru mogla bi se postići barem još jedna decimala preciznosti. Veća osjetljivost instrumenata omogućila bi puno gušća mjerenja. Ova nadogradnja bi također omogućila dodatno smanjivanje efektivne površine fotodiode bez potpunog gubitka signala. Kako bi na fotodiodu padao uži interval valnih duljina, mjerenja bi bila preciznija. Potencijalno poboljšanje mjerenja moglo bi se postići i dodatnim smanjivanjem već jako uskog proreza ispred izvora.

Poglavlje 4

Zaključak

Provedenim mjerenjima i rezultatima predstavljenim u ovom radu pokazano je da se jednostavnom aparaturom i metodama može doći do približnog slaganja rezultata s vrlo kompleksnom teorijom. Također se pokazalo da se tijelo poput obične žarulje odnosno žarne niti opravdano može uzeti kao ekvivalent crnom tijelu.

Evidentno je da se pri izvedbi ovakvog eksperimenta slučajne greške vrlo brzo akumuliraju. Izvorna mjerenja potrebno je u više koraka obraditi a u svakom koraku naizgled mala greška može dovesti do većih nepravilnosti u konačnim rezultatima.

Osnovni princip mjerenja zračenja crnog tijela prikazan u ovom radu može se iskoristiti na razne načine te poboljšati ne samo preciznijom instrumentacijom već i nadodavanjem dodatnih elemenata aparaturi. U sličnom radu u kojem je dodatno mjerena Planckova konstanta, Dryzek i Ruebenbauer (1991)[3] koristili su sustav filtera valnih duljina umjesto prizme čime su eliminirali razmazanost refraktirane svjetlosti. Umjesto snage, mjerena je temperatura crnog tijela optičkim pirometrom, ali osnovni princip ostaje isti.

Popis literature

[1] Ranganath, G.S. Reson (2008). Black-Body Radiation 13: 115.
On-Line URL: https://doi.org/10.1007/s12045-008-0028-7

[2] Batistić, I. Kvantna statistička fizika 2.dio.
On-Line URL: http://grdelin.phy.hr/ ivo/Nastava/StatistickaFizika/index.php

[3] Dryzek J., Ruebenbauer K. (1991). Planck's Constant Determination From Black-Body Radiation. Institute of Physics and Computer Science, Pedagogical University. Kraków.

[4] Vishay Semiconductors (2011). BPW34 Photodiode Specifications Sheet.
On-Line URL: https://www.vishay.com/docs/81521/bpw34.pdf

[5] Zettili N. (2009), Quantum Mechanics: Concepts and Applications. John-Wiley Publications, str. 672

Temeljna dokumentacijska kartica

Završni rad

Sveučilište u Splitu
Prirodoslovno-matematički fakultet
Odjel za Fiziku
Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Hrvatska

MJERENJE ZRAČENJA CRNOG TIJELA

Paško Roje

SAŽETAK

Krajem 19. stoljeća, ultraljubičasta katastrofa bila je jedna od glavnih okidača velikih promjena u poimanju fizike mikrosvijeta. Klasične teorije nisu bile dostatne u rješavanju problema moderne fizike. Rayleigh-Jeansov zakon predstavlja klasičnu teoriju zračenja crnog tijela koja u domenama viših frekvencija daje divergentne nefizikalne izraze za izračenu energiju crnog tijela. Velike promjene dolaze s idejama kvantne fizike, odnosno kvantizacijom energije koja dopušta precizni opis zračenja crnog tijela dan Planckovim distribucijskim funkcijama. Cilj ovog rada jest osposobiti aparaturu potrebnu za mjerenje zračenja crnog tijela te eksperimentalno utvrditi da se zračenje crnog tijela odnosno žarulje ponaša prema Planckovom zakonu. U ovom radu pažnju stavljam na praktični dio osposobljavanja uređaja te provedbu i numeričku analizu dobivenih podataka. Iz provedenih mjerenja zračenja crnog tijela pri raznim temperaturama želim interpolacijskim metodama dobiti kontinuirane ovisnosti detektirane struje o valnim duljinama iz kojih bih zaključio slažu li se dobiveni podatci s teorijom.

Ključne riječi: Planckova konstanta,

Rad je pohranjen u knjižnici Prirodoslovno-matematičkog fakulteta, Sveučilišta u Splitu

Rad sadrži: [21] stranica, [11] grafičkih prikaza, [5] tablica i [5] literaturnih navoda.
Izvornik je na hrvatskom jeziku.

Mentor: **Dr. sc. Ante Bilušić,** *redoviti profesor Prirodoslovno – matematičkog fakulteta, Sveučilišta u Splitu*

Ocjenjivači: **Dr. sc. Ante Bilušić,** *redoviti profesor Prirodoslovno – matematičkog fakulteta, Sveučilišta u Splitu*

Dr. sc. Paško Županović, *redoviti profesor Prirodoslovno – matematičkog fakulteta, Sveučilišta u Splitu*

Dr. sc. Marin Kosović, *docent Prirodoslovno – matematičkog fakulteta, Sveučilišta u Splitu*

Rad prihvaćen: **Rujan 2018**

Basic documentation card

Thesis

University of Split
Faculty of Science
Department of Physics
Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Croatia

BLACK BODY RADIATION MEASUREMENT

Paško Roje

ABSTRACT

At the end of the 19th century, ultraviolet catastrophe presented one of the most significant indicators of new theories and the physics of the microscopic scale. Classical theories did not yield accurate results. Rayleigh-Jeans law presents the classical theory of black body radiation which gives divergent nonphysical results in the domain of higher frequencies. Significant changes arrive with the ideas of quantum physics and the quantization of energy which allows accurate description of black body radiation given by Planck's distribution functions. The goal of this thesis is to repair the apparatus needed for black body radiation measurement and to experimentally determine that the measured radiation is consistent with Planck's law. Most of the attention is on the practical part and the numerical analysis of the obtained data. From black body radiation measurements at various temperatures, I want to obtain the continuous dependence of the detected current on the wavelengths from which I would conclude whether the obtained data agrees with the theory of black body radiation.

Key words: Planck's constant

Thesis deposited in library of Faculty of Science, University of Split

Thesis consists of: [21] pages, [11] figures, [5] tables and [5] references

Original language: Croatian

Mentor: **Ante Bilušić, Ph.D.** *Professor of Faculty of Science, University of Split*

Reviewers: **Ante Bilušić, Ph.D.** *Professor of Faculty of Science, University of Split*

Paško Županović, Ph.D. *Professor of Faculty of Science, University of Split*

Marin Kosović, Ph.D. *Assistant Professor of Faculty of Science, University of Split*

Thesis accepted: **September 2018**